

高等学校試用教科書



水 力 学

SHUILIXUE

下 册

清华大学水利工程系水力学教研组編

人民教育出版社

高等學校通用教科書



水 力 学

SHUILIXUE

下 册

清华大学水利工程系水力学教研组编

人民教育出版社

本书是清华大学水利工程系水力学教研組編写的。全书分上、中、下三册，上册系清华大学原編的“~~工程水力学~~水力学”上册（1959年由原高等教育出版社出版），中、下册系新編。全书于1961年4月間經过华东水利学院、清华大学、武汉水利电力学院、大連工学院、成都工学院、天津大学、华中工学院及南京工学院等校水力学教研組的有关教师略加补充修改后而出版的。

上册内容包括：液体的主要物理性质，水流运动概論，液体静止的原理，液体运动的原理，水流阻力与水头損失，輸水管道的水力計算，明槽水流及明槽的輸水能力，泄水建筑物的过水能力。

中册内容包括：水工建筑物下游的水流銜接与消能，連接建筑物的水力計算，滲流。

下册内容包括：有压輸水道中不定流，明槽不定流，水利工程中的泥沙問題，水工建筑物的高速水流問題，船閘水力計算，波浪理論基础。

下册船閘水力計算和波浪理論基础两章是由大連工学院、天津大学和华东水利学院水力学教研組教师編写的。

本书可作为高等工业学校水利类专业“水力学”課程的試用教科书，也可供其他有关专业师生和工程技术人員参考。

水 力 学

下 册

清华大学水利工程系水力学教研組編

北京市书刊出版业營業許可証出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

京 华 印 书 局 印 装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

统一书号 K 15010·1041 开本 850×1168 1/32 印张 11 1/4 16

字数 31,000 印数 84531—15,000 定价 (7) 1.30

1961年7月第1版 1962年3月北京第3次印刷

下册目录

第十二章 有压输水道中的不定流动	1
§ 12-1. 水击现象	1
§ 12-2. 水击计算原理	6
§ 12-3. 水击计算方法	15
§ 12-4. 水击的计算条件及减免水击的措施	23
§ 12-5. 调压塔的水力计算任务	29
§ 12-6. 调压塔的水流原理	32
§ 12-7. 调压塔的水力计算方法	36
§ 12-8. 调压塔水面摆动的稳定问题	45
第十三章 明槽中的不定流动	51
§ 13-1. 问题的提出	51
§ 13-2. 明槽中渐变不定流动的基本方程式	52
§ 13-3. 明槽渐变不定流动的计算方法	55
§ 13-4. 水电站引水渠道中的最高水位和最低水位的确定	80
第十四章 水利工程中的泥沙问题	92
§ 14-1. 概述	92
§ 14-2. 泥沙特性及其运动方式	99
§ 14-3. 泥沙的起动条件	107
§ 14-4. 水流的挟沙能力	116
§ 14-5. 悬移质在垂线上的分布	122
§ 14-6. 自由河段的演变	130
§ 14-7. 建筑物下游的河道演变	144
§ 14-8. 建筑物下游河床的局部冲刷	151
§ 14-9. 水库淤积问题的提出	163
§ 14-10. 水库淤积的一般过程	167
§ 14-11. 水库中的泥沙异重流	172
§ 14-12. 水库淤积的估算	185
§ 14-13. 水库淤积的控制和利用	195
§ 14-14. 渠系泥沙问题概述	197
§ 14-15. 沉沙池及其水力计算	199
§ 14-16. 冲淤平衡渠道的设计	206

第十五章 水工建筑物的高速水流問題	213
§ 15-1. 概述	213
§ 15-2. 泄水建筑物中高速水流的脉动压力	215
§ 15-3. 水工建筑物中的真空和气蝕問題	221
§ 15-4. 高压閘門的水力学問題	227
§ 15-5. 明槽中急流的冲击波	236
§ 15-6. 陡槽中滚波問題的簡述	243
§ 15-7. 高速水流的掺气問題	246
第十六章 船閘水力計算	254
§ 16-1. 概述	254
§ 16-2. 薄壁孔口的液体不恒定出流	258
§ 16-3. 短廠道(涵洞)輸水系統灌泄水時間的計算	261
§ 16-4. 在灌泄水过程中,流量、涵洞流速隨時間的变化及其最大值的決定	263
§ 16-5. 涵洞的閘門在开启过程中閘門后的动水压力隨時間的变化	272
§ 16-6. 孔口輸水系統的灌泄水的水力計算	276
§ 16-7. 分散式輸水系統灌泄水的水力計算	280
§ 16-8. 考虑慣性影响时的水力計算	285
第十七章 波浪基本理論和波浪对水工建筑物的作用	290
§ 17-1. 概述	290
§ 17-2. 风成波的发生、发展和消失,波浪行近岸滩时的变化	292
§ 17-3. 拉格朗日連續方程和运动方程	297
§ 17-4. 推进波	302
§ 17-5. 波浪要素的推求	327
§ 17-6. 波浪对直牆式建筑物的作用	336
§ 17-7. 波浪对斜坡式建筑物的作用	363
§ 17-8. 波浪对孤立建筑物的作用	370

