繩正法曲綫撥道計算

牛海山 編著

人民鉄道出版社

本書是概述一般曲綫及特殊曲綫繩正法撥道計算基本的原理及方法，并附有实例。

可供鉄道工程工务部門技术人員以及大中学校师生参考。

繩正法曲綫撥道計算

牛海山　編著

人民鉄道出版社出版

（北京市霞公府17号）

北京市書刊出版业营业許可証出字第 010 号

新　华　書　店　发　行

人民鉄道出版社印刷厂印

書号1711　开本 787×1092 $\frac{1}{32}$　印张$3\frac{1}{8}$　插頁2　字数79千

1 9 6 0 年 6 月第 1 版

1 9 6 0 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

印数 0,001—2,500 冊

統一書号：15043·1239　　定价 (8) 0.35 元

目　录

前　言

綫路是列車运行的基础，曲綫是綫路薄弱环节和重要組成部分之一。在养护維修工作中，經常保持曲綫方向圓順，狀态良好，对于巩固与提高綫路質量，完成繁重运輸任务是具有重大意义的。

为了經常保持曲綫方向良好，就要作好撥道工作。在撥道工作过程中，正确合理地計算曲綫撥道的移动量，是直接关系着曲綫养护質量好坏的重要环节。

我国偉大的社会主义建設正在突飞猛进，鉄路运輸事業在国民經济中佔着非常重要的地位，由于运量急剧上漲，势必要求列車有更高的速度在綫路上安全平稳的运行。然而目前营業鉄路上所設置的緩和曲綫長度已經不能滿足高速列車运行的需要，因此，增長緩和曲綫長度，已是非常迫切的問題了。

1959年6月鉄道部工务局召开了曲綫、道岔、鋼軌养护經驗交流会議，会上曾对曲綫撥道計算移动量等进行了討論研究，各局介紹了許多先进經驗。現在就計算[illegible]撥道求移动量的經驗和特殊曲綫繩正計算的方法加以[illegible]并从原理上做扼要的分析，以供鉄路工务工作者参考。

繩正曲綫計算移动量的方法，基本上分为繩正計算法、試算修正法、圖解計算法、簡易計算法。繩正計算法中包括理論計算法和一般計算法。理論計算法是根据撥正曲綫的原理，准确地求出撥正曲綫的移动量，將曲綫撥正到圓順狀态；尤其是特殊曲綫（如增長緩和曲綫、复曲綫、反向曲綫、七次方緩和曲綫等），必須根据理論計算法才能求出撥正曲綫的移动量；但是利用理論計算法計算撥正曲綫的移动量比較

复杂。一般計算法虽較理論計算法有了很大的簡化，但是基本上仍未摆脫复杂的計算，同时求出的終点移动量一次不能得零，必須进行修正；修正时要求移动量、曲綫正矢的誤差越小越好，而且到終点必須等于零，因此需要灵活掌握反复的修正計算，这是一項非常重要的工作。試算修正法对于計算一般單曲綫撥道的移动量說，大大地簡化了复杂的計算工作，同时求出曲綫撥道的移动量和修正正矢与理論計算法很近似，这是試算修正法最大的优点；然而对于特殊曲綫利用試算修正法是不容易求出曲綫撥道的移动量的。圖解計算法是看着圖来画修正綫的，当时即可知道移动量的大小和曲綫正矢誤差的多少，这样就能够尽最大限度地控制住移动量；但是圖解計算时需要很多的圖紙，尤其是在現場較为困难。簡易計算法最大的特点是，求撥道的移动量时，沒有复杂的修正工作，絕大部分按照固定的程序計算，同时求出的移动量还較小。因此，这种方法非常适用于現場，但是原有曲綫方向不好时，求出的曲綫正矢誤差較大，特别是緩和曲綫部分容易产生所謂“鵝头”現象，在計算时应特别注意。

