

基本館藏

222533

第二屆和平利用原子能國際會議文獻

反應堆物理學與 研究用反應堆

1



中國科學院原子核科學委員會編輯委員會編輯
科學出版社出版

373

4277;1

1

反应堆物理学与研究用反应堆(1)

中国科学院原子核科学委员会编辑委员会编

*

科学出版社出版 (北京朝内大街112号)

北京市书刊出版业营业登记证出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总经售

*

1959年11月第一版 书号: 4966 字数: 78,000

1959年11月第一次印刷 开本: 787×1092 1/16

(京) 0001-3,000 印张: 3 1/3

定价: 0.41元

目 录

- P/570 空隙对扩散介质中圆柱形吸水棒附近中子通量分布的影响 (1)
- P/1639 在铍和氧化铍中接近热平衡时中子的慢化 (13)
- P/1923 高性能沸水反应堆的运转情况 (17)
- P/2344 无反射层的均匀热中子反应堆的外推面的确定 (32)
- P/2539 对原子核反应堆放热元件中不稳定传热的研究 (40)

3373

56277;1

T.1

278033

空隙对扩散介质中圆柱形吸收棒附近 中子通量分布的影响^{*†}

多德列因 (Jan M. Døderlein)

引 言

本文描述了扩散介质中圆柱形吸收棒附近中子通量分布的一些性质。特别着重在空隙的影响,这个问题已经在实验和理论上得到了验证。

本文在以下二种理论范围内进行了理论上的探讨:一种是简单扩散理论,另一种是三阶球谐函数近似法。圆柱形状中各向异性效应的 P_3 近似已由弗列克 (Fleck) 利用球谐函数张量表示法作出。因为这个公式不是常用到的,所以在这里我们以比较简单的形式,把用于吸收介质所需的公式列出。

实验工作是对二种不同的“黑”棒和一根铀棒进行的,而理论计算则只对“黑”棒进行。扩散介质是普通水。

文中还指出了一些实验数据与理论的通量分布是否符合的问题,并且证明了通常采用的扩散理论之迁移修正不再适用,这一点对于周围带有孔隙的简单控制棒理论的应用特别重要。

适用的截面数据都在附录C中给出。

实 验

图1是实验装置的简图。水箱是用铝制成的,直径为26.5厘米,长74厘米。实验时其中充满着水。各种直径不同的铀棒或镅棒沿轴向放置。空隙是由内径为9.6厘米的第二层铝圆筒构成的。因此空隙厚度随棒直径的改变而变化,从而使前者受到一定局限性,这是因为有些令人感兴趣的量不得不依赖于原装置的绝对大小。

薄铝箔做的夹持器可以固定在棒上,或者当没有棒的情形下可以固定在空隙壁上。

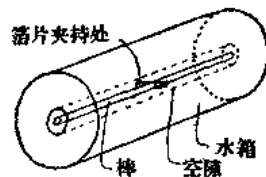


图1 实验装置

* 实验工作是 K. Bryhn-Ingebrigtsen 和 J. M. Døderlein 进行的。

† “第二届和平利用原子能国际会议文献”编号 A/CONF. 15/P/1570, 挪威, 原文为英文。

矩形金箔 0.2×1 厘米 (34 毫克) 用树脂固着在箔片夹持器上。

箔片放置在轴的两端对中心各成一定的扇形，而最里面的箔片则贴在棒面上。用这种方法，对于每一次辐照，我们可以有效地得到二个独立的通量截面。为了消除箔片间的相互干扰，箔片间的距离至少是 1.3 厘米。

在水中的箔片夹持器用 perspex 代替铝制成，但是箔片则用同样类型的。水箱装在石墨中，并放到一个小车上，可以推进到 JEEP 反应堆的热柱中去。

进行实验时，把所需的装置放入热柱，使反应堆在满功率下运转，以便激活箔片。箔片激活的活性则在一个标准的盖弥计数装置中由 β 计数测定。

实验时特别注意到尽可能将活性测量准确。通常计数过程中的总误差维持在 1.5% 以下。

环绕圆柱通量分布的轴对称当然是十分重要的。对这一点进行了测量，并发现在箱的一边加入一些吸收物质时，结果可以令人满意。

为了考察箔片夹持器和由热柱内石墨射入空隙两端的中子流所引起的效应，事先进行了一些初步的测量。

结果发现，虽然箔片夹持器很小 ($0.3 \times 1 \times 0.1$ 厘米)，但在空隙中用 perspex 夹持器时，对空隙内中子通量引起很大的干扰。

然而，对各种厚度与放置方向的铝制箔片夹持器，实验表明由它所引起的通量干扰可以忽略，因此最后决定采用这种夹持器。

由于水和石墨具有不同的扩散性质，在水箱端面上有一股强大的中子流由石墨流入水和空隙中。为了消除这股中子流所引起的通量干扰，空隙的两端如图 2 所示用铜盘封起来，这样可将由空隙端面上的中子流入效应减弱到满意的程度。

已经对半径为 0.75 和 1.9 厘米的铜棒和包有 1 毫米厚铝壳的 1" 直径的铀棒进行了实验。

由于每次照射后铀棒必须有一个冷却时间，所以我们到目前为止只做了极少的几次测量。虽然我们为了完整起见也将这些结果列出 (图 3a 及 3b)，但我们感到这些结果的正确性还不足以得出与计算

结果相比的任何结论。所以对这种情况未进行计算。



图 2. 空隙端部的穿流效应的比例。
实线：开口空隙，虚线：在二端用铜片封死

扩散理论的计算

这里分成二部分，即在空隙中的通量和在扩散介质中的通量。在圆柱几何条件下介质中的通量是

$$\Phi(r) = A_1 I_0(\kappa r) + B_1 K_0(\kappa r), \quad (1)$$

此处 κ 是扩散长度的倒数， A_1 和 B_1 是任意常数，它们决定于边界条件。在两个常数中， A_1 可由源强度来决定，而 B_1 则需由棒存在时所附加上的一个条件来决定。