第十二章 有压輸水道中的不定流动

§ 12-1. 水击現象

設有一有压輸水道如图 12-1 所示。在輸水道的下游末端有調节流量的导叶。当水輪机在某一運轉情况之下，压力管道中的流速为 v_0 。如因电力負荷的减低，水輪机的导叶迅速关闭以减小流量，調节出力，适应电力負荷的要求。因此，管道中的水流流速就必须从原来的 v_0 降低到某一 v 值。但水流有慣性作用，不会自动的降低它的流速。

因此在管端附近阻碍水流流动的导叶及四周的管壁必須产生一个压强。通过这个附加的压强的作用把流速降低。这种伴随着流动情况的迅速改变而产生額外压强的現象叫做水击現象。

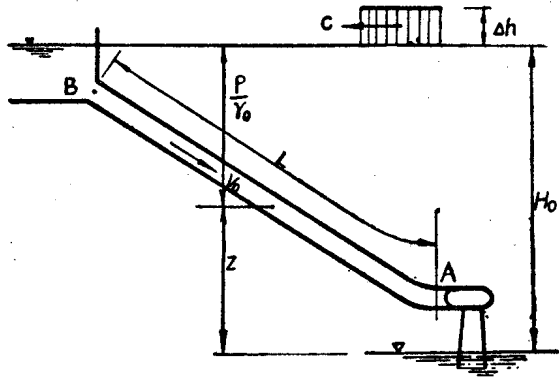


图 12-1. 水击現象示意图。

水击現象不仅在导叶迅速关闭时会发生，在导叶迅速开启时也同样会产生額外压强。不过导叶关闭时产生压力的升高；导叶开启时发生压力的降低。由于水击压强的数量很大，如不預先考虑，会給管道带来破裂的危險。所以水击在水电站的压力引水系統里和其他較长的管道里是必須考虑的問題。

水击現象是压力系統中流动发生急剧变化时的現象，所以是压力

管道中的不定流动的问题。

上面说明了水击现象的发生及其后果，现在再说明发生水击以后的现象发展过程。

图 12-2, *a* 表示一条压力管道。如原来末端的阀门全部开启，管中流速为 v_0 。设阀门在 $t=0$ 时突然全部关闭。则紧靠阀门的一段微小水流 dx 势必立即停止。在管端 *A* 处发生一个水击压强 $\gamma_0 \Delta h$ 。但其余水流因为惯性作用，仍然继续以 v_0 的流速向 *A* 流动。这时必须要考虑 dx 段的水流的压缩，该段管壁也要膨胀。接着，紧靠 dx 段的另一段微小水流相继停止了流动，同时压力升高，密度增加。这样一段接着一段的变化下去。这种现象从 *A* 向 *B* 的传播叫做水击波的传播。假如这种传播的速度以 c 来表示，则从 $t=0$ 到 $t=\frac{L}{c}$ 的时间内，水流流速的停止，压强的升高，密度的增加的现象逐渐从 *A* 向上游 *B* 传播。这可以看作是水击现象的第一个阶段。

在 $t=\frac{L}{c}$ 时，全管水流停止，压强升高，密度增加。但因管道以外的水库中的水体容量极大，不受管道流动变化的影响。所以在 *B* 端就存在着不平衡的状态：*B* 端下游水流的压强较大，密度较高，而 *B* 端上游水库中水流的压强较小，密度较低。因此管道中水流的弹性就会使水流向水库方向流动恢复原有的密度和压强。所以从 $t=\frac{L}{c}$ 时起，开始了水击波传播的第二个阶段。从 *B* 端开始。发生一个方向相反的流速（以后将说明，这个流速仍是 v_0 ，但方向相反）。把管道中的压强降到静止后应有的压强。水流密度也恢复正常。这样一个现象，从 *B* 仍以速度 c 向下游传播（图 12-2, *b*）。从波动角度来说：水击波在 *B* 端引起一个负反射，向下游传播。在 $t=\frac{2L}{c}$ 时，传达到 *A* 端。这是第二阶段的结果。

