

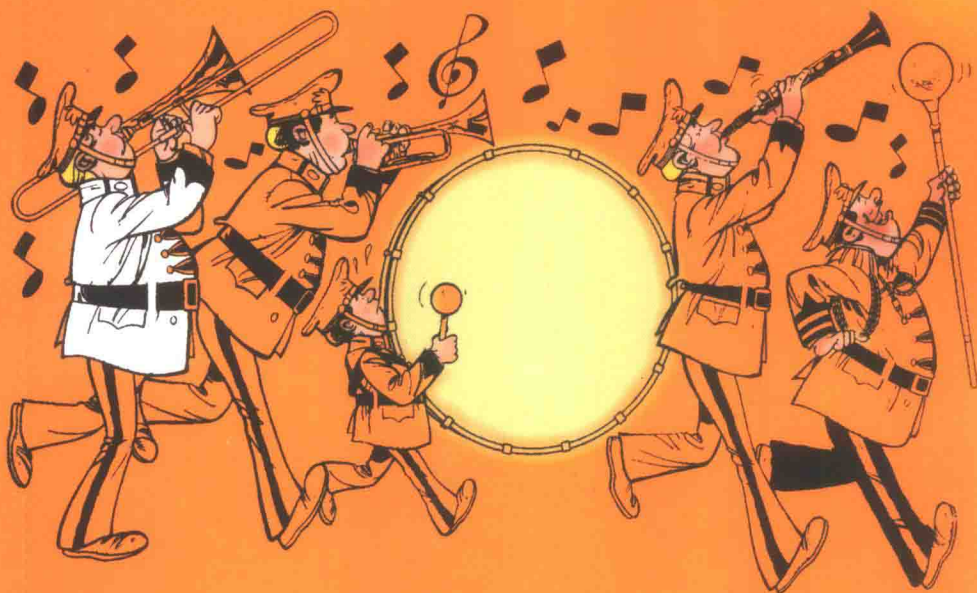
• 加德纳趣味数学系列 •

Xunlian Siwei de
Shuxue Quti



训练思维的 数学趣题

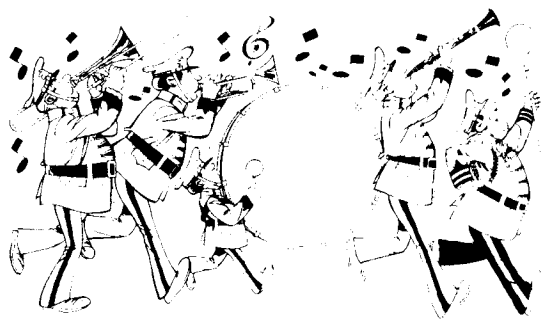
陶臣铨 毛澍芬 编著
上海科技教育出版社



• 加德纳趣味数学系列 •

陶臣铨 毛澍芬 编著

训练思维的 数学趣题



上海科技教育出版社

责任编辑 朱惠霖

装帧设计 桑吉芳

·加德纳趣味数学系列·

训练思维的数学趣题

陶臣铨 毛澍芬 编著

上海科技教育出版社出版发行

(上海冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

网址: www.sste.com

各地新华书店经销 常熟兴达印刷有限公司印刷

开本 850×1168 1/32 印张 6 插页 1 字数 140 000

2002 年 12 月第 1 版 2003 年 2 月第 2 次印刷

印数 6 001 - 12 000

ISBN 7 - 5428 - 2977 - 7/O · 280

定价: 11.50 元

序 言

当今社会,对高素质人才的需求日益迫切。相应地,在学校中,注重素质教育,已成为人们的共识;在社会上,不断提高自身素质,已成为每位走向成功或更大成功的人士的追求。

一个人的素质有多方面,但数学素质,即智力素质,无疑是一个十分重要的方面。

我们在学校里学的数学,作为一门学科,总包括两个方面:一是知识,一是能力。能力,即数学思维能力,与智力素质有着较为直接的联系。在学校里,进行数学思维训练的手段是做数学习题,这些习题以数学知识为材料,这当然是很自然合理的,因为教育的目的之一就是传授知识。但仅从训练思维的角度出发,还可以有一种以五光十色的社会生活为材料的数学趣题。这种数学趣题,并不涉及较深的数学知识,却要求有较强的思维能力,用来在课余或业余进行思维训练,是再恰当不过了。

我们曾有幸涉足青少年的数学普及工作,并在这一过程中积累了一些有价值的资料,包

括不少数学游戏和数学趣题。我们曾用这些资料编成《数学思维游戏》一书,于1997年由上海科技教育出版社出版,获得了较好的反响。

现承上海科技教育出版社厚爱,将拙作纳入已颇有影响的“加德纳趣味数学系列”,并委派人员,对之进行精选修改,另取名《训练思维的数学趣题》。现在,几乎每道题目都以富有人文色彩的小故事出现,并配有提示和有趣的插图,答案部分则更显完整,有些题目甚至介绍了有关的数学背景。在此,我们对出版社方面辛勤而有效的工作致以诚挚的谢意。

同原来的《数学思维游戏》一样,本书中用于解题的数学知识一般不超出初中范围,题目的编排大致上是从易到难。当然,难易不是绝对的,况且有些题目因其中故事内容的关系,难易顺序也有颠倒。答案中有些内容比较深,可以先放一放,日后再加琢磨。一旦弄懂,必定其乐无穷,说不定还会由此把你引入数学殿堂呢!