扩散理论中通常采用的边界条件是

$$\frac{\Phi(R)}{\left(\frac{d\Phi}{dr}\right)_{r=R}} = F \cdot l, \quad (2)$$

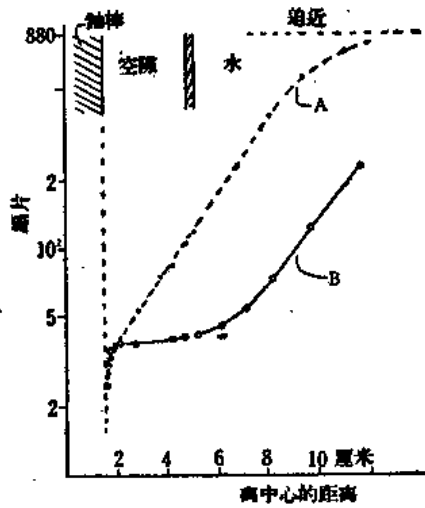


图 3a. 对 1" 铀棒实验结果, 曲线 A 是无空隙时的, 曲线 B 是有空隙时的 (超热中子通量用钷复盖着的金片量测)

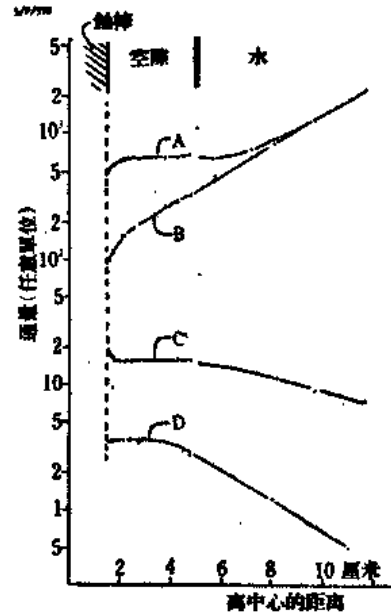


图 3b. 对 1" 铀棒实验结果, 曲线 A 是有空隙时的总通量, 曲线 B 是无空隙时总通量, 曲线 C 为有空隙时超热中子通量, 曲线 D 为无空隙时超热中子通量

此处 l 是介质的总平均自由程, 而 R 是在该情况下棒或空隙的半径, F 由玻耳兹曼 (Boltzmann) 方程渐近解的外推端点决定. 在没有吸收的情况下, F 等于外推端点.

F 的计算一般是一个复杂的过程. 在圆柱形几何条件下, F 值的计算已经作出, 特别是由达维逊 (Davison)、库什涅留克 (Kwshneriuk) 和麦克凯 (Mckay)^[1,2] 所作出, 他们采用了变分及微扰方法. 这些计算基于以下的假设:

1. 在棒四周是无限介质,
2. 介质是无吸收性的,
3. 中子散射是各向同性的.

假设 1 并无必要写成这样严格的形式 (当然它对于有吸收的介质是不适用的), 阿莫雅 (Amouyol)^[3] 用球谐函数的三阶近似探讨了介质尺寸对 F 的影响, 他们所得的结果表明, 在我们装置尺寸情况下, 由于违反假设 1 而引入的 F 的误差是可以忽略的.

对于吸收介质 F 的第一级近似改正值是一个乘数 $\frac{1}{c}$ (c 为每次碰撞的次级中子平均数).

但在我们的计算中, 这是可忽略的, 因为 $c = 0.994$.

要求出对各向异性散射(假设 3)的改正稍为困难一些. 在应用通常的简单扩散理论用的迁移修正时, 我们用迁移自由程来代替总平均自由程作为长度单位. 这样方程 2 将改成

$$\frac{\Phi R}{\left(\frac{d\Phi}{dr}\right)_R} = F \cdot l_{tr}$$

此处 l_{tr} 是迁移平均自由程.

写成这样条件是更为合理的, 由于达维逊推导的 $F^{(4)}$ 基于米涅 (Milne) 问题的微扰方法, 而马克 (Mark) 在处理包含二阶各向异性散射^[5] 的米涅问题上已证明外推长度所以很好地近

似为 $0.7104 l_{tr}$ 。

当棒的周围有空隙存在时的外推距离已由康什涅留克及麦克凯^[2] 所算出。当空隙半径比平均自由程为大时，结果看出 F 近似地和 $\frac{R_2}{R_1}$ 成比例，其中 R_2 为空隙半径， R_1 为黑棒半径。

假定已知空隙表面上中子的角分布，那么在空隙内的通量分布可由简单的几何条件的考虑算出。玻里尼(Ballini)^[6] 和纽马赫(Newmarch)^[7] 进行了这种基于空隙表面上扩散型的留分布的计算。他们两人的推导所用的边界条件不同。在空隙表面上要求通量和中子流同时连续是不可能的。玻里尼采用了通量连续的条件，而纽马赫采用中子流连续的条件。然而在我们的情况下，这两种条件得到的通量分布几乎是相同的，所以选用那一个边界条件并不重要。由于至少直观看来前者在物理上更为合理，我们采用了通量连续条件。