在 $t=\frac{2L}{c}$ 时，全管压强正常，密度正常，但全部水流具有 $-v_0$ 的流速。这最后一个情况和 *A* 端阀门全部关闭的条件是不相容的。也即

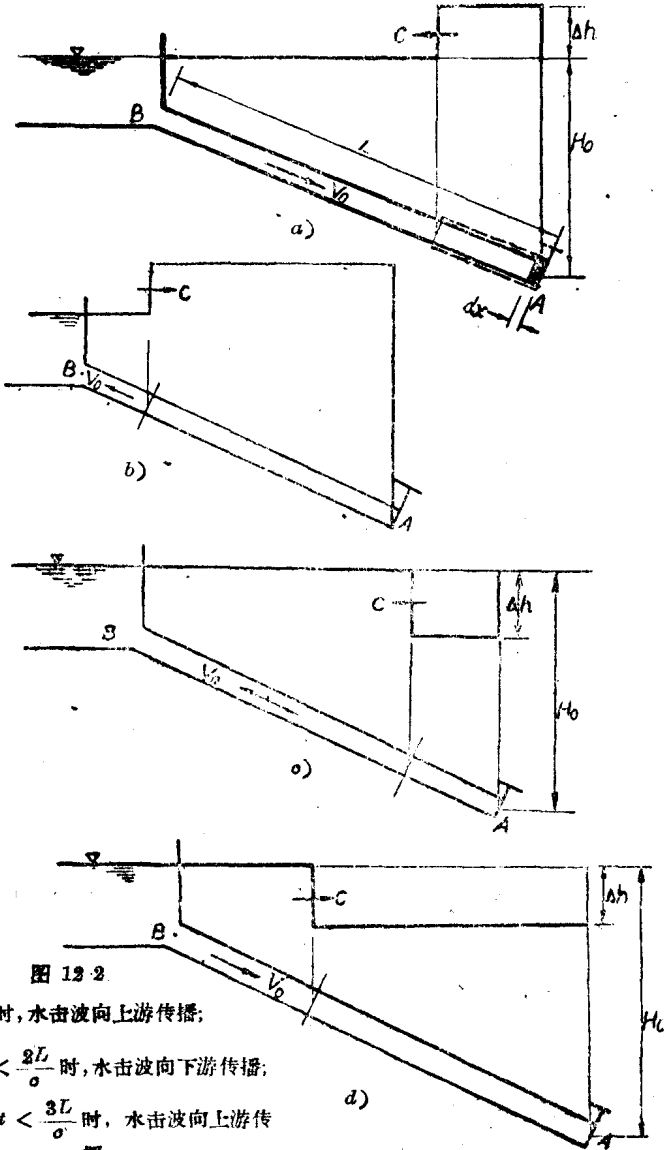


图 12.2

a - $t < \frac{L}{V_0}$ 时, 水击波向上游传播;

b - $\frac{L}{V_0} < t < \frac{2L}{V_0}$ 时, 水击波向下游传播;

c - $\frac{2L}{V_0} < t < \frac{3L}{V_0}$ 时, 水击波向上游传播;

d - $\frac{3L}{V_0} < t < \frac{4L}{V_0}$ 时, 水击波向下游传播。

是說, A 端的条件要求水流停止。但由于現在流速方向相反, 发生的压强是减压, 即 A 端的压强比应有的 $\gamma_0 H_0$ 降低一个 $\gamma_0 \Delta h$ 值。同时水流膨胀, 密度减小。这是第三阶段的开始。这种反射在第三阶段里向上游傳播(图 12-2, c)。

在 $t = \frac{3L}{c}$ 时水击波又傳播到了 B 点。全管流速为零, 压强降低了一个 $\gamma_0 \Delta h$, 密度也小了。这个現象和 B 端条件又不符合。水流的彈性又使水流发生流动。产生一个向下游的流速 v_0 , A 点压强回升到 $\gamma_0 h_0$ 。这个水击波在第四阶段 ($\frac{3L}{c} < t < \frac{4L}{c}$) 从 B 向 A 傳播(图 12-2, d)。