第一章　基本原理

繩正曲綫圓度是根据平面几何圖形，采用近似値的公式，来計算曲綫撥道的移动量的。在实际应用上完全能够达到要求的精度，現將其基本原理分析如下。

§ 1-1　圓曲綫正矢

从圖 1 可写成比例式：$\frac{f}{L} = \frac{R}{2R-f}$，

因为f与$2R$比较f值很小，故可写成：

$$f=\frac{K^2}{2R} \qquad (1)$$

式中 f——曲綫正矢（毫米）；

K——曲綫兩測点間的距离（通常采用10米）；

R——曲綫半徑（米）。

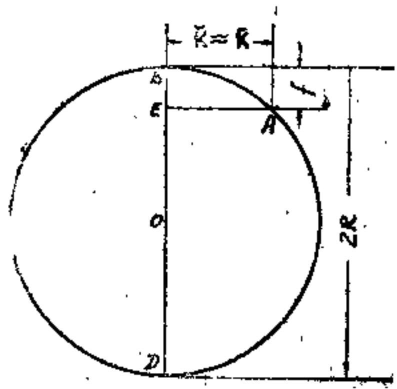

圖 1

当K采用10米时：

$$f=\frac{50,000}{R} \qquad (1a)$$

$$R=\frac{50,000}{f} \qquad (1b)$$

§1-2 圓曲綫始、終点的正矢

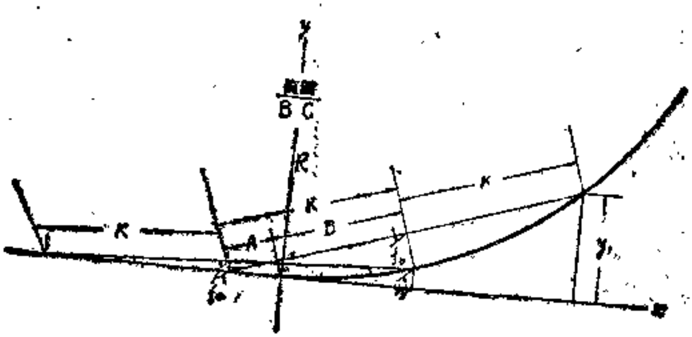

圖 2

由圖2从公式（1）导出：

$$f_a=\frac{1}{2}y_2=f\frac{B^2}{2K^2} \qquad (2)$$

$$f_b\approx\frac{1}{2}y_1-y_2=f\left(1-\frac{A^2}{2K^2}\right) \qquad (3)$$

式中　f_a——圓曲綫始点(或終点)直綫側測点的曲綫正矢；

f_b——圓曲綫始点(或終点)曲綫側測点的曲綫正矢；

A——圓曲綫始点（或終点）到直綫側測点的距离（米）；

B——圓曲綫始点（或終点）到曲綫側測点的距离（米）。

当 $B=K$，$A=0$ 时，代入公式(2)及(3)则变成：

$$f_a=0.5f \qquad (2a)$$

$$f_b=f \qquad (3a)$$

§ 1-3　緩和曲綫正矢

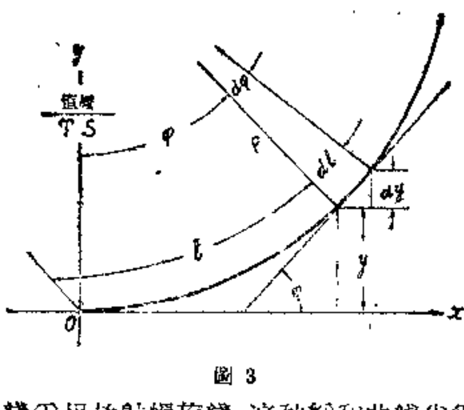

圖 3

緩和曲綫采用放射螺旋綫。这种緩和曲綫半徑的变化，是由起点为無限大起，均匀地減小，到終点与圓曲綫半徑重合为止。其方程式为：

$$Rl_0=\rho l=C \qquad (4)$$

式中 R——圆曲線半徑（米）；

C——常数；

l_0——緩和曲線全長（米）；

l——从始点到任意一点的緩和曲線長度（米）；

ρ——从始点到任意一点的緩和曲線相对应地緩和曲線半徑（米）。

由圖3可得：

$$d\varphi=\frac{dl}{\rho},$$

由公式(4)可得：

$$\rho=\frac{C}{l};$$

积分后則得：

$$\varphi=\int_0^l\frac{ldl}{C}=\frac{l^2}{2C}\tag{5}$$