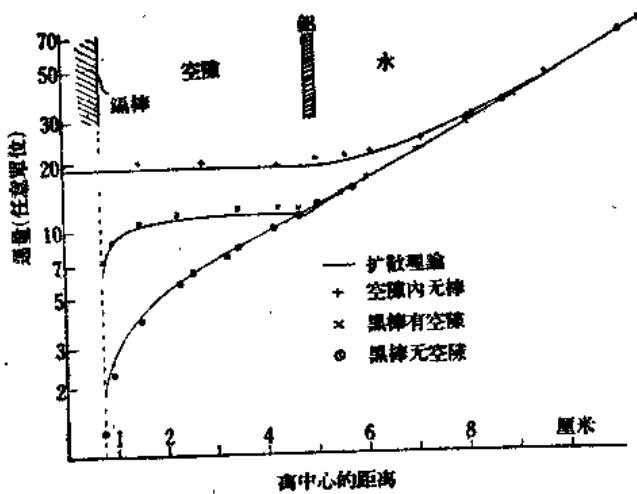


图4 细黑棒的实验与扩散理论计算结果

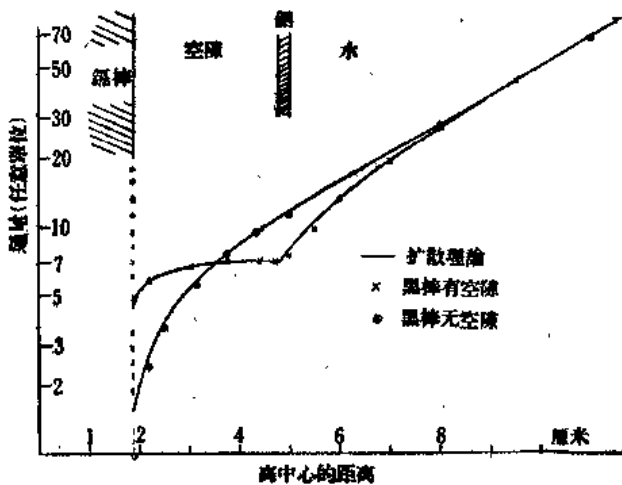


图5. 粗黑棒的实验和扩散理论的计算结果

正如玻里尼^[6]所指出的，同时由图4和5也可看出，通量计算显示出在空隙和介质分界面附近的空隙里有一极大值。这骤然看来有些奇怪，因为在空隙内并无外源存在。这个现象的解释自然是由于计算中所用的特殊几何条件及中子角分布而造成的。事实上，我们可以把这种极大值看成是“穿流效应”。

上面已指出，空隙的两端都是堵死的，这是为了消除两端来的“穿流”效应。由于在我们装置情况下并可满足玻里尼计算中所作的假设，即圆柱是无限长的，因此我们必须研究柱体有限高的影响。在空隙表面处利用扩散型的中子角分布，我们得到这样的结论^[8]：对于圆柱体，当 $\frac{L}{2R_2} > 4$ 时（其中 L 为圆柱长度），可以在很好的近似程度上看作是无量长的。也许还值得指出，当 $\frac{L}{2R_2}$ 减小时，在空隙中通量最大值变得很为明显。

根据扩散理论算出的结果在图4和5内给出。而空隙铝壁的影响已被忽略。

根据扩散理论算出的结果在图4和5内给出。而空隙铝壁的影响已被忽略。

球谐函数的计算法

当有向通量 $\psi(r, \Omega)$ 呈现出各向异性时，球谐函数法（特别是在低级近似下）通常都得不到良

好的結果。雖然在我們的情況下邊界是介於二種很不相同介質之間，但中子通常仍是不太各向異性的，因為其中一個邊界是入射表面，而另一邊界是曲率遠大於平均自由程的黑體表面。因此可以預期 P_3 近似對我們裝置也會給出很好的結果。

因為中子在水中的散射是較為各向異性的，因而我們必須應用各向異性的形式的玻耳茲曼方程，在圓柱幾何條件下它具有下面形式：

$$\cos \omega \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\sin \theta \sin \omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \omega} + \Sigma_{\text{tot}} \psi = \int \sigma_s(\mu_0) \psi d\Omega', \quad (4)$$

此地應用以下符號 ω, θ, r 。見圖 6， $\psi(r, \Omega) = \psi(r, \eta, \omega)$ 為有向中子通量， Σ_{tot} 為總的積分截面， Σ_s 為積分散射截面， σ_s 為微分散射截面， μ_0 為散射角的余弦。

散射截面可以用拉賽德多項式展開如下：

$$\sigma_s(\mu_0) = \frac{1}{2\pi} \sum_l \frac{2l+1}{2} \sigma_l P_l(\mu_0), \quad (5)$$

而 $\sigma_l = \Sigma_s \overline{P_l(\mu_0)}$ ， $\overline{P_l(\mu_0)}$ 的表式在附錄 A 中給出。以

$$\alpha_l = 1 - \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{\text{tot}}} \overline{P_l(\mu_0)} \quad (6)$$

同時代入(4)，得

$$\begin{aligned} & \cos \omega \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\sin \omega \sin \theta}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \omega} - \Sigma_{\text{tot}} \psi \\ &= \frac{\Sigma_{\text{tot}}}{2\pi} \sum_l \frac{2l+1}{2} (1-l) \iint P_l(\mu_0) \psi d\eta' d\omega' \end{aligned} \quad (7)$$

利用拉賽德函數的和數定理 $P_l(\mu_0)$ 可看成 $\eta, \eta', \omega, \omega'$ ($\eta = \cos \theta$) 的表式。

我們現在令

$$\begin{aligned} \psi(r, \eta, \omega) &= \sum_n \frac{4n+1}{4\pi} \psi_{2n,0} P_{2n}(\eta) + \\ & \sum_{nm} \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \psi_{nm}(r) P_n^m(\eta) \cos m\omega, \end{aligned} \quad (8)$$

$m+n = \text{偶數}, m \geq 0, n \geq 0$

(這公式是一個特殊形式，在類似我們情況的對稱性下是正確的。公式的普遍形式將包括有 $\sin m\omega$ 及所有各 m, n 項的組合)。

在三階近似中我們令

$$\sigma_l = 0 \quad (\text{在方程(5)中對於 } l > 3),$$

$$\psi_{n0} = \psi_{nm} = 0 \quad (\text{在方程(8)中對於 } n > 3),$$

這樣在 P_3 近似中我們得到通量

$$\begin{aligned} \psi(r, \eta, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \psi_{00} + \frac{3}{2} \psi_{11} P_1^1 \cos \omega + \frac{5}{2} \psi_{20} P_2^0 + \frac{5}{24} \psi_{22} P_2^2 \cos 2\omega + \right. \\ & \left. + \frac{7}{12} \psi_{31} P_3^1 \cos \omega + \frac{7}{720} \psi_{30} P_3^0 \cos 3\omega \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

