

邓锡铭

研究论文集

COLLECTION OF THESES

1961-2000

下卷

中国科学院
中国工程物理研究院

高功率激光物理联合实验室

邓锡铭

研究论文集
COLLECTION OF THESES

1961-2000

下卷

中国科学院 高功率激光物理联合实验室
中国工程物理研究院

目 录

上 册

光学量子放大器	1
激光器	6
激光	14
回顾——纪念长春光机所建所三十周年	21
纪念激光器发明 30 周年	26
激光应用的回顾与展望	31
高功率激光研究二十年	34
激光核聚变国内外概况(上)	41
激光核聚变国内外概况(下)	48
激光与核聚变	54
高功率激光与激光核聚变	56
我国激光的早期发展(1960~1964)	59
高功率激光与“神光”装置	63
近代科技和信息化	69
对超临界振荡过程的若干分析	73
氦氖混合气体受激光发射器	77
负吸收介质法卜利-白洛干涉仪	79
利用 Fabry-Perot 干涉器改善受激光发射器的波型选择特性	82
锌原子串级非弹性碰撞截面	90
长间隔光学谐振腔波型之间的拍频	97
气体受激光发射器的波形分离	99
激光振荡的生成时间	101
扭镜对提高钕玻璃激光器性能的作用	103
激光束的运动方式对钕玻璃破坏阈值的影响	108
间断脉冲放大器	113
多台组合振荡器	119
大功率激光行波放大器的总体排布	123

在真空中电磁场的梯度矢势	124
在真空中电磁场的整体运动和内部运动	134
用于核聚变研究的大功率激光系统的发展	140
激光等离子体相互作用和靶压缩研究	141
电子的整体运动和内部运动	142
成象法测量空心玻璃微球壁厚	147
电磁场的梯度矢势与玻姆量子势	150
计算光束衍射传输的一种新方法	154
六束亚毫微秒高功率钕玻璃激光系统	159
傍轴光束传输的动力学分析	169
测量光学系统焦平面能量分布的一种方法	179
光束通过硬边光阑的内禀能量和衍射发散度	184
A long pulse width neodymium-doped glass rod laser amplifier with a moving input laser beam	187
Waist position of a paraxial light beam	192
Development of high-power laser system for laser-fusion research	198
Development of high-power laser system for laser-fusion research in the people's republic of china	202
激光辐照平面靶产生的二次谐波结构	211
用增加频带宽度的方法提高钕玻璃高功率激光器输出功率的建议	216
激光等离子体的共振吸收对二次谐波的时间分辨谱及时间积分谱的影响	217
用增加频带宽度的方法提高钕玻璃高功率激光器输出功率	218
傍轴光束截面的内能是一个不变量	223
用透镜阵精确测大口径激光束的波前曲率	229
扭动光束钕玻璃棒状激光放大器	233
遥控脉冲激光多普勒测速仪	236
Effect of resonant absorption of laser-induced plasma on temporal resolved spectrum and temporal integrated spectrum	239
Intrinsic angular momentum of the electromagnetic field	246
统一表述谐振腔共振条件的一个公式	264
激光陀螺拍频公式的修正	268
窄频带及宽频带激光束的传输特性	271
光束在缓变折射率介质中的传输	276
Correction to the beat frequency for laser gyroscopes	283
用透镜列阵实现大焦斑面的均匀照射	285
激光等离子体慢离子发射波形的双峰结构	289

The effect of bandwidth on the absorption of laser plasma	296
Uniform illumination of large targets using ma lens array	302
对撞脉冲锁模磷酸盐钕玻璃激光器	307
用透镜阵聚焦实现均匀辐照的计算机分析	308
光学共振反射器及其在激光技术中的应用	314
对撞脉冲锁模 Nd:YAG 激光器的若干运转特性	320
大曲率半径球形光学列阵成像质量的方和裴衍射分析	326
用于激光核聚变的可长时间单纵模稳定运转的 Nd:YAG 和 Nd:YLF 激光振荡器的研究	333
瞬态同步泵浦锁模若丹明染料激光的模拟分析及相应实验结果	340
激光平面靶 $3\omega_0/2$ 谐波空间精细结构的时间和光谱特性	347
激光等离子体 $3\omega_0/2$ 谐波的时间、空间分辨与密度轮廓分布	354
Resonance absorption initiated by self-focusing filamentation	361
Temporal and spectral features of the $(3/2)\omega_0$ spatial fine structure in laser irradiated planar targets	368
激光等离子体电子密度分布的测量	376
泵浦光偏振方向和溶剂粘滞性对同步泵浦锁模染料激光脉宽的影响	383
The space and time resolved structures of the $(3/2)\omega_0$ harmonic and density profile in laser plasmas	386
激光等离子体二次谐波时间分辨光谱的细结构	394
激光频带宽度对二次谐波时空分辨结构的影响	399
The influence of laser frequency bandwidth on the time and space resolved structures of the $2\omega_0$ harmonic generation	407
The fine structure of the $2\omega_0$ time resolved spectrum in laser plasmas	412
激光加热微管靶得到很高的粒子数反转	418
瞬态同步泵浦锁模腔长负失谐现象的观察	419
Fast-ion spectrum emitted from laser plasmas	422
三片光学共振反射器及其设计中的若干问题	430
激光等离子体的快离子发射谱	437