又 $dy=dl\sin\varphi$,

积分后則得：

$$y=\int_0^l\sin\varphi\,dl=\int_0^l\sin\left(\frac{l^2}{2C}\right)dl;$$

將 $\sin\left(\frac{l^2}{2C}\right)$展为冪級数，并积分之則得：

$$y=\frac{l^3}{6C}\left(1-\frac{l^4}{56C^2}\right);$$

因第二項数值甚小，故可采用：

$$y=\frac{l^3}{6C}\tag{6}$$

到緩和曲線終点則变成：

$$y_0=\frac{l_0^2}{6R} \tag{6a}$$

式中　y——从始点到任意一点緩和曲綫長度(l)相对应的縱坐标；

y_0——緩和曲綫終点的縱坐标。

因为上式对于求緩和曲綫正矢有直接关系，因此，首先予以論述。

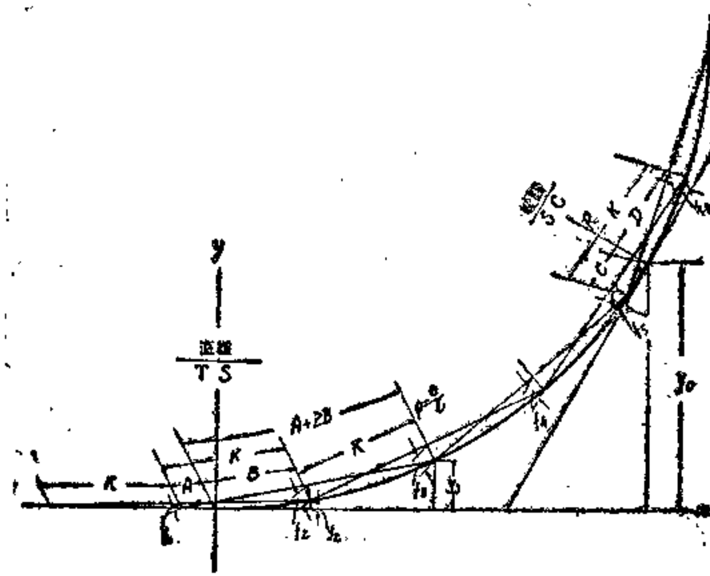

圖 4

緩和曲綫起点（TS 或 ST)有关緩和曲綫正矢可参照圖4，由公式(6)及(1)分析导出：

$$f_1=\frac{1}{2}y_2=\frac{fB^3}{6l_0K^2} \tag{7}$$

$$f_2\approx\frac{y_3}{2}-y_2=\frac{f\{(A+2B)^3-2B^3\}}{6l_0K^2} \tag{8}$$

式中　f_1——緩和曲綫起点(TS或ST)直綫側，測点的緩和曲綫正矢；

f_2——緩和曲綫起点(TS或ST)曲綫側，測点的緩和曲綫正矢；

H——緩和曲綫起点(TS或ST)到直綫側、測点的距离（米）；

B——緩和曲綫起点(TS或ST)到緩和曲綫側，測点的距离（米）。

当　$B=K$ 时，公式(7)則可写成：

$$f_1=\frac{fB^3}{6l_0K^2}=\frac{fK}{6l_0},$$

設

$$u=\frac{fK}{l_0}=\frac{f}{n},$$

則可写成：

$$f_1=\frac{u}{6} \tag{9}$$

式中　u——緩和曲綫遞增率；

n——緩和曲綫等分个数；当測点間采用K值时，則緩和曲綫全長可列成等式：

$$l_0=nK。$$

緩和曲綫中間各个測点緩和曲綫正矢，可由公式(1)直接导出：

$$f_x=\frac{K^2}{2\rho},$$

$$\because\ \rho=\frac{Rl_0}{l}$$

$$\therefore\ f_x=\frac{K^2}{2\rho}=\frac{lK^2}{2Rl_0}=l\frac{f}{l_0}=u\frac{l}{K} \tag{10}$$