現在把方程(9)代入(7)，乘以 $P_n^m(\eta) \cos m\omega$ ，並在整個範圍內對 η ($-1 \leq \eta \leq 1$) 及 ω ($0 \leq \omega \leq 2\pi$)

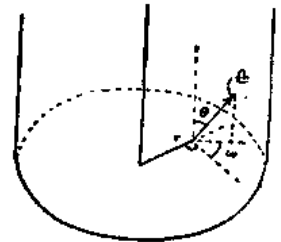


圖6. P_3 計算所用坐標系

求积分。这样可得到矩 $\psi_{li}(r)$ 的六个微分方程。这六个方程可用逐次消去法求解，但这是一个比较费力的方法。然而这个解的形式却可以直接由已被广泛研究过的各向同性散射的解^[9]直接看出。这是因为各向同性及异性情况的联立方程具有相同的数学形式。这种解及所需的所有公式示于附录 A。在绪论中已指出，带各向异性效应的 P_1 近似以前已由弗列克用球谐函数的张量表示法处理过了。

参看附录 A，可以看出， $\frac{1}{r_1}$ 在扩散长度数量级，而 $\frac{1}{r_2}$ 属于平均自由程的数量级，即 $r_1 < r_2$ 。

这样，在远离源处公式主要取决于 r_1 项，因为从物理上看， $\frac{1}{r_1}$ 是由源引起的弛张长度。

对于各向同性散射，我们得到

$$\alpha_0 = 1 - \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{tot}} = \frac{\Sigma_0}{\Sigma_{tot}} = \alpha, \quad \alpha_l = 1, \text{ 对于 } l > 0. \quad (10)$$

函数 $G_n^*(\gamma)$ (见附录 A) 可以化成文献[9]中的 $G_n(\gamma)$ ，这时所得到的解与戴特 (Tait)^[11] 所给的例子完全相同。根据 P_1 近似所取空隙表面的角分布，纽马赫^[7] 已得出空隙内的通量分布。他的公式已列在附录 A 中。可以看到，要应用纽马赫公式，只要给出空隙表面处不同矩 $\psi_{li}(R_2)$ 的值就行了。这些 $\psi_{li}(R_2)$ 的值可由计算介质中的通量得出。

在附录 A 中可见到在介质中 $\psi(r, \eta, \omega)$ 的解包含由边界条件决定的 5 个任意常数 A_2, B_1, B_2, η 和 N ，以及一个由源强决定的归一化因子 A_1 。因此，我们需要 5 个边界条件。可以预料，其中有几个可以用来决定远离棒处的有向通量的性质，而其余的则决定了棒表面处的有向通量。因为我们所得到的的是玻耳兹曼方程的近似解，所以也必须用近似边界条件。否则问题变为条件过多了。

推导出远离棒的边界条件可以用下法进行：通量的普遍解是(见附录 A)

$$\psi_{\omega}(\gamma) = \sum_l A_l I_0(\gamma r) + B_l K_0(\gamma r). \quad (11)$$

此处 I_0 项代表源的影响， K_0 项是棒的扰动。因为我们假设源很远，所以未受扰的源中子项将取 $A_1 I_0(\gamma r)$ 形式，也即有 $A_2 = 0$ 。如上面所指出的，在引进棒后带来的扰动仅包括 K 函数。这样在棒周围通量的最终表式当源很远时是

$$\psi_{\omega} = A_1 I_0(\gamma r) + \sum_l B_l K_0(\gamma r), \quad (12)$$

也即式(11)中 $A_2 = 0$ 情形的通量形式。

用类似的推论可以得出矩 $\psi_{20}, \psi_{22}, \psi_{31}$ 和 ψ_{33} ，这结果就是边界条件 $M = 0$ (因为 $\beta > \gamma$)。

现在除了归一化因子 A_1 外，我们仅剩三个常数需要决定。为此，我们转而考虑棒表面处的有向通量。在这儿，我们在原则上可应用几种边界条件中的一种。最常用的二种边界条件大约是所谓马尔沙克 (Marshak) 和马克条件。其中马尔沙克的条件看来对我们目的更为合适一些，这首先由于这种条件自动满足了由棒进入介质中的中子数为零这一点，其次由于在较低级近似时可以给出较好的结果^[9]，同时马尔沙克的条件应用起来也比较容易。

因此我们选用下式作为边界条件：

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-1}^{+1} P_n^m(\eta) \cos m \omega \psi(R_1, \eta, \omega) d\omega d\eta = 0, \quad (13)$$

$n = \text{奇数}$.

正如预期的那样,式(13)中有三个关系式是恒等式,而另三个关系给出我们所需的边界条件(见附录B). 常数 B_1, B_2 和 N 就由这些条件所决定. 于是我们除差一个归一化因子 A_1 之外,已求出了通量 $\psi_0(r)$ 及有向通量 $\psi(r, \eta, \omega)$. (不论在远离或在棒表面处的边界条件对各向同性及异性散射都是一致的). 然而,正如所指出的那样,在两种情况下常数 γ_i 和 $G_i^*(\gamma_i)$ 的数值是不同的.

对于选择边界条件有关的装置特性,并不因引入空隙而变化,因而这儿的边界条件与没有空隙情况是一样的,此外,我们还要求在空隙和介质内表面上的通量和高次矩项连续. 用 $\psi^*(r, \eta, \omega)$ 表示在空隙上的有向通量,可得

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-1}^{+1} P_n^m \cos m \omega \psi^*(R_1, \eta, \omega) d\omega d\eta = 0 \quad (14)$$

和

$$\psi_{ij}^*(R_2) = \psi_{ij}(R_2). \quad (15)$$

利用和纽马赫推导空隙内通量相似的推论方法,可以证明方程(14)与下式等价:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-1}^{+1} P_n^m \cos m \omega \psi(R_2, \eta, \arcsin(\sin \varphi_0 \cdot \sin \omega)) d\omega d\eta = 0, \quad (16)$$

$n = \text{奇数}$.