中 册

Evidence, From space resolved spectra, of $2\omega_0$ harmonic generation in laser irradiated plasma filaments	445
---	-----

The mechanism for the second harmonic generation in laser irradiated microtube targets	451
Dynamical behaviour of two-wave coupling in undoped GaAs on a picosecond time scale	455
A new target configuration producing an effective population inversion at energy levels of MgXI 1s3p and 1s4p	458
激光加热微管靶在软 X 射线波段观察很高的粒子数反转	465
机械转镜隔离器	472
MgXI 1s3p-1s4p 能级间平均高温及高密度条件下的粒子数反转	477
激光加热微管靶反激光方向二次谐波时空分辨结构	485
饱和吸收体腔内压缩瞬态同步泵浦锁模光脉冲	490
Finite beam width optics	495
High population inversion in the soft-x-ray band observed in a laserirradiated microtube	500
被动锁模涨落脉冲数和第二阈值研究	504
微管靶等离子体电子温度密度的空间分布	511
机械转镜隔离器的光束位置复原特性研究	515
磷玻璃宽带调 Q 激光器	520
激光加速器中电子能量增益的广义协变推导	526
实现激光核聚变的一种新方案	534
ABCD 定律的推广	535
利用非共线二次谐波的产生测量 ps 光脉冲的形状和宽度	543
电磁场的内禀角动量	548
超短腔染料激光器时间特性的研究	561
简并四波混频用于饱和吸收体的性能比较	564
一级放大的超短腔染料激光器	568
中皮秒二波耦合及其应用	571
宽频带掺钕硅玻璃调 Q 振荡器	576
GaAs 中瞬态二波耦合及其光的偏振——一种实现红外 ps 光开关的新途径	582
A generally covariant derivation of the energy gain of electrons in a laser accelerator	586
Thermal coupling of pulsed 0.53- μ m laser radiation to aluminums in air	594
长短脉冲振荡器同步输出的研究	596
一种新的锁模技术	601
Gallium arsenide: A new material to accomplish passively mode-locked Nd:YAG laser	603

正反馈选模和调 Q 技术	606
Temporal reshaping of Q-switched pulse by using two-photon absorption	611
A novel mode-selecting and Q-switching technique	616
高功率激光聚集均匀照明靶面的验证	620
光电导控制激光器锁模、选频、调 Q 和同步	625
Near diffraction limit output and gain saturation of soft X-ray laser	631
Temporal shaping of single-longitudinal Q-switched pulses by means of two-photon absorption in an external cavity	635
HMO model of scalar field in medium and self-focusing	639
光在线性介质中的度规描述	644
HMO model of scalar field in vacuum	648
Colliding pulse mode-locked Nd:YLF laser with negative feedback control by GaAs photoconductive switch	651
复合折射棱镜的色散研究	655
无衍射发散光束的判据	660
Intrinsic angular momentum in HMO	662
Dynamic analysis of optical fluid in medium	668
LD 泵浦的 Nd:YAG 微片激光器实验研究	675
高能量、长锁模脉冲序列的 Nd:YLF 激光器研究	680
稳态锁模产生 4ps 激光脉冲	683
Nd:YLAf 激光器中以负反馈强迫的自锁模技术	687
HMO in geometrical optics	691
HMO in nonlinear optics	695
可变焦列阵柱面透镜均匀线聚焦系统	700
Relativistic aspects of HMO	706
HMO is study on diffraction-free beams	710
Serrated aperture and its applications in high power lasers	713
Using kinoform phase plates to generate uniform focal profiles	716
High energy and efficient SHG by using convex-antiresonant ring unstable resonator Nd:YAP pulsed laser	721
Stimulated brillouin scattering(SBS) excited with a phase-modulated pump laser	725
用消衍射方法改善透镜列阵的辐照均匀性	735
Differential geometrical methods in the study of optical transmission (scalar theory). I. Static transmission case	740
Differential geometrical methods in the study of optical transmission (scalar theory). II. Time-dependent transmission theory	747

