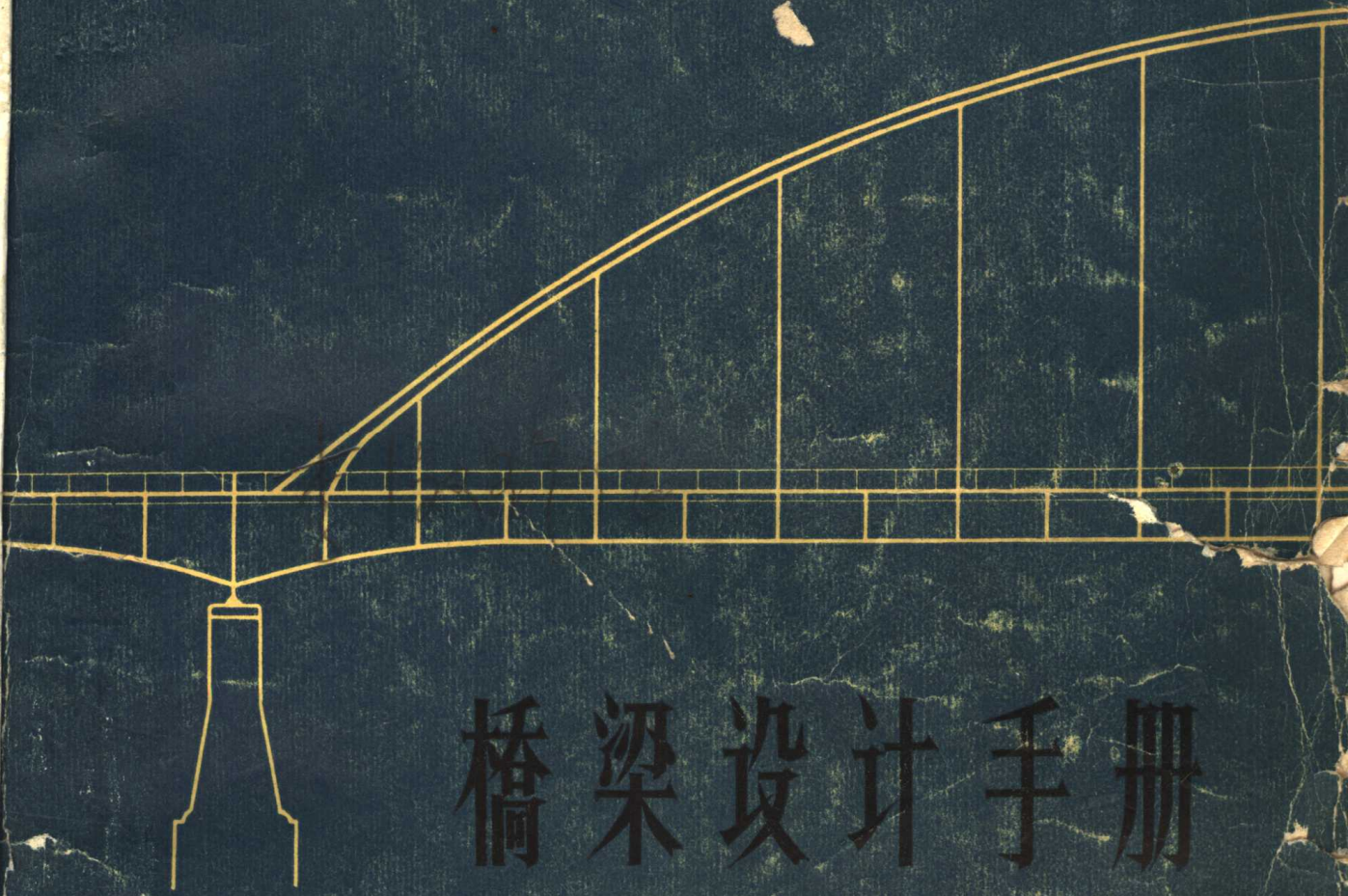


铁道部大桥工程局编



桥梁设计手册

上海科学技术出版社

桥梁设计手册

(第二版)