陶臣铨 毛澍芬
于上海师范大学

图书在版编目 (C I P) 数据

训练思维的数学趣题 / 陶臣铨, 毛澍芬编著. —上海:
上海科技教育出版社, 2002.12

(加德纳趣味数学系列)

ISBN 7-5428-2977-7

I. 训… II. ①陶…②毛… III. 数学—通俗读物
IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第066291号

目 次

序 言

		I
	问题	答案
1 阿王卖蟹	1	59
2 耍赖的彼得	2	61
3 单位分数	3	62
4 懒虫汤姆	4	64
5 找零钱	5	65
6 耍刁的劳尔	6	73
7 一个一千位数	7	73
8 箭头变正方	8	75
9 白铁匠的难题	9	76
10 合理分钱	10	78
11 诺克镇	11	79
12 汉娜的生日	12	82
13 填数字	13	84
14 小玛莎	14	87
15 恕不拆包零卖	15	90
16 怪人怪招	16	93
17 屡败屡战	18	95
18 初次约会	19	97
19 2002 年	20	100
20 师徒俩	21	105
21 哲人石	22	106
22 博士的困惑	23	108

23	回文数	24	113
24	橄榄数	25	116
25	事难两全	26	118
26	田径明星	27	119
27	超 越	28	120
28	两方拼一方	29	121
29	裁缝匠的难题	30	123
30	方框算式	31	128
31	全是正三角形	32	131
32	俄罗斯方块	33	135
33	能力各异	34	136
34	成双成对	35	137
35	中国象棋棋盘	36	139
36	胜者为王	37	140
37	王者风范	38	141
38	过把瘾	39	150
39	相聚也难	40	152
40	晕头转向	41	154
41	两位天使	42	157
42	信不信由你	44	158
43	姓名之谜	46	161
44	金字塔	47	163
45	幂的十位数	48	166
46	条条大路通罗马	50	168
47	库房逸事	51	173
48	蜘蛛侠	52	175
49	烧杯上的蜘蛛	54	182
50	阿拉丁和神灯	55	183

1

阿王卖蟹

阿王是个卖螃蟹的小贩。这天,他带了一篓又肥又大的螃蟹到集市上出售,开价每 500 克 100 元。不一会儿,来了两名买客,蹲下身把螃蟹拨弄了一番。

其中一个说道:“这蟹倒不错,不过蟹脚和蟹钳吃起来挺麻烦的,要是能只买蟹肚就好了。”

阿王听了,朝他白了白眼,心想:“这家伙也真是的,哪有蟹肚蟹脚分开卖的!”

这时,另一个买客说:“正好,我倒只要蟹脚蟹钳,下老酒蛮好的。这样吧,”他转脸对阿王说,“这些蟹我们俩全包了。我拿蟹脚蟹钳,他拿蟹肚。你现在每 500 克 100 元,那么蟹肚算 70 元,蟹脚蟹钳算 30 元,70 元加 30 元还是 100 元,我们没杀你价。不过麻烦你把每只蟹的蟹脚蟹钳都掰下来,分别称一下,怎么样?”

阿王想了一想,觉得没有什么不对的地方,就同意了。称下来蟹肚共 1500 克,蟹脚蟹钳共 500 克,于是一人付了 210 元,另一人付了 30 元,付完便分别拎着蟹肚与蟹脚蟹钳扬长而去。

阿王掂着手中的钱,心中不免纳闷:螃蟹一共是 2000 克,应该卖得 400 元,怎么现在只有 240 元?

那 160 元钱到哪儿去了?