于是它给出附录B中用来决定常数 B_1, B_2 和 N 的关系式,由此可以求出有向通量 $\psi(r, \eta, \omega)$. 按照附录A中的公式也可以求出空隙内通量公式中出现的矩 $\psi_{ij}(R_2)$.

另外还有一个条件,这就是进入空隙的净中子流等于棒中所吸收的中子数,但这个条件已隐含在上述各公式中了,这一部分是由于我们采用了马尔沙克边界条件,另外也由于我们所考虑的几何条件,计算结果画在图8和图9中,空隙铝壁的影响没有计入.

结 果

结果都画在图2,3,4,5,8和9中,我们曾试图用反应堆上的普通功率指示仪器去测量中子剂量,以便将各次实验进行统一标定,然而,结果却给出,在所指示的常剂量下,高水箱轴最远的箔片活性有15%的涨落(在这种距离处由不同实验装置而造成的影响已可忽略). 因此我们不得不将所有数值按离轴线13厘米处的数值进行归一化,这些结果的重复校核的结果是很良好的,我们没有得到足够多的数据,因此不能计算标准偏差,我们相信,无论如何,总的确定范围是在图中所标出的数量级上,除了前面已指出铀棒的测量在外.

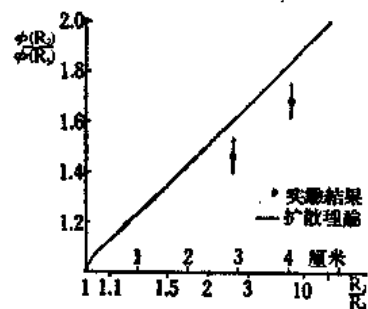


图7. 空隙内 R_1 棒表面上通量比与两者半径比的函数关系. 横坐标的上一行数值给出 $R_2 = 4.3$ 厘米时的空隙宽度

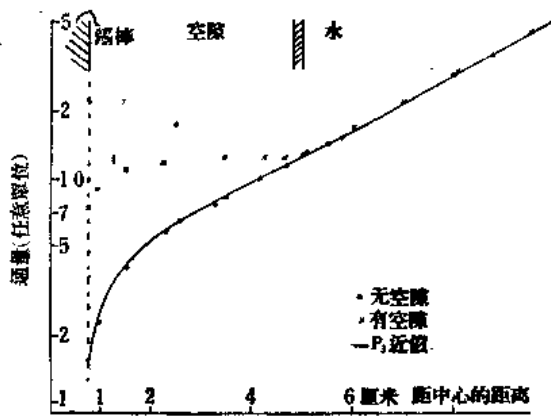


图8. 实验与 P_0 近似的结果

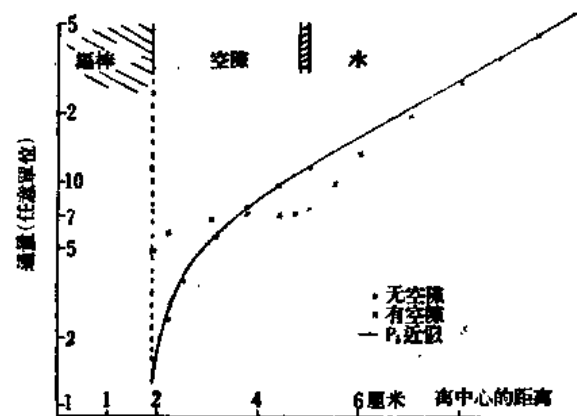


图9. 实验 $R_1 P_0$ 近似结果

由于在黑棒表面的通量性质在实用上可能是很重要的，同时还可能对所用的理论模型的适用限度给出一些启示，因此在下表内我们给出一些合适的数值。

表1 在棒表面处的通量

		P_0 近似	扩散理论	实验结果
有空隙时的表面通量	细棒		6.26	7.38
	粗棒		4.36	4.85
无空隙时的表面通量	细棒	1.42	1.87	1.27
	粗棒	1.26	1.57	1.00
比例 $\frac{\phi_{空}}{\phi_{无空}}$	细棒		3.4	5.8
	粗棒		2.8	4.9

空隙厚度对通量比 $\frac{\phi(R_2)}{\phi(R_1)}$ 的影响对于可能应用到控制棒理论上是很有意义的。

在图7内我们作出了 $\frac{\phi(R_2)}{\phi(R_1)}$ 对 $\frac{R_2}{R_1}$ 的曲线，它是基于 R_2 处扩散型角分布算出的，为了比较起见，我们给出了装置中所采用的相应空隙厚度（对于 $R_2 = 4.8$ ）。

图内同时给出了实验结果。

结 束 语

在黑棒的计算和实验中所得出的结果是：有空隙和无空隙时通量之比相当大，有空隙时梯度减小。

这些事实的结论就是我们可以期望在控制棒周围留出空隙而增加了控制棒的效率，这种效应可由瓦特逊—穆罗 (Watson-Munroe)^[12] 所观察到，他得出的结果表明棒的效率和空气隙厚度有线性关系。

另一结论是在沸水堆中控制棒效率随棒四周的水汽含量而变化。

本文所描述的效应的一种实际应用见这次会议上另一篇文章^[13]。

为了估计我们在近似理论计算中所用的两种模型是否合适,需要更多的实验数据,特别是对于不同扩散介质的数据。然而目前已作出某些结论,虽然扩散近似用于描写整个区内通量是合适的,但对在棒表面所给出通量及梯度近似值则是不好的,对空隙中扩散型计算结果(Bollini, 参考文献[6])与实验数据符合较好的事实表明,在空隙表面采用扩散型通量的假设是合理的,虽然在棒表面通量过低,可能表面各向异性较大,特别对于最细的棒来说更是如此,然而对这种效应作定量解释是困难的,由玻里尼法计算出来的通量最大值小于实验误差,因而不可能作出有关这个效应的任何结论。