铁道部大桥工程局 编

上海科学技术出版社

014292

內 容 提 要

本手册为“桥梁設計手册”的增訂版，分为一般資料、設計規定、水文、工程地质、基础、圬工結構、鋼結構、施工組織、施工机具等九章。增訂后的內容已較旧版更臻完备，除已加入“工程地质”一章外，其他各章亦均有大量增补，便于提高設計效率，省略繁复的計算工作。

本手册可供铁路、公路及城市桥梁工程人員参考之用。

桥梁設計手册(第二版)

铁道部大桥工程局 編

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海市印刷三厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/16 印張 34 12/16 插頁 1 排版字数 677,000

1959年1月第1版印1次印1,500册(精装本)

1963年6月第2版 1963年6月第1次印刷 印数1—1,200

統一书号 15119·1723 定价(十二) 3.95 元

9112-110

二 版 前 言

为了适应桥梁设计工作的需要,加速设计任务的进度,我局曾经抽调一部分设计力量,汇集有关参考资料,编成桥梁设计手册于1959年出版,供设计者之参考。三年来又从各个方面搜集资料,在原有基础上加以订正和补充,重新编排出版,以期更能满足上述要求。但因限于编写者的技术水平,漏误之处仍所难免,尚望读者随时指正。

铁道部大桥工程局

1962年7月于武汉市

KAT 13/03

目 录

第一章 一般資料

1-1	度量衡換算表	1
1-2	数学公式及用表	4
1-3	常用常数数值表	21
1-4	各种物质的綫脹系数(α)表	21
1-5	一些材料的 E 、 G 和 μ 的平均值	22
1-6	常用几何体的体积、表面积、側面积及重心	23
1-7	各种截面的面积、重心位置、慣性矩及回轉半徑	27
1-8	各种简单梁的支点反力、剪力、力矩、撓度及傾斜角度	38
1-9	連續梁影响綫計算表	45
1-10	采用系数計算不等跨連續梁中間支点力矩影响綫	66
1-11	常用剛架公式	72
1-12	双向版的計算	84
1-13	变截面梁的傳遞系数及剛度	89
1-14	圓环結構受力、受力矩的应力計算及变位計算	110
1-15	当荷載垂直作用于杆件平面时环杆的内力和位移	114
1-16	变慣性矩压杆的換算长度系数 μ 值	119
1-17	杆件扭轉时的应力和扭轉角計算公式	122

第二章 設計規定

2-1	有关的綫路設計规范	129
2-2	标准軌距铁路桥梁建筑限界	135
2-3	各种載重的軸距与軸重表	136
2-4	各种載重的換算均匀載重表	137
2-5	中-10 級換算均匀載重曲綫	138
2-6	各种載重折合(中)載重的相当級数表	144

2-7	公路桥面限界資料	145
2-8	公路汽車行列荷載及履帶荷載	146
2-9	一行汽-18及汽-10級汽車或一行 T-13 及 T-11 級電車行列的等代荷載表	147
2-10	一輛拖-80、拖-60 及拖-30 級履帶荷載的等代荷載表	152
2-11	風力等級表	154
2-12	地震烈度等級表	155
2-13	地震區橋梁設計資料	156
2-14	蘇聯通航河流等級表	161
2-15	蘇聯通航淨空表	162
2-16	全國天然、渠化河流和人工運河暫行通航標準(草案)	163
2-17	拱橋通航淨空尺度暫行規定表	164

第三章 水 文

3-1	鐵路永久性水工建築物水流容許流速暫行標準	165
3-2	天然河流粗糙係數表	170
3-3	頻率計算	171
3-4	皮爾遜 III 型頻率曲線離均係數 ϕ 值表	178
3-5	克里茨基-曼開里頻率曲線 K 值表	181
3-6	航行水位計算法	190
3-7	一般沖刷深度計算曲線圖	193
3-8	局部沖刷計算	196
3-9	波浪高度計算	201
3-10	邊坡波浪侵襲高度計算	206
3-11	導流堤形式及尺寸計算	208
3-12	調節建築物沖刷計算	211