Propagation and beam quality of flattened hermite-gauss beams	751
Fermat 原理及稳态光束传输的微分几何研究	757
非稳态光传输的微分几何描述	764
稳态光束传输的动力学分析	769
啁啾脉冲受激布里渊散射的理论研究	774
高功率宽频带激光的高效谐波转换及其新进展	781
半导体激光纵向泵浦的光学耦合系统设计	787
傍轴黎曼几何光学. I. 理论	793
傍轴黎曼几何光学. II. 应用基础	799
单纵模激光的再生放大	806
参加惯性约束聚变驱动器国际会议情况汇报	812
利用波纹光阑和空间滤波器改善光束近场分布	821
Nd:YLF 单纵模调 Q 激光器腔内脉冲稳幅的实验研究	825
调 Q 激光脉冲的腔内时间整形	828
Active SBS mirror applied to ICF driver	832

下 册

超高斯光束的上限阶数	843
光束截面角动量的轴向分量是守恒量	848
一种测量光束横向尺寸的新方法	853
用双折射晶体相位延迟法选纵模的理论分析和实验研究	858
光束截面的动量守恒及动量衍射发散度	867
LiNbO ₃ 电光偏转器的研究	872
光束截面的能量守恒及能量衍射发散度	876
LiNbO ₃ 电光偏转器的研究	881
对 Fermat 原理的一个推广	885
Propagation of flattened hermite-gauss beams around a thin lens	891
复杂激光脉冲波形的整形	897
超短脉冲在远场的时空特性	902
远场的薄色散介质对超短脉冲的影响	906
振幅分布对焦移的影响. I. 傍轴光束	910
非傍轴光束的光束质量因子. I. 定义	915
非傍轴光束的光束质量因子. II. 特性分析	921
傍轴黎曼几何光学. III. 光束传输的统计行为	926

傍轴黎曼几何光学. IV. 两种光束质量因子	933
傍轴黎曼几何光学. V. 傍轴光束的空间变换	938
横截面上光强的精确表述	944
三倍频激光束特性传输变换的近似模型	950
用快速电光偏转器对激光脉冲削波	954
电光偏转器的矩阵表示和应用	958
Evanescent waves and energy conservation	963
The light tracks in the optical fibers with two types of parabolic refractive indices	968
利用电光偏转器进行激光脉冲整形的两种扫描光路的比较	978
M^2 factor of nonperaxial vector beams	984
Investigation on coaxial Double-Pass main amplifier in high power laser fusion driver	990
利用波导调制器实现连续可调任意整形激光脉冲	1000
激光远场 CCD 诊断仪	1006
列阵均匀照明系统的优化设计	1013
LD 端面泵浦 Cr^{4+} :YAG 被动调 Q 的 Nd:YLF 激光器	1017
Propagation rule of pulsed light beams through first-order optical systems	1021
傍轴光束在自由空间中传输的几何行为研究	1027
傍轴光束在自由空间中传输的不变积分和统计行为方程	1034
固体激光器的稳模式热稳条件分析	1042
二极管侧面泵浦声光诱导单向运转的 Nd:YLF 环形腔激光器	1051
声光诱导单向运转的 Nd:Glass 环形腔激光器	1056
Invariant integral and statistical equations of paraxial light beam transmission in free space	1061
Laser pulsewidth compression by coherent wave mixing in silicon	1070
A new method for interpreting the effective radius of curvature: Two-dimensional case	1074
Geometrical study of paraxial light beam transmission in free space	1077
用单晶硅在 Nd:YAG 激光器中实现被动锁模	1085
Spatial parametric characterization of general polychromatic light beams	1088
Short pulse generation in a Nd:YAG laser by silicon	1199
新型 KTP 电光偏转器的设计和分析	1105
度规光学中的聚焦定理及其应用	1110
利用微带传输线获取连续可调任意整形电脉冲	1114