在 $t = \frac{4L}{c}$ 时, 全管压强正常, 密度正常, 但接着水流又有一向下游的流速 v_0 。这种情况和閘門关闭以前的情况一样。所以在 $t = \frac{4L}{c}$ 时 A 端所发生的現象将和 $t=0$ 时的情况完全一样。此后的水击現象将重复以上所述的各个阶段。

上面所描述的四个阶段的水击波的傳播現象是一切水击現象中最基本的現象。但同时, 上面所描述的水击現象也比实际水击現象略加簡化了。

所謂是最基本的現象, 因为一切水击現象都是流速的变化伴随着相应的压强的变化和密度的变化, 这三个現象又以一定的傳播速度按上述的四个阶段来回傳播。所謂已略加簡化是因为:

1. 上面沒有考虑阻力的作用。在水击現象中阻力不起主要作用。假如不考虑阻力, 則如上面所分析的, A 点水击压强的变化将如图 12-3 中虛綫所示。在阻力的作用下, A 点压强变化将如图 12-3 中的实綫所示。从图可以看出: 如沒有阻力的作用, 水击压强的变化将是沒有終止的时候, 而阻力的作用使压强变化的幅度逐漸减弱, 以致消失。其次, 在每一阶段中, 压强变化的形式也略为不同。但水击压强的最大值和水击波的傳播現象并不受阻力的作用而有显著的改变。所以阻力

作用在水击问题中可以不加考虑。

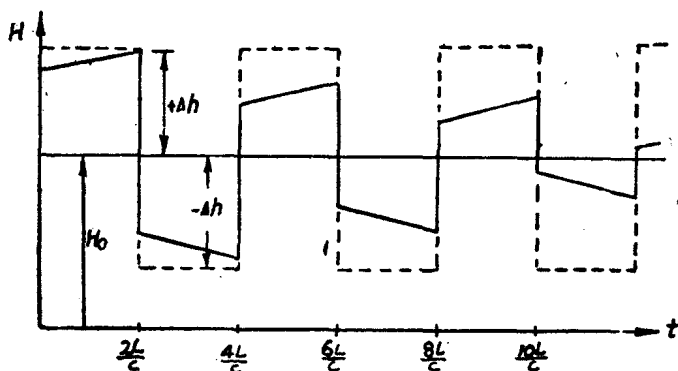


图 12-3. 閘門处水击压强变化。

2. 我們假定閘門是瞬吋关闭的，在实际上面閘門的开闭总有个过程。所以水击压强的增减过程也会和图 12-3 所示的有所不同。但从上面的分析可以看出：在 $t < \frac{2L}{c}$ 期間，从 B 端反射回来的减压波还没有到达閘門处 A 点。因此，如閘門的启闭在 $t = \frac{2L}{c}$ 以內調整完毕，則 A 点的最大压强就不会受閘門調整过程的影响，只会改变压强升高过程的形式。如閘門启闭時間大于 $\frac{2L}{c}$ ，則閘門調整所产生的压强将受从上游反射回来的减压波的影响。水击現象中起控制作用的压强将为之减小。因此，在工程水力学中把閘門启闭時間 $T < \frac{2L}{c}$ 的水击叫做直接水击，而启闭時間 $T > \frac{2L}{c}$ 的叫做間接水击。在分析水击現象时，就需要分清楚是那种水击。我們上面的分析是直接水击的現象。又因为 $\frac{2L}{c}$ 的时间具有判別的意义，所以就給 $\frac{2L}{c}$ 一个专门名詞，叫相。

3. 上面分析只限于簡單管路，所以水击波就是从 A 傳播到 B，又从 B 傳播到 A。如果是复杂管路(管路中有叉管，管徑有变化等等)，則

在管路性质改变处就会发生水击波的反射。因此水击波的传播现象要比简单管路复杂得多。

从上面的讨论可以得出下列的结论：水击现象的发生，水击问题的提出是因为控制水流的阀门要改变水流运动的情况，而水流为了反控制而引起了水击压强。工程上所以要考虑水击问题是因为要正确处理水流对边界的作用。所以水击是水流和建筑物(管道和阀门)之间互相斗争的产物。但在这个控制和反控制的矛盾发展过程中，决定水击波的传播现象，最大或最低的水击压强以及水击波的传播速度的基本因素要从水流本身的物性里去找，因为决定水流现象的是水流本身物性之间的矛盾，边界作用也是通过水流物性而起作用的。从上面的分析，可以清楚地看出，在水击现象中起主要作用的物性是水流的惯性和弹性。重力不起作用，阻力可以忽略。惯性要维持原来的运动状况，而水流的压缩和膨胀又引起运动状态的改变。所以从水流内部来看，决定水击现象的规律的是水流的惯性和弹性之间的矛盾。这两方面的矛盾关系是水击现象的本质。