第四章 工程地質

4-1	地質時代表	213
4-2	土壤分類表	214
4-3	土壤工程分類及其強度係數表	215
4-4	土工常用指標換算公式表	219
4-5	各種土壤單位重量及摩擦角係數表	220

4-6	岩石分类及工程地质特征	221
4-7	岩石透水性能分类表	224
4-8	土壤渗透系数表	224
4-9	混凝土环境水侵蚀性标准	225
4-10	岩层走向与剖面夹角不同的倾角换算表	230

第五章 基 础

5-1	土压力计算公式	231
5-2	土壤容许承载力	236
5-3	桥基坑涌水量计算	238
5-4	各式沉井检算数据表	241
5-5	沉井平面多孔矩形刚架检算数据表	243
5-6	钢筋混凝土方桩参考资料	248
5-7	钢筋混凝土管桩参考资料	258
5-8	钢筋混凝土管柱参考资料	260
5-9	钢筋混凝土管桩一点装吊最大应力数据表	262
5-10	管桩及管柱钻孔强度曲线	263
5-11	墩台圆形基础固着力计算用表	273
5-12	高桩承台的计算	276
5-13	开口沉井的设计	285
5-14	气压沉箱的设计	289
5-15	围堰板壁在三角形荷载下的力矩及支点反力	293

第六章 圬工结构

6-1	石料规格	295
6-2	石料的一般规定	296
6-3	桥墩截面面积与截面模量	297
6-4	桥墩设计资料表	299
6-5	预应力钢筋混凝土梁圆端形桥墩 $l_p = 19.8 \sim 31.7$ 米顶帽构造图	301
6-6	桥台后的水平土压力	302
6-7	桥台后破坏棱体上活载引起的水平土压力	307
6-8	道碴桥面钢筋混凝土梁 (Ct.5) 设计资料表	314

6-9	道碴桥面鋼筋混凝土梁 (Cr.3) 設計資料表	318
6-10	預应力鋼筋混凝土梁設計資料表	322
6-11	石砌拱桥設計資料表	324
6-12	53米鋼筋混凝土拱桥尺寸与工程材料数量	325
6-13	88米鋼筋混凝土拱桥尺寸与工程材料数量	326
6-14	125 米鋼筋混凝土拱桥尺寸与工程材料数量	327
6-15	各种圪工截面偏心受压計算	328
6-16	各种鋼筋混凝土构件截面偏心受压計算	337
6-17	鋼筋混凝土偏心受压杆件截面的法向应力計算	348
6-18	鋼筋混凝土梁計算	356
6-19	圓鋼筋及螺紋鋼筋的重量与面积	366

第七章 鋼 結 构

7-1	铆釘及螺栓符号	367
7-2	焊縫符号及其規定注法	368
7-3	铆釘强度及釘孔削弱面积表	370
7-4	現有模样铆釘距图	372
7-5	角鋼、工字鋼及槽鋼釘綫排列及釘孔尺寸表	374
7-6	选择铆釘杆长度用表	377
7-7	半圓头铆釘、半埋头铆釘及埋头铆釘标准尺寸表	379
7-8	六角头螺栓及螺帽的主要尺寸表	381
7-9	螺栓重量表	385
7-10	垫圈尺寸及重量表	386
7-11	軋制圓鋼、方鋼及扁鋼的标准尺寸及重量表	387
7-12	軋制等边角鋼、不等边角鋼、工字鋼及槽鋼的标准尺寸及重量表	391
7-13	軋制厚鋼板、寬扁鋼及热軋薄鋼板的标准尺寸及重量	402
7-14	各种鋼軌的尺寸、重量及参考数值	405
7-15	各种热軋碳素鋼及低合金鋼的物理性质和化学成分	406
7-16	結構的杆件截面模量快速近似計算法	408
7-17	用理論公式估計鋼桁梁重量	409
7-18	大跨度鋼桁梁构造系数与建筑系数統計表	411
7-19	上承及下承鋼板梁簡图	412
7-20	上承铆接鋼板梁設計資料表	414