在图7中我们画出由扩散理论求得的 $\frac{\phi(R_2)}{\phi(R_1)}$ 对 $\frac{R_2}{R_1}$ 值的曲线,以及实验的结论,也给出了我们的装置中 ($R_2 = 4.8$ 厘米) 相应的空隙厚度,可看出当 $\frac{R_2}{R_1} > 1.05$ 时,此种关系是近乎线性的,理论曲线的总趋势看来是和实验一致的,但由于实验的数据太少不可能得出肯定的结果。

在我们的装置中无空隙情况下,减少外推厚度可以大大改善扩散理论的结果,事实上,在忽略了迁移改正,即用方程(2)代替(3)以后,扩散理论和实验数据符合的程度和 P_3 近似是可以比较的,然而,这完全可能是偶然的侥幸,因为我们只有水内和棒半径变化很小的数据,如果能把这些实验结果推广到对不同介质和棒的半径较大量的变化范围中,看一看是否可能对计算出的外推长度作系统的修正,譬如说,对迁移改正作修正,是一个很有趣的问题,这在控制棒理论的应用中可能是有价值的,因为在计算控制棒的效率时,所用的外推距离经常得出反应度当量比实验数据为低。

在无空隙的情况下,带各向异性效应的 P_3 近似同样也使得对棒表面的通量估计过高,对梯度则估计过低。然而用 P_3 近似与实验结果的符合性比之用迁移修正的扩散理论要好一些。散射的各向异性影响见图10,其中画出了各向同性及异性时 P_3 近似的结果。各向异性的效应是加大了棒附近的通量,随着棒半径的加大,这效应就减小。

从不同截面数据的几个 P_3 近似计算结果里可以看出,所计算的通量分布的精确程度至少在目前受到的限制主要不在于截面数据的误差,而在于 P_3 近似方法本身的误差,至少对不太细的棒是如此。

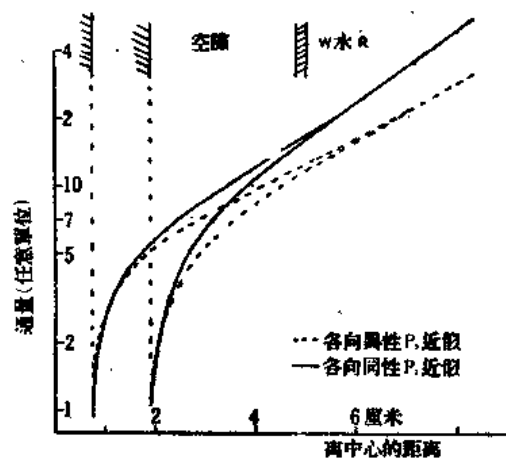


图10. 由 P_3 计算得出散射各向异性的影响

附 註

我们感谢 V. O. 厄利克生 (Eriksen) 先生和弗列克博士对本文结果的启发性讨论的意见。同时也感谢开耳豪 (Keilhau) 先生替我们在挪威国际研究所的 Ferranti Mercury 计算机上拟定了 P_3 近似计算的程序。

参 考 文 献

- [1] Davison, B. and Kushnerik, S. A. MT-214.

- [2] Kushneriuk, S. A. and McKay, C. AECL-137.
 [3] Arnouyal et al. *Journ. Nucl. Energy*, Vol. 6, p. 79. (1957).
 [4] Davison, B. MT-135.
 [5] Mark, J. A. MT-26.
 [6] Bollini, S. P. Levy de and Bollini, C. G. *Journ. Nucl. Energy*, Vol. 5, No. 1, (1957).
 [7] Newmarch, D. A. AERE R/R 2108.
 [8] Døderlein, J. M. JENER Report—to be published.
 [9] Davison, B. Neutron Transport Theory, Oxford (1957).
 [10] Fleck, J. A. BNL Memo 1574.
 [11] J. H. Tait. A/Conf. 1955, Paper No. 433.
 [12] Watson, C. N., Munroe. AECL-160.
 [13] Ager-Hanssen, H. and Døderlein, J. M., A Method for Measuring Steam Voids in Boiling Water Reactor. Paper prepared for this Conference.

附 录 A

在圆柱形几何条件下各向异性散射中 P_3 近似中各个矩 $\psi_{li}(r)$ 的公式:

$$\psi_0(r) = \sum_i^2 A_i I_0(\gamma_i r) + B_i K_0(\gamma_i r),$$

$$\psi_{11}(r) = \sum_i^2 G_i^2(\gamma_i') [A_i I_1(\gamma_i r) - B_i K_1(\gamma_i r)],$$

$$\psi_{00}(r) = -\frac{1}{2} \sum_i^2 G_i^2(\gamma_i') [A_i I_0(\gamma_i r) + B_i K_0(\gamma_i r)] + NK_0(\beta r) + MI_0(\beta r),$$

$$\psi_{22}(r) = 3 \sum_i^2 G_i^2(\gamma_i') [A_i I_2(\gamma_i r) + B_i K_2(\gamma_i r)] + 2MI_2(\beta r) + 2NK_2(\beta r),$$

$$\psi_{11}(r) = -\frac{3}{2} \sum_i^2 G_i^2(\gamma_i') [A_i I_1(\gamma_i r) \div B_i K_1(\gamma_i r)] + \frac{5a_2}{\beta'} [\div MI_1(\beta r) + NK_1(\beta r)],$$

$$\psi_{22}(r) = 15 \sum_i^2 G_i^2(\gamma_i') [A_i I_3(\gamma_i r) \div B_i K_3(\gamma_i r)] + \frac{30a_2}{\beta'} [\div MI_3(\beta r) + NK_3(\beta r)].$$

这几 γ_i' 是下述方程的正根 ($\gamma_1' < \gamma_2'$):

$$\gamma'^4 \div \frac{35a_2a_3 + 28a_0a_3 + 27a_0a_1}{9} \gamma'^2 + \frac{35}{3} a_0 a_1 a_2 a_3 = 0.$$