§ 12-2. 水击计算原理

1. 水击压强

要改变任何一段水体的流动状况就需要产生一定压强差。这个压强差可以应用动量定律求得。设有一段管道中的水体，长度为 Δs 。原有流速为 v_0 ，改变后的流速为 v 。原有的压强为 p_0 ，改变后的压强为 $p_0 + \Delta p$ 。这块水体原有的动量为：

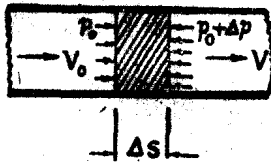


图 12-4. 水击压强。

$$\rho \Delta s \omega v_0,$$

其中 ρ 为原有的水流密度； ω 为原有的断面面积。在 Δt 时间内，这块水体的流速从 v_0 减到 v ，因此在 Δt 之后，水体密度由 ρ 增加到 $\rho + \Delta \rho$ ，管的断面

由 ω 膨脹到 $\omega + \Delta\omega$, 則水体的动量为:

$$(\rho + \Delta\rho) \Delta s (\omega + \Delta\omega) v;$$

动量的改变为:

$$\rho \Delta s \omega v + \rho \Delta s \Delta\omega v + \Delta\rho \Delta s \omega v + \Delta\rho \Delta s \Delta\omega v - \rho \Delta s \omega v_0.$$

忽略高阶微量后, 得动量的改变为:

$$\rho \Delta s \cdot \omega (v - v_0).$$

作用在該段水体两边的压力差为:

$$p_0 \omega - (p_0 + \Delta p)(\omega + \Delta\omega) = p_0 \omega - p_0 \omega - p_0 \Delta\omega - \omega \Delta p - \Delta\omega \Delta p,$$

$p_0 \Delta\omega$ 与 $\Delta p \omega$ 相比較其值較小, 同时忽略高阶微量后, 得

$$-\Delta p \omega.$$

按动量定律: 动量的改变等于作用力的冲量。所以在忽略阻力的作用下, 得

$$\rho \Delta s \omega (v - v_0) = -\Delta p \omega \Delta t$$

或

$$\Delta p = \rho \frac{\Delta s}{\Delta t} (v_0 - v).$$

因为 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 即为水流状态改变的傳播速度, 即 $\frac{\Delta s}{\Delta t} = c$, 所以水击增压应为:

$$\Delta p = \rho c (v_0 - v)$$

或

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\gamma_0} = \frac{\rho}{\gamma_0} c (v_0 - v) = \frac{c(v_0 - v)}{g}. \quad (12-1)$$

公式(12-1)即为茹考夫斯基公式。这是茹考夫斯基在分析研究了莫斯科水管的水击现象后在 1898 年首先得出的結果。

用(12-1)式即可确定直接水击的增压。如閘門在小于 $\frac{2L}{c}$ 的时间以内全部关闭, 如原来的流速 v_0 为 4 米/秒, c 值的确定以后即将說明, 一般情况下 $c \approx 1000$ 米/秒。因此直接水击的压强可以达

$$\Delta h = \frac{1000 \times 4}{9.81} \approx 400 \text{ 米}.$$

从这个数值可以看出, 水击压强可以达到很大的数值。如不預先加以

考虑,采取措施,对于压力管道将带来严重的危害性。

2. 水击的基本方程

在间接水击中,由于水击波的相互作用,水击增压就不能简单地用(12-1)式来确定。因此我们还必须进一步推求表达水击波相互作用的联锁方程。然后用联锁方程求间接水击所产生的压强。

水击的联锁方程是从水流的运动方程和连续方程得来。所以先写水流的运动方程。

取一运动状态正在改变中的微小水体,长度 dx 。取水击发生处为原点, x 坐标的方向与原来流动方向相反(图 12-5)。

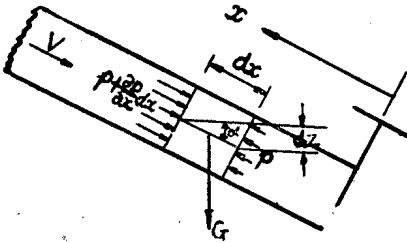


图 12-5. 微小水体的作用力。

作用在水体两端的压力差为:

$$-\omega \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) + \omega p = -\omega \frac{\partial p}{\partial x} dx,$$