7-21	上承焊接鋼鈹梁設計資料表	416
7-22	曲綫上用上承鉚接鋼鈹梁設計資料表	417
7-23	下承鉚接鋼鈹梁設計資料表	418
7-24	鋼筋混凝土版与鋼鈹梁結合梁設計資料表	419
7-25	单綫上承鉚接鋼桁梁設計資料表	420
7-26	单綫鉚焊鋼桁梁設計資料表	422
7-27	上承多腹杆式鋼桁梁設計資料表	424
7-28	双綫三跨連續下承鉚接鋼桁梁設計資料表	424
7-29	单綫下承鉚接及鉚焊鋼桁梁設計資料表	426
7-30	双綫鉚接鋼桁梁設計資料表	428
7-31	双綫下承鉚接及鉚焊鋼桁梁設計資料表	430
7-32	公路铁路两用鋼桁梁設計資料表	432
7-33	64米双綫公路铁路两用下承鋼桁梁設計資料表	434
7-34	4×80米双綫四跨連續鋼桁梁設計資料表	435
7-35	3×128米公路铁路两用三跨連續鋼桁梁設計資料表	436
7-36	鋼梁桁架腹杆在桁架平面內的纵向撓曲	437

第八章 施工組織

8-1	桩錘类型选择資料	441
8-2	震动打桩机选择的参考条件	443
8-3	鋼圍圀形式示意图	445
8-4	φ1.55米管柱鋼圍圀鋼料重量估算資料	447
8-5	66米下承鋼桁梁三孔連續拖拉主要数据	448
8-6	66米上承鋼桁梁悬臂安装主要数据	449
8-7	7孔60.5米公路铁路两用鋼桁梁悬臂安装主要数据	450
8-8	44米結合鈹梁两孔連續拖拉主要数据	451
8-9	錨碇和拖輪計算公式	452
8-10	船舶稳定檢算	455
8-11	滑輪組的計算	457
8-12	悬索的計算公式	459
8-13	水泵的选择	462

第九章 施工机具

9-1	75吨吊船构造简图	471
9-2	30吨吊船简图及起重曲线图	472
9-3	ДК-35型吊机技术规格	474
9-4	УМК-1 型吊机技术规格	475
9-5	ГМК-20 型吊机技术规格	476
9-6	УКС-30 及 УКС-31 型冲击式钻机技术规格	478
9-7	КС-У 及 КС-3 浮箱技术规格	480
9-8	40~80吨双臂架桥机主要尺寸及性能	481
9-9	130 吨双臂架桥机主要尺寸及性能	483
9-10	油压千斤顶主要规格	485
9-11	预应力钢筋混凝土梁用张拉式油压千斤顶规格	486
9-12	履带吊机技术规格	487
9-13	СК-25 内燃电动轨道吊机技术性能	489
9-14	各型震动打桩机技术规格	490
9-15	万能打桩机技术规格	491
9-16	柴油打桩机技术规格	492
9-17	苏联汽锤技术规格	493
9-18	麦克泰莱 (McK. TERRY) 复打汽锤技术规格	494
9-19	各种手摇及电动卷扬机技术规格	497
9-20	茨尼式小台车技术特征	498
9-21	钢丝绳、麻绳、普通锚链、军舰用锚碇及其锚链的规格	499
9-22	空气吸泥机简图	501
9-23	钢钎桩尺寸及重量表	502
9-24	万能杆件 (УПК-М)	503