和

$$\gamma_i = \sum_{tot} \gamma_i'.$$

在方程 3 中 $\overline{P_1(\mu_0)}$ 是

$$\overline{P_0(\mu_0)} = 1. \quad \overline{P_1(\mu_0)} = \overline{\mu_0} = \frac{2}{3A}. \quad \overline{P_2(\mu_0)} = \frac{1}{2} (3\overline{\mu_0^2} \div 1) \quad \overline{P_3(\mu_0)} = 0.$$

$$\overline{\mu_0^2} = \frac{1}{4} (3 \div A^2) + \frac{1}{8} \frac{(A^2 \div 1)^2}{A} \ln \frac{A+1}{A \div 1}.$$

其中 A 是散射分子的有效质量。当讨论热中子时, 分子的束缚能量放在求 A 的数值中去考虑。

附 录 B

由方程(13)(无空隙)得到的边界条件是

$$\psi_{00} + 2\psi_{11} - \frac{5}{8}\psi_{20} + \frac{5}{16}\psi_{22} = 0,$$

$$\psi_{00} + \frac{35}{4}\psi_{20} - \frac{5}{24}\psi_{22} + \frac{16}{3}\psi_{31} = 0,$$

$$\psi_{00} - \frac{5}{4}\psi_{20} - \frac{15}{8}\psi_{22} - \frac{8}{15}\psi_{33} = 0.$$

这儿 ψ_{ij} 指在棒表面处的值, 即 $\psi_{ij} = \psi_{ij}(R_1)$.

由方程(16)(有空隙时)得到的边界条件是

$$\psi_{00} + \frac{8}{\pi} I_{11} \psi_{11} - \frac{5}{8} \psi_{20} + \frac{15}{16} I_{12} \psi_{20} + \frac{28}{45\pi} I_{13} \psi_{33} = 0,$$

$$\psi_{00} + \frac{35}{4} \psi_{20} - \frac{5}{8} I_{12} \psi_{20} + \frac{64}{3\pi} I_{11} \psi_{11} - \frac{64}{45\pi} I_{13} \psi_{33} = 0,$$

$$\psi_{00} - \frac{128}{5\pi} I_{31} \psi_{31} - \frac{5}{4} \psi_{20} - \frac{75}{24} I_{32} \psi_{22} + \frac{128}{15\pi} I_{31} \psi_{31} - \frac{32}{15\pi} I_{33} \psi_{22} = 0.$$

这儿 ψ_{ij} 取空隙-介质内表面处的值, 即 $\psi_{ij} = \psi_{ij}(R_2)$. I_{mn} 是

$$I_{mn} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos m\omega \cos n[\arcsin(\sin\varphi_0 \sin\omega)] d\omega,$$

$$\beta' = \sqrt{7\alpha_2\alpha_3}, \quad \beta = \Sigma_{\text{roc}} \cdot \beta'.$$

函数 $G_i^*(\gamma)$ 可由循环表式来决定. 我们这儿只给出头三项:

$$G_1^*(\gamma) = -\frac{\alpha_0}{\gamma} \quad G_2^*(\gamma) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\alpha_0\alpha_1}{\gamma^2}.$$

$$G_3^*(\gamma) = \frac{5\alpha_2 + 4\alpha_0}{6\gamma} - \frac{5}{2} \frac{\alpha_0\alpha_1\alpha_2}{\gamma^3}.$$

在空隙中纽曼关于通量的表式如下 (P_3 近似):

$$\text{令} \quad \sin\varphi_0 = \frac{R_1}{R_2} \quad \sin\phi = \frac{R_1}{r} \quad \frac{r}{R} = \sin\delta = \frac{\sin\phi_0}{\sin\phi}.$$

$$\begin{aligned} \text{可得} \quad \psi_{00}^s(r) = & \psi_{00}(R_2) \left(1 - \frac{\phi}{\pi}\right) - \psi_{11}(R_2) \frac{3}{4} \left[2E\left(\sin\delta, \frac{\pi}{2}\right) - E(\sin\delta, \phi)\right] \\ & + \psi_{22}(R_2) \frac{5}{6\pi} [(\pi - \varphi) \cos^2\delta - \sin\varphi_0 \sin\delta \cos\varphi] - \psi_{31}(R_2) \frac{7}{64} \left[2E\left(\sin\delta, \frac{\pi}{2}\right) \right. \\ & \left. - E(\sin\delta, \varphi)\right] - \frac{7}{128} \psi_{33}(R_2) \left[\frac{2}{3}(7 - 8\sin^2\delta) E\left(\sin\delta, \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{3}(7 - 8\sin^2\delta) \right. \\ & \left. E(\sin\delta, \varphi) - \frac{8}{3} \cos^2\delta \cdot F\left(\sin\delta, \frac{\pi}{2}\right) + \frac{4}{3} \cos^2\delta F(\sin\delta, \varphi) - \frac{4}{3} \sin\varphi_0 \right. \\ & \left. \sin\delta \cos\varphi_0 \cos\varphi\right]. \end{aligned}$$

这儿 E 和 F 是椭圆积分:

$$E(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi,$$

$$F(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}^{-1} \, d\varphi.$$

附 录 C

这里给出我们计算过程中所用的一些常数的值:

$$\begin{aligned} \text{H}_2\text{O:} \quad & \Sigma_a = 0.02 \text{ 厘米}^{-1}, & \Sigma_{tr} &= 2.08 \text{ 厘米}^{-1}, \\ & \Sigma_s = 3.16 \text{ 厘米}^{-1}, & \Sigma_{tot} &= 3.18 \text{ 厘米}^{-1}, \\ & \bar{\mu}_0 = 0.34, & L &= 2.84 \text{ 厘米, (扩散长度)}, \\ & A = 1.96 \text{ (有效分子质量)}. \end{aligned}$$

所有这些常数是由几个最近材料上综合选定的,并非某些专门实验的结果.