上式很明显为一斜直綫方程，当求緩和曲綫中間各个測

点的緩和曲綫正矢时，根据这一性質就可以大为化简。

緩和曲綫終点（SC 或 CS）有关緩和曲綫正矢，同样根据公式（6）及（1）分析导出：

$$f_s = f\left(1 - \frac{(D+2C)^3 - 2C^3}{6l_0K^2}\right) \tag{11}$$

$$f_s = f\left(1 - \frac{C^3}{6l_0K^2}\right) \tag{12}$$

§1-4 圓曲綫長度和中点

將曲綫正矢轉变为圓心角（轉向角）：

$$\because \quad \alpha = \frac{K}{R},$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}\alpha = \frac{K^2}{2RK} = \frac{f}{K},$$

$$\alpha = \frac{2f}{K} \tag{13}$$

式中 α——測量曲綫正矢兩測点間 K 值相对应的圓心角（弧度值）。

从公式(13)可以导出：

$$\Sigma\alpha = \frac{2\Sigma f}{K} \tag{14}$$

式中 $\Sigma\alpha$——曲綫总圓心角（曲綫总轉向角）；

Σf——曲綫正矢之和。

求圓曲綫長度：

$$\because \quad \Sigma K = R\Sigma\alpha,$$

將公式（1）及(14)代入得：

$$\Sigma K = \frac{\Sigma f}{f}K \tag{15}$$

式中 ΣK——圓曲綫总長度（米）。

求曲線中点：

从公式(13)可以由曲線正矢轉換出曲線圆心角（曲線轉向角）来，这样可繪成角圖；按着角圖的几何圖形即可求出曲線中点。

由圖 5 假設按着正确理論設計一个圆曲線，由曲線正矢換算圆心角（轉向角）可列成如表 1。

曲線正矢換算圆心角表 表 1

里 程	圆心角（轉向角）	圆心角轉換曲線正矢	圆心角轉換曲線正矢和之累計	記事
1	2	3	4	5
$K211+10$ (a)	$0.5\ \alpha$	$\frac{1}{K}2(f_0)$	0	
20 (b)	$1.5\ \alpha$	$\frac{1}{K}2(f_0+f_1)$	$\frac{1}{K}2(f_0)$	
30 (c)	$2.5\ \alpha$	$\frac{1}{K}2(f_0+f_1+f_2)$	$\frac{1}{K}2(2f_0+f_1)$	
40 (d)	$3.5\ \alpha$	⋮	$\frac{1}{K}2(4f_0+2f_1+f_2)$	
50 (e)	⋮		⋮	
60 (f) ⋮				
合 計	$\Sigma\alpha$	$\frac{1}{K}2\,\Sigma f$	$\frac{1}{K}2\Sigma\Sigma f$	

求表 1 的方法：

第 1 欄为里程，指測量曲線正矢的位置。

第 2 欄圆心角（轉向角）。

第 3 欄圆心角轉換曲線正矢值。从圖 5 可以看出，如果以点 a 为圆心以 K 为半徑，可繪成一个圆，$bb'=2\ f_0$，則点 a 的曲線正矢轉換为圆心角其值为 $\frac{1}{K}2\ f_0$；但此角恰等于 $\angle b'ab=0.5\alpha$（弦切角等于圆心角的一半）。以后依此類推。