1-1 度量衡换算表

长度换算表

表一

米	碼	呎	吋
1	1.0936	3.2809	39.3701
0.9144	1	3	36
0.3048	0.3333	1	12
0.0254	0.0278	0.0833	1

面积换算表

表二

厘米 ²	吋 ²	米 ²	呎 ²	碼 ²	公里 ²	英亩	哩 ²	公頃
1	0.1550	1	10.7642	1.1960	1	247.1	0.3861	100
6.4516	1	0.0929	1	0.1111	0.0040	1	0.0016	0.4047
		0.8361	9	1	2.590	640	1	259
					0.010	2.4711	0.0039	1

体积换算表

表三

升	呎 ³	美加侖	英加侖	碼 ³	桶(石油)
1	0.03532	0.264	0.220	0.0013	0.0063
28.3168	1	7.479	6.224	0.037	0.1776
3.785	0.134	1	0.833	0.0049	0.0238
4.544	0.161	1.2	1	0.0059	0.0286
764.553	27	201.96	168.15	1	4.808
158.76	5.628	42	35	0.2079	1

重量换算表

表四

公斤	俄斤	磅	吨(1000公斤)	长吨(2240磅)	短吨(2000磅)
1	2.442	2.2046	1	0.9842	1.1023
0.4095	1	0.9028	1,0161	1	1.120
0.4536	1.1076	1	0.9072	0.8929	1

单位长度重量换算表

表五

公斤/厘米	吨/米	磅/吋	磅/呎
1	0.1	5.5997	67.1968
10	1	55.9974	671.968
0.17858	0.01786	1	12
0.01488	0.00149	0.0833	1

单位体积重量换算表

表六

公斤/厘米 ³	吨/米 ³	磅/吋 ³	磅/呎 ³
1	10 ³	36.127	62427.78
0.001	1	0.03613	62.4277
0.0276	27.688	1	1728
1.602 × 10 ⁻⁵	0.01602	5.787 × 10 ⁻⁴	1

单位面积重量压力换算表

表七

公斤/毫米 ²	公斤/米 ²	呷/吋 ²	磅/吋 ²	磅/呎 ²	大气压	水银柱高		水柱高	
						厘米	吋	厘米	呎
1	10 ⁶ 1	1	1.422×10 ⁻³ 0.0625	0.2048	9.678×10 ⁻⁵		2.896×10 ⁻³	3.281×10 ⁻³	
	703.1		1		0.068		2.036	2.307	
	4.883		6.945×10 ⁻³	1				0.01602	
	10333		14.70	2116.8	1	76	29.92	33.90	
	136		0.1934	27.85	0.01316	1		0.4461	
	345.3		0.4912	70.73	0.03342		1	1.133	
	10		0.01422	2.048	9.678×10 ⁻⁴		0.02896	0.03281	1
	304.8		0.4335	62.43	0.0295		0.8826	1	

速度换算表

表八

厘米/秒	米/秒	米/分	公里/分	公里/小时	呎/秒	呎/分	哩/分	哩/小时	哩/小时
1	1	0.6		0.036	0.03281	1.969	3.728×10 ⁻⁴	0.02237	
		60		3.6	3.281	196.8	0.03728	2.237	
1.667		1		0.06	0.05468	3.281		0.03728	
27.78		16.67		1	0.9113	54.68		0.6214	0.5396
30.48		18.29		1.097	1		0.01136	0.6818	0.5921
2682			1.609		88		1	60	
44.70		26.82		1.609	1.467	88		1	0.8684

加速度换算表 表九

转动速度换算表 表十

转动加速度换算表 表十一

1厘米/秒 ² = 0.03281呎/秒 ²
1呎/秒 ² = 30.48厘米/秒 ²

度/秒	1	57.30	360	6
弧度/秒	0.01745	1	6.283	0.1047
周/分	0.002778	0.1592	1	0.01667
周/秒	0.1667	9.549	60	1