(飞跃译, 和平校)

在铍和氧化铍中接近热平衡时中子的慢化*

柯塞利 (L. S. Kothari), 新威 (K. S. Singwi)

1. 导 言

在接近热平衡时中子慢化的研究是有特殊重要性的, 它帮助我们了解热中子和点阵振动间的相互作用。接近热平衡时, 中子的能量比任何固体减速剂的德拜温度所相当的能量要小得多。很明显, 固体的气体模型是不适合研究这类问题的。我们必须使用一个较真实的固体模型。

在慢化的最后阶段, 中子能量的分布以一定的弛豫时间指数地接近平衡。在本文中我们所感兴趣的就是这个弛豫时间。应用德拜固体模型, 作者(Kothari 和 Singwi, 1957) 早已计算过在室温下铍的弛豫时间。这个计算后来由 Bhandari (1957) 所修正。近来 Bhandari 等同样计算过在室温下氧化铍的一些数量。这些弛豫时间 ($\tau_{Be} = 28$ 微秒, $\tau_{BeO} = 67$ 微秒) 可以和在气体模型下的计算值比较 ($\tau_{Be}(\text{气}) = 21$ 微秒, $\tau_{BeO}(\text{气}) = 31$ 微秒)。

近几年来, 脉冲中子技术已被用以测定与弛豫时间 τ 有关的“扩散冷却常数”。Iyengar 等 (1957) 对氧化铍弛豫时间的测量大约是计算值的三倍。同样, 如果应用安东诺夫 (Antonov) 等 (1956) 对铍的扩散冷却常数 C 的实验值, 我们得到的弛豫时间也大于计算值。

这篇文章的目的是说明理论和实验间底差别是由于使用了一个 C 和 τ 间的不正确关系。本文中所给出的正确的关系中包含一个函数, 它灵敏地依赖于迁移平均自由程 $\lambda_r(E)$ 内中子能的变化。无论 C 的实验值如何精确, 都不可能正确地决定 τ , 除非计算作为中子能量函数的 $\lambda_r(E)$ 有足够的精确度。

引用较明显的在弛豫时间上晶体结合效应, 在我们下面的计算中对于铍在 100°K 时有 $\tau = 400$ 微秒, 它比室温下的值大一个数量级。

2. 数 学 公 式

在目前计算中, 我们假定在慢化的所有阶段中子能量都保持麦克斯韦分布。在无吸收的无限系集中, 这是一个真实的近似, 显然对中子温度 T , 不会远离平衡温度。中子温度变化率由下式给出:

* “第二届和平利用原子能国际会议文献”编号 A/CONF. 15/P/1639, 印度, 原文为英文。

$$-\frac{dT_0}{dt} = \frac{2}{3} f(T_0), \quad (1)$$

这里

$$f(T_0) = \frac{1}{R_0} \left(\frac{2}{m_0}\right)^{1/2} \int_0^\infty \int_0^\infty \Sigma(E \rightarrow E') (E - E') E'^{1/2} M(E) dE dE', \quad (2)$$

$\Sigma(E \rightarrow E')$ 是对于中子的初能量 E 到终能量 E' 的宏观散射截面, $M(E)$ 是麦克斯韦分布函数, R_0 和 m_0 分别为玻耳兹曼常数和中子质量. 知道了 $\Sigma(E \rightarrow E')$, 就能够在数值上求出 $f(T_0)$. 接近平衡温度 T_{eq} [T_{eq} 由关系 $f(T_{eq}) = 0$ 定义] 时, 这个函数的斜率 γ 与弛豫时间 τ 的关系用下式表示:

$$\tau = 3/2\gamma. \quad (3)$$

这个关系已被作者用以计算铍和氧化铍的 τ .

它是很重要的, 表示在接近平衡时 $f(T_0)$ 是二个几乎相等项的差, 在它的求值中误差将很大. 如果 $f(T_0)$ 对 T_0 而言是线性的, 以致中子温度大大超过平衡温度, 这时 τ 的误差较小. 无论如何, 如果 $f(T_0)$ 直到温度很接近 T_{eq} 时还不成为线性的, τ 的误差就会大. 在这种情况下, 最好应用微差法进行 (Nelkin, 1958).

在无穷系集中能量为 E 的中子数 $n(E, t)$ 的变化率由下式给出:

$$\frac{dn(E, t)}{dt} = \int_0^\infty \Sigma(E \rightarrow E') v' n(E', t) dE' - v n(E, t) \int_0^\infty \Sigma(E \rightarrow E') dE'. \quad (4)$$

前面我们取 $n(E, t)$ 在温度 $T_0(t)$ 时是按麦氏分布的. 方程两边乘以 E , 并对 E 积分, 我们得到下面的简化式:

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dt} (1 - \beta)^{-1} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} v_0 M_2 \beta + O(\beta^2), \quad (5)$$

这里

$$\beta(t) = 1 - \frac{T}{T_0(t)}, \quad (6)$$

$$M_2 = \frac{1}{(R_0 T)^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \Sigma(E \rightarrow E') (E - E')^2 E e^{-E/R_0 T} dE dE' \quad (7)$$

和

$$v_0 = (2R_0 T / m_0)^{1/2}.$$

对小的 β 值, 式(5)给出

$$T_0 = T(1 + e^{-t/\tau}), \quad (8)$$

这里

$$\tau = \frac{3\sqrt{\pi}}{2v_0 M_2}. \quad (9)$$

知道了 $\Sigma(E \rightarrow E')$, 我们就能求出 M_2 , 因而求出 τ .

在实验上, 弛豫时间应用下列关系表示的扩散冷却常数的数值来决定 (Iyenger 等, 1957):

$$\tau = \frac{6C}{\bar{D}_0}, \quad (10)$$

这里 \bar{D}_0 是扩散系数的平均值, 实验上的测定使用脉冲中子实验. Nelkin (1958) 曾经指出, 如果我们设 λ , 随着能量 E 改变 (这里 α 是一个自由参数), 那么, C 和 τ 的正确关系是