A novel feedback stable electro-optic Q-switching technique by use of a photoconductor	1119
利用 LiNbO_3 电光调制器实现宽频带激光输出	1120
真空中线性啁啾时空高斯脉冲传输特性的分析	1124
Corrections to the paraxial approximation of an arbitrary free-propagation beam ...	1128
Intense Nickel-like neodymium X-ray laser at 7.9nm with a Double-Curved-Slab target	1133
Power carried by scalar light beams	1137
A new type of reflector mount array	1142
Diode end-pumped additive pulse mode locked Nd:YLF laser	1150
多臂迈克耳逊干涉仪激光脉冲整形系统——I. 参数的设计	1159
傍轴黎曼几何光学应用——光束自聚焦	1164
Temporal pulse shaping of laser beams by optical-fiber stacker	1170
关于衍射与无衍射光束	1174
二极管端面泵浦的附加脉冲锁模的 Nd:YLF 激光器	1179
多阶强度非线性条件下的光束传输研究	1184
傍轴光束薄透镜传输的统计行为	1191
Laser diode array side-pumped acousto-optic induced unidirectional operation	
Q-switched Nd:YAG slab ring laser	1196
SG-II laser elementary research and precision SG-II Z program	1299
SG-II solid-state laser ICF system	1205
光束传输的 Schrödinger 形式理论研究	1211
A schrödinger formulation research for light beam propagation	1220
ICF 固体激光驱动器前级系统中的脉冲整形	1231
混合单元柱面透镜列阵特性及优化	1245
利用模拟退火法实现不等宽单元柱面透镜列阵(CLA)的理论设计	1250
高功率激光系统光束传输的基本算法和程序编码	1255
利用模拟退火法实现不等宽单元柱面透镜列阵(CLA)的理论设计	1265
Fundamental algorithm and computational codes for the light beam propagation	
in high power laser system	1270

超高斯光束的上限阶数*

邓锡铭 曹清 郭弘

(中国科学院上海光机所 高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

提要 使用光流体模型理论证明了超高斯光束的阶数不可能为无穷大,而是存在一个上限;推出了这个上限阶数 n_0 的表达式,并对一些与此相关的问题进行了讨论。

关键词 超高斯光束,光流体模型

1 引言

超高斯光束是目前研究得较为热烈的一种光束,它是包含有高斯光束($n=2$)、理想平顶方波($n=\infty$)在内的一大类光束。至今,人们已对这种光束的产生方法以及传输规律进行了大量的研究,并得到了一些具有实用价值的结果^[1~5]。但是尚未见文献研究过超高斯光束的存在性问题,即是否所有数学上描述的超高斯光束都是物理上能够存在的?如果不是,那么满足什么样条件的超高斯光束才是物理上能够实现的?本文将回答这个问题,并且为了分析方便,本文将和文献[4,5]一样,只把所讨论的范围限定于在其光腰面上准程函 L 与 x, y 坐标无关的超高斯光束。首先,本文将用光流体模型理论中的光束截面能量及其径向分量 $E_{\perp}$ 的概念,来证明超高斯光束的阶数 n 不可能为无穷大,即理想的平顶方波在物理上是不可能实现的。在此基础上,将进一步采用匀幅平面波入射狭缝所自然形成的陡峭光束作为同样宽度的超高斯光束的上限,来给出上限超高斯阶数 n_0 的表达式。此外,本文还将对一些相关的问题进行讨论。

2 超高斯光束的阶数不可能为无穷大

由文献[6]可知,满足标量亥姆霍兹波动方程

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (1)$$

的解可表示为

$$\phi = \phi_0 e^{-ikL}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

其中, ϕ_0 为振幅, L 为准程函,它们都是空间坐标 (x, y, z) 的实函数。为了分析方便,假定 ϕ 已经满足归一化条件,即

* 国家高技术 863-416 资助项目。

收稿日期: 1995年3月28日; 收到修改稿日期: 1995年5月12日

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \phi^* \phi dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi_0^2 dx dy = 1 \quad (3)$$

由(1),(2)式可得

$$\phi_0^2 = \phi_0^2 (\nabla L)^2 + \frac{1}{k^2} (\nabla \phi_0)^2 - \frac{1}{2k^2} \nabla^2 \phi_0^2 \quad (4)$$

把(4)式对整个截面积分,可得

$$\begin{aligned} 1 = & \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\phi_0^2 (\nabla L)_{\perp}^2 + \frac{1}{k^2} (\nabla \phi_0)_{\perp}^2 - \frac{1}{2k^2} (\nabla^2 \phi_0^2)_{\perp} \right] dx dy \\ & + \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\phi_0^2 (\nabla L)_{\parallel}^2 + \frac{1}{k^2} (\nabla \phi_0)_{\parallel}^2 - \frac{1}{2k^2} (\nabla^2 \phi_0^2)_{\parallel} \right] dx dy \