弧度/秒 ²	周/秒 ²	周/分 ²
1	0.1592	573
6.283	1	3600
1.745×10 ⁻³	2.778×10 ⁻⁴	1

功率换算表

表十二

呎-磅/秒	呎-磅/分	瓦特	呎	馬力*	公制热单位/分 kcal/min	英制热单位/分 B.T.U./min
1			1.356×10 ⁻³	1.818×10 ⁻³	1.945×10 ⁻²	7.717×10 ⁻²
0.7376	44.26	1	10 ⁻³	1.341×10 ⁻³	0.01434	0.05692
737.6	4.425×10 ⁴	10 ³	1	1.341	14.34	56.92
550	33000	745.7	0.7457	1	10.70	42.44
51.43			0.06972	0.09351	1	
12.96		17.57	0.01757	0.02356		1

* 1馬力=1.014公制馬力

能量与热量换算表

表十三

公斤-米	呎-磅	瓦-小时	厨-小时	馬力-小时	公制热单位 kcal	英制热单位 B.T.U.
0.1383	1		3.766×10^{-7}	5.050×10^{-7}	3.241×10^{-4}	1.286×10^{-3}
367.1	2655	1	10^{-3}	1.341×10^{-3}	0.8605	3.415
3.671×10^5	2.655×10^6		1	1.341	860.5	3415
2.737×10^5	1.98×10^6		0.7457	1	641.7	2547
	3086		1.162×10^{-3}	1.558×10^{-3}	1	3.968
107.5	777.5		2.928×10^{-4}	3.927×10^{-4}	0.2520	1

流量换算表

表十四

厘米 ³ /秒	升/秒	米 ³ /分	美加侖/秒	美加侖/分	呎 ³ /秒	呎 ³ /分	呎 ³ /小时	碼 ³ /分
		1	4.403		0.5886			
	0.063308			1	2.228×10^{-3}		8.0208	
472	0.4720		0.1247	448.831	1			
	12.74		3.367		0.45	1		1
1 磅水/分 = 2.67×10^{-4} 呎 ³ /秒		1 吨(短)水/24 小时 = 83.333 磅水/小时						
1 呎 ³ /秒 = 0.646317 百万美加侖/24 小时		1 吨(短)水/24 小时 = 0.16643 美加侖/分						
1 百万美加侖/24 小时 = 1.54723 呎 ³ /秒		1 吨(短)水/24 小时 = 1.3349 呎 ³ /小时						

1-2 数学公式及用表

(1) 级数、无限级数及函数的展开式

1. 等差级数 $a + (a+d) + (a+2d) + \dots + [a + (n-1)d]$

$$= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$
2. 等比级数 $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a \frac{r^n - 1}{r - 1}$
3. $(a+x)^m = a^m + ma^{m-1}x + \dots$

$$+ \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} a^{m-n}x^n + \dots \quad (-|a| < x < |a|)$$
4. $a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \dots + \frac{(x \ln a)^n}{n!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
5. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
6. $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
7. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
8. $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$
9. $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} - \left\{ \frac{x}{3} + \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} + \frac{x^7}{4725} + \dots \right\} \quad (-\pi < x < \pi)$
10. $\sin^{-1} x = x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 + \dots$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)(2n+1)} + \dots \quad (-1 < x < 1)$$
11. $\operatorname{tg}^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$
12. $\sinh x = \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
13. $\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$
14. $\operatorname{tgh} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$

$$15. \operatorname{ctgh} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots \quad (-\pi < x < \pi)$$

$$16. \sinh^{-1} x = x - \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \\ + (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)(2n+1)} + \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$17. \operatorname{cosh}^{-1} x = \pm \left[\ln(2x) - \frac{1}{2 \cdot 2x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6x^6} - \dots \right] \quad (x > 1)$$

$$18. \operatorname{tgh}^{-1} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \quad (-1 < x < 1)$$

$$19. \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$20. \ln x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{2n+1} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2n+1} + \dots \right] \quad (x > 0)$$

$$21. \ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \right] \quad (-1 < x < 1)$$

$$22. \ln \frac{x+1}{x-1} = 2 \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} + \dots \right] \quad (x < -1, x > 1)$$