提示:注意是“蟹肚算 70 元,蟹脚蟹钳算 30 元”,而不是“蟹肚每 500 克算 70 元,蟹脚蟹钳每 500 克算 30 元”。

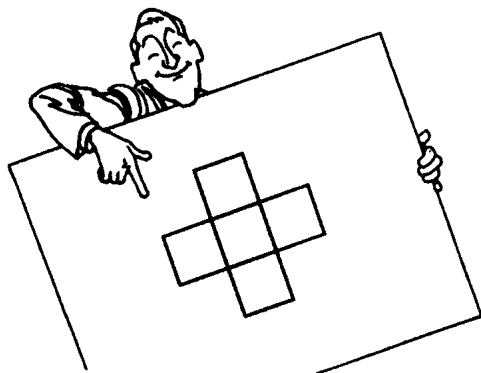
2

耍赖的彼得

彼得在纸板上画了一个十字形,它是由五个方格组成的。他说谁能把数字2,3,4,6,8分别填到这五个方格中,使得横行的三数之和与纵列的三数之和相等,那么那辆“法拉利”赛车模型就归谁所有。

迈克尔想了一下,按要求填了出来。但彼得说,这组数字太简单了,应换成1,3,5,6,7。迈克尔还是填了出来。彼得又说自己把数字记错了,应该是1,2,3,6,7。迈克尔真想照着彼得的鼻子给上一家伙,但他还是忍住了——为了“法拉利”。当然,他还是填了出来。他最后是否得到了那辆“法拉利”,这不太清楚,我们只想知道:

迈克尔先后是怎样填的?



提示:注意十字形中心的那个方格。



单位分数

分子为1的真分数,叫做“单位分数”,也叫“埃及分数”,因为古代埃及人对这种分数很有研究,他们研究的主要是怎样把正整数用单位分数表示出来。例如,对于正整数1,可以把它表示为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ 。

现在我们研究怎样把单位分数用1~9这九个数字表示出来,为此,把这九个数字按顺序排列如下:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

在它们中间添上+、-、×、÷这些运算符号,就形成了一个运算式,自然也就有一个运算结果,例如:

$$1 \div 2 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = \frac{1}{2}。$$

瞧,我们就这样把最大的单位分数 $\frac{1}{2}$ 表示了出来。

你能不能把 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ 也如此表示出来(可添加括号,但九个数字的顺序不能动)?

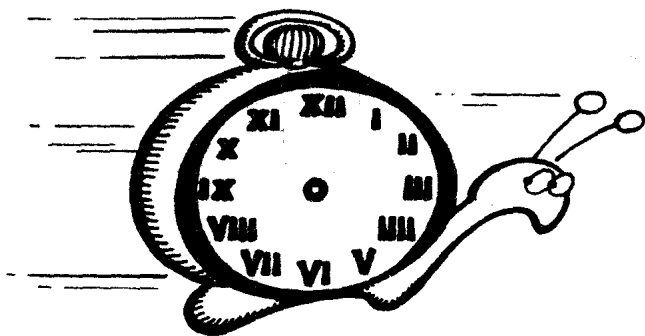
提示:由于最后的结果是单位分数,所以运算式中除法是免不了的。



懒虫汤姆

汤姆可真是条懒虫，他台座钟早已老掉牙了，他也懒得换。钟老同人老一样，就是走得慢。傍晚6:00 汤姆对照标准时间把钟拨准，到晚上标准时间是9:00 的时候，它才走到8:45。可汤姆说没关系，因为他知道，这钟虽然走得慢，但仍然很有规律，第二天早上懒觉不要睡得太长，只要这钟指在6:17 的时候他能离家去上学，就绝不会迟到。

那么，第二天早晨老钟指在6:17 的时候，标准时间应该是几点几分？



提示：把钟面上指针的转动与标准时间的运行之间的关系找出来。

5

找零钱

这天,爸爸陪小丽去书店买书。小丽是个爱动脑筋的孩子,她特别喜欢做智力题。可不,她很快就选中了一本数学趣题小册子。爸爸一看书价,7元9角2分,二话没说,便来到收款台前,掏出一张10元钱的纸币,连书一起递给收银员。收银员看了书价,说:“先生,您有2分钱零的吗?”爸爸在衣袋里挖了一会,挖出一枚2分钱硬币。收银员随即找给爸爸一张2元纸币和一枚1角硬币,又动作麻利地把书放进购物袋,交给小丽爸爸,并说:“谢谢,欢迎下次再来。”

回家的路上,小丽默默无语,爸爸好生奇怪,便问小丽怎么啦。小丽说:“没事,我只是在想,你刚才给收银员一张纸币一枚硬币,收银员找你也是一张纸币一枚硬币,这笔交易所用的货币一共是4个。我觉得好像不能再少了,但我又无法证明这一点。”

你能帮小丽解决这个问题吗?