其中 ω 为管道断面积。

水体重量在 x 方向的分量为:

$$-G \sin \alpha = -\gamma \omega dx \sin \alpha = -\gamma \omega dx \left(\frac{dz}{dx} \right).$$

在忽略了阻力作用之后,写出水体的运动方程式为:

$$-\omega \frac{\partial p}{\partial x} dx - \gamma \omega dx \frac{dz}{dx} = \frac{\gamma}{g} \omega dx \left(-\frac{dv}{dt} \right).$$

简化后得

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{dz}{dx}.$$

因为此处的 $\frac{dz}{dx}$ 可以写成为 $\frac{\partial z}{\partial x}$, 则上式可以写成:

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\gamma_0} + z \right) = g \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{\partial h}{\partial x}.$$

其 $h = \frac{p}{\gamma_0} + z$ 为测管水头, γ_0 为水流原有的容重。

如近似地取 $\frac{\gamma_0}{\gamma} \approx 1.0$, 则上式可写成:

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{\partial h}{\partial x}$$

因为 $\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt}$, 而 $dx = -v dt$, 所以上式最后可以写成为:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - v \frac{\partial v}{\partial x} = g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (12-2)$$

这就是水击现象中的运动方程。

现在考虑流动状态改变时的连续条件。取一微小管段 dx 如图 12-6。因为坐标方向和流速方向相反, 所以在 dt 时间内流出和流入的水流质量如图中所示。因此在 dt 时间内流入多于流出的质量为:

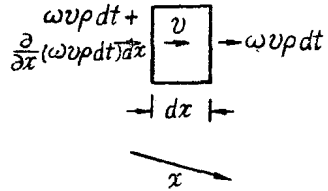


图 12-6. 连续条件。

$$\frac{\partial}{\partial x} (\omega v \rho dt) dx$$

在同一时间内该微小管段内的质量增加为:

$$\frac{d}{dt} (\omega \rho dx) dt$$

按照连续原理:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\omega v \rho dt) dx = \frac{d}{dt} (\omega \rho dx) dt$$

将上式展开得:

$$\left(v \rho \frac{\partial \omega}{\partial x} + \omega v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \omega \rho \frac{\partial v}{\partial x} \right) dt dx = \left(\rho \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{d\rho}{dt} \right) dt dx$$

但 $\frac{\partial \omega}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial v}{\partial x}$ 比较要小得多, 可以忽略。因此上式可以简化成

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

或者

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dp} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} = \left(\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dp} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \right) \frac{dp}{dt}$$

括弧内的两项，如在下面将予以说明，是和水击波的传播速度 c 有关，即

$$\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dp} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{\rho_0 c^2}, \quad (12-3)$$

其中 ρ_0 为原有的水的密度。

因此上式的连续方程可写成：

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\rho_0 c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \right) = \frac{1}{\rho_0 c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} - v \frac{\partial p}{\partial x} \right).$$

因为 $h = \frac{p}{\gamma_0} + z$ ，所以 $\gamma_0 \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}$ 和 $\gamma_0 \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial p}{\partial x}$ 。如果只考虑由于水击而引起压强的变化，则 $\gamma_0 \frac{\partial z}{\partial x}$ 表示由于高程差而引起的压强差可以不包括在内。因此连续方程最后可写成为：

$$c^2 \frac{\partial v}{\partial x} = g \left(\frac{\partial h}{\partial t} - v \frac{\partial h}{\partial x} \right). \quad (12-4)$$

现在再将所得出的(12-2)和(12-4)进行简化和合并。

(12-2)式可以改写为：

$$\frac{\partial v}{\partial t} \left(1 - \frac{v \frac{\partial v}{\partial x}}{\frac{\partial v}{\partial t}} \right) = \frac{\partial v}{\partial t} \left(1 - \frac{v}{\frac{\partial v}{\partial t}} \right) = \frac{\partial v}{\partial t} \left(1 - \frac{v}{c} \right) = g \frac{\partial h}{\partial x}.$$