(2) 三角函数公式

1. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$
2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
3. $\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$
4. $\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$
5. $\sin 4\alpha = 2\sin 2\alpha \cos 2\alpha$
6. $\cos 4\alpha = 1 - 8\cos^2 \alpha + 8\cos^4 \alpha$
7. $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$
8. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$
9. $\sin^3 \alpha = \frac{1}{4}(3\sin \alpha - \sin 3\alpha)$
10. $\cos^3 \alpha = \frac{1}{4}(3\cos \alpha + \cos 3\alpha)$
11. $\sin^4 \alpha = \frac{1}{8}(3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha)$
12. $\cos^4 \alpha = \frac{1}{8}(3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha)$
13. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

$$14. \operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1 - 3\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$15. \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$$

$$16. \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

$$17. \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

$$18. \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \mp 1}{\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha}$$

$$19. \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$20. \sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$21. \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$22. \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$23. \operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$24. \operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$25. \sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$26. \cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$27. \sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

(3) 积分公式

I 代数函数积分公式

$$1. \int dx = x$$

$$2. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

($n \neq -1$)

$$3. \int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$4. \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$5. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} = \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{tgh}^{-1} \frac{x}{a} & (|x| < 1) \\ \frac{1}{a} \operatorname{ctgh}^{-1} \frac{x}{a} & (|x| > 1) \end{cases}$$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) = \sinh^{-1} \frac{x}{a}$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) = \cosh^{-1} \frac{x}{a}$
9. $\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{(n+1)a} (ax + b)^{n+1} \quad (n \neq -1)$
10. $\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln(ax + b)$
11. $\int \frac{dx}{(ax + b)^n} = -\frac{1}{(n-1)a(ax + b)^{n-1}} \quad (n \neq 1)$
12. $\int \frac{dx}{ax^2 + b} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{\frac{a}{b}} x \quad (ab > 0)$
13. $\int \frac{dx}{ax^2 - b} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{ab} - ax}{\sqrt{ab} + ax} \quad (ab > 0)$
14. $\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{a-b} \ln \frac{x+b}{x+a} \quad (a \neq b)$
15. $\int \frac{dx}{a + bx + cx^2} = -\frac{2}{b + 2cx} \quad (q = b^2 - 4ac = 0)$
 $= \frac{1}{\sqrt{q}} \ln \left(\frac{b + 2cx - \sqrt{q}}{b + 2cx + \sqrt{q}} \right) \quad (q > 0)$
 $= \frac{2}{\sqrt{-q}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{b + 2cx}{\sqrt{-q}} \quad (q < 0)$
16. $\int \frac{Mx + N}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{M}{2a} \ln(ax^2 + bx + c) + \frac{2aN - Mb}{2a} \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$
17. $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^n} = \frac{2ax + b}{(n-1)(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)^{n-1}} + \frac{2(2n-3)a}{(n-1)(4ac - b^2)} \int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}} \quad (n \neq 1)$
18. $\int \sqrt{ax + b} dx = \frac{2}{3a} (\sqrt{ax + b})^3$
19. $\int \sqrt[n]{ax + b} dx = \frac{n}{(n+1)a} (\sqrt[n]{ax + b})^{n+1}$
20. $\int (\sqrt[n]{ax + b})^m dx = \frac{n}{(n+m)a} (\sqrt[n]{ax + b})^{n+m}$
21. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b}$
22. $\int \frac{dx}{\sqrt[n]{ax + b}} = \frac{n}{(n-1)a} (\sqrt[n]{ax + b})^{n-1}$
23. $\int \frac{dx}{(\sqrt[n]{ax + b})^m} = \frac{n}{(n-m)a} (\sqrt[n]{ax + b})^{n-m}$