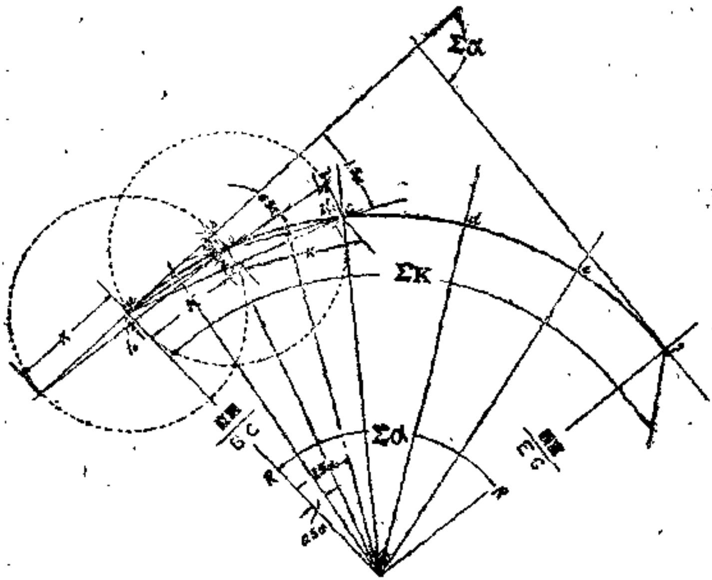

圖 5

第 4 欄圓心角轉換曲綫正矢和之累計。前一測点圓心角轉換曲綫正矢与前一測点圓心角轉換曲綫正矢和之累計相加，即得本測点圓心角轉換曲綫正矢和之累計。

根据表 1 第 3 欄圓心角轉換曲綫正矢，可繪成圖 6 曲綫正矢角圖面积。

很明显圖 6 每个矩形代表相应圓曲綫的角圖面积。因为圓曲綫始終点的曲綫正矢按公式（2 a）計算恰为中間每个測点曲綫正矢的一半，因此繪制角圖面积当 K 为 10 米时，將所有各个測点从曲綫起点往終点方向移动 5 米。如果將圖 6 当中每个矩形 A_0、A_1、A_2 等等分成無数个極小的矩形，它的極限則变成 $\triangle amf$。

在圖 6 中每个矩形的面积为：

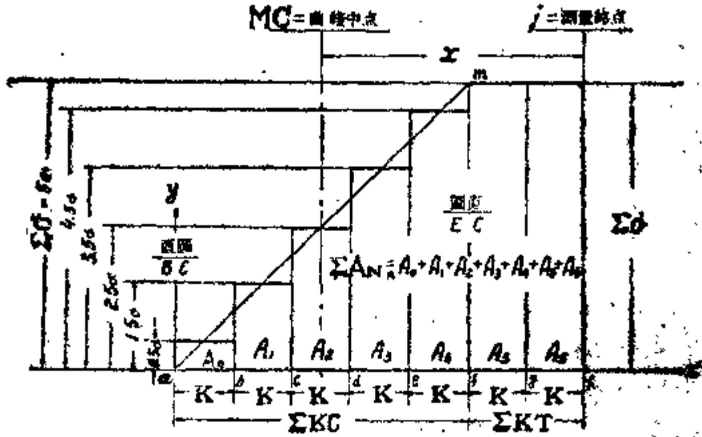

圖 6

$$A_0=0.5\alpha K=\frac{1}{K}2(f_0)K=2f_0,$$

$$A_1=1.5\alpha K=\frac{1}{K}2(f_0+f_1)K=2(f_0+f_1),$$

$$A_2=2.5\alpha K=\frac{1}{K}2(f_0+f_1+f_2)K=2(f_0+f_1+f_2),$$

....

$$A_n=\frac{1}{K}2(f_0+f_1+f_2+\cdots+f_n)K=2(f_0+f_1+f_2+\cdots$$

$$\cdots\cdots+f_n)。$$

如果將圖 6 各个矩形累加起来，就成了角圖面积，可列成如表 2 。

表 1 中第 3 、4 欄与表 2 中第 2 、3 欄基本上是相同的，所不同的是表 1 中是角度值，而表 2 中是面积值罢了。

从圖 6 的几何圖形，可列成等式：

$$x=\frac{\Sigma A_n}{\Sigma\alpha}=\frac{\Sigma\Sigma f}{\Sigma f}K,$$

曲綫正矢角圖面积表　　　　表 2

里　程	角圖面积之和（正矢之和Σf的2倍）	角圖面积和之累計（正矢和之累計$\Sigma\Sigma f$的 2 倍）	記事
1	2	3	4
K211+10 (a)	$A_0=2(f_0)$	0	
20 (b)	$A_1=2(f_0+f_1)$	$A_0=2(f_0)$	
30 (c)	$A_2=2(f_0+f_1+f_2)$,	$A_0+A_1=2(2f_0+f_1)$	
40 (d)	·········	$A_0+A_1+A_2=2(3f_0+2f_1+f_2)$	
50 (e)		·········	
60 (f) ⋮			
······(n)	$A_n=2(f_0+f_1+f_2+\cdots\cdots+f_n)$	$A_0+A_1+A_2+\cdots+A_{n-1}=2\left\{nf_0+(n-1)f_1+(n-2)f_2+\cdots\cdots+f_{n-1}\right\}$	