(12-4)式可以写成：

$$g \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - \frac{v \frac{\partial h}{\partial x}}{\frac{\partial h}{\partial t}} \right) = g \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - \frac{v}{\frac{\partial h}{\partial t}} \right) = g \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - \frac{v}{c} \right) = c^2 \frac{\partial v}{\partial x}.$$

从上式可以看出， v 比 c 要小得多。 c 在 1000 米/秒左右，而 v 只有 3~5 米/秒。所以在一般情况下 $\frac{v}{c}$ 和前面的 1.0 比完全可以忽略。

所以(12-2)和(12-4)可以简化为：

$$\left. \begin{aligned} g \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial t}; \\ c^2 \frac{\partial v}{\partial x} &= g \frac{\partial h}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (12-5)$$

3. 联鎖方程

如写出上两式二級偏微商,得

$$\begin{aligned} g \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x}; & g \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \\ g \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} &= c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t}; & g \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} &= c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

从上式我們得出描述水击現象的二个方程式組如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \end{aligned} \right\} \quad (12-6)$$

在高等数学里,这类方程式叫做波动方程。因为波浪現象都可以这类方程式来描述。

(12-6)式的解可以写成如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} h - h_0 &= F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right); \\ v - v_0 &= -\frac{g}{c} \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (12-7)$$

其中 h_0 及 v_0 为原始的水头和流速; F 及 f 为未知的函数。

(12-7)式描述水击現象中任一点的水头 h 及其流速 v 随着該点的位置 x 和時間 t 的变化規律。这是茹考夫斯基首先得出的关于水击現象的基本方程式。

現在我們用(12-7)式求水击現象中有应用意义的联鎖方程。

將(12-7)式相減得:

$$2F\left(t - \frac{x}{c}\right) = h - h_0 - \frac{c}{g}(v - v_0);$$

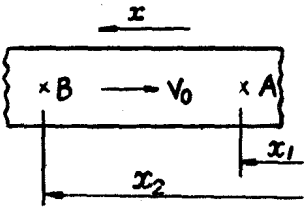


图 12-7. 二点之间的联锁关系。

将(12-7)式相加得:

$$2f\left(t + \frac{x}{c}\right) = h - h_0 + \frac{c}{g}(v - v_0).$$

如在管道中有 A, B 两点, 其位置如图 12-7 所示。设 A 点在 t_1 时的水头为 $h_{t_1}^A$, 其流速为 $v_{t_1}^A$ 。 B 点在 t_2 时的水头为 $h_{t_2}^B$, 流速为 $v_{t_2}^B$ 。把这种情况代

入上式中的第一式, 得:

$$2F\left(t_1 - \frac{x_1}{c}\right) = h_{t_1}^A - h_0 - \frac{c}{g}(v_{t_1}^A - v_0);$$

$$2F\left(t_2 - \frac{x_2}{c}\right) = h_{t_2}^B - h_0 - \frac{c}{g}(v_{t_2}^B - v_0).$$

如令 $t_1 - \frac{x_1}{c} = t_2 - \frac{x_2}{c}$, 即 $t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{c}$, 则得:

$$h_{t_1}^A - h_{t_2}^B = \frac{c}{g}(v_{t_1}^A - v_{t_2}^B). \quad (12-8)$$

(12-8)式的意义是: 如 B 点在 A 点的上游, 如果 B 点的时间正是 A 点的时间加上水击波从 A 传播到 B 所必需的时间, 则 A, B 两点的水头和流速的关系必然满足(12-8)式的关系。

同样, 把 A, B 两点情况代入另外一个式子, 则得

$$2f\left(t_1' + \frac{x_1}{c}\right) = h_{t_1'}^A - h_0 + \frac{c}{g}(v_{t_1'}^A - v_0);$$

$$2f\left(t_2' + \frac{x_2}{c}\right) = h_{t_2'}^B - h_0 + \frac{c}{g}(v_{t_2'}^B - v_0).$$

如令 $t_1' + \frac{x_1}{c} = t_2' + \frac{x_2}{c}$, 即 $t_1' - t_2' = \frac{x_2 - x_1}{c}$, 则得:

$$h_{t_1'}^A - h_{t_2'}^B = -\frac{c}{g}(v_{t_1'}^A - v_{t_2'}^B). \quad (12-9)$$

(12-9)式的意义是: 如果 A 点的时间正是 B 点的时间加上水击波从 B 传播到 A 所必需的时间, 则 A, B 两点的水头和流速的关系满足(12-9)