提示:只要证明用3个或更少的货币不可能完成这笔交易即可。



要刁的劳尔

“**圣**路易印务”现在已是一家颇有名气的排版公司了,但在十几年前,它还是一家规模较小的排字房,用的也是铅字。劳尔就是那时在这里工作的一名排版工人。有一天,他排完了一本书,来到老板埃姆森处。

“亲爱的埃姆森先生,我已经完成了您交付的任务。我知道您想知道这本书有多少页,这件事可有点麻烦。因为排好的版子堆了一大片,我懒得去数。什么,您说只要知道最后一页的页码就可以了?很抱歉,最后一页的版子放在哪儿,我忘了。现在只有一条线索:我从第一页开始就放上了页码,而整本书的页码我一共用了6865个铅字。你说这本书有多少页?说少了,我可不答应;说多了,我也不感谢。顺便说一下,我不喜欢与低智商的人一起工作。”

劳尔是首屈一指的排版高手,整天嚷嚷着要加工资,不然就跳槽。埃姆森连劝带哄,好不容易把他留了下来,可现在他又来玩这一招!

你能帮埃姆森算出这本书有多少页吗?

提示:分别算出排一位数页码、二位数页码、三位数页码要用多少个铅字。

7

一个一千位数

有一个正整数,每位数字都是1,一共有千位。也就是说,它是这样一个数:

$$\underbrace{111111 \cdots 1111}_{1000 \text{ 个 } 1}$$

这个数被7除,余数是几?被13除,余数是几?被37除,余数是几?

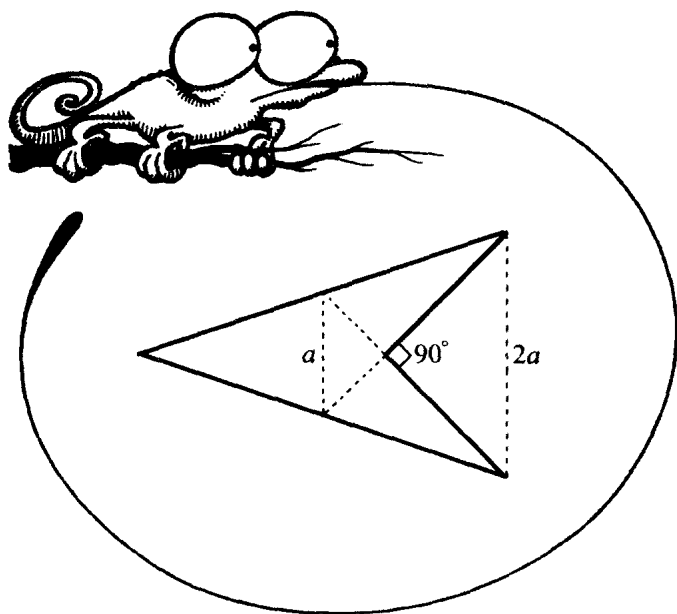


提示: 注意有 $37 \times 3 = 111$, 而 $7 \times 11 \times 13 = 1001$, $111 \times 1001 = 111111$ 。

8

箭头变正方

下面画着的箭头是一个上下对称的轴对称图形,现在只知道其中一个角(即箭尾分叉处的夹角)的大小和两条线段(即两条竖直画着的虚线线段)间的关系。要求你剪两刀,把它剪成三块,再拼成一个正方形。想想看,该怎样剪?



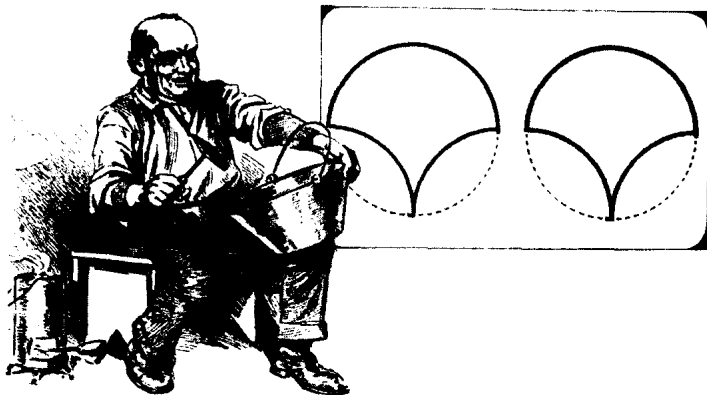
提示:正方形的角都是直角,所以总要剪出一个直角。

白铁匠的难题

白铁匠费戈遇上了一件麻烦事。他需要一块较大的正方形白铁皮,但手头只有如图所示的两块小白铁皮,它们都是被剪去了一部分的圆。虽然剪去的部分比较规则,都是由四分之一圆弧围成的,而且这里所有的圆弧都有相同的半径,但要用这两个以圆弧为边界的图形拼出一个以直线段为边界的正方形,这可能吗?

费戈苦思冥想,反复比划。突然,他灵机一动,想到一个方法,不但拼出了一个正方形,一点白铁皮都没剩下,而且,他只是在这两块铁皮上沿直线各剪了一刀!

费戈是怎样剪的呢?



提示:从剪拼前后图形面积相等着手,算出要拼的正方形的边长,然后设法剪出这样长的直线段。