曲綫中点 MC：

$$MC=j-\frac{\Sigma\Sigma f}{\Sigma f}K \tag{16}$$

式中　MC——曲綫中点；

j——測量曲綫正矢終点位置；

$\Sigma\Sigma f$——曲綫正矢和之累計；

ΣA_n——角圖面积和之累計。

圖 6 之 Δamf 亦可按下式求出：

$$\Sigma A_c=\frac{\Sigma K^2}{2R} \tag{17}$$

式中　ΣA_c——圓曲綫角圖面积。

§ 1-5　移 动 量

在圖 7 中：

設　$a=T_0$；　（測点 a 的移动量）

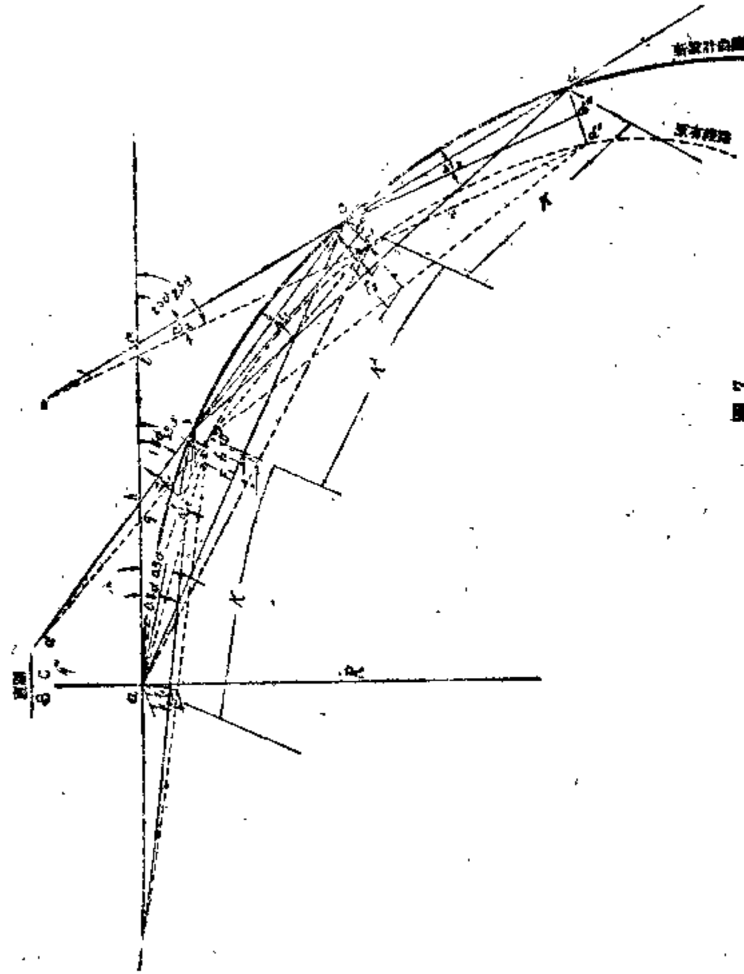

図 7

$bb'=T_1$；（测点 b 的移动量）

$cc'=T_2$；（测点 c 的移动量）

……

F_0、F_1、F_2……为实量正矢；

f_0、f_1、f_2……为計划正矢；

$0.5\alpha'$ 为原有曲綫由曲綫起点到 $0.5K$ 的圓心角（轉向角）；$1.5\alpha'$ 为原有曲綫由曲綫起点到 $1.5K$ 的圓心角（轉向角）；……

0.5α 为新設計曲綫由曲綫起点到 $0.5K$ 的圓心角（轉向角）；1.5α 为新設計曲綫由曲綫起点到 $1.5K$ 的圓心角（轉向角）；……

Δi_0 为曲綫起点到 $0.5K$ 的原有綫路与設計綫路圓心角（轉向角）之差；Δi_1 为曲綫起点到 $1.5K$ 的原有綫路与設計綫路圓心角（轉向角）之差；Δi_2 为曲綫起点到 $2.5K$ 的原有綫路与設計綫路圓心角（轉向角）之差；……

$$\because\quad 0.5\alpha'=\angle pab'=\frac{1}{K}2(F_0);$$

$$0.5\alpha=\angle pab=\frac{1}{K}2(f_0);$$

$$1.5\alpha'=\angle pgc=\frac{1}{K}2(F_0+F_1);$$

$$1.5\alpha=\angle phc=\frac{1}{K}2(f_0+f_1);$$

$$2.5\alpha'=\angle pld'=\frac{1}{K}2(F_0+F_1+F_2);$$

$$2.5\alpha=\angle pmd=\frac{1}{K}2(f_0+f_1+f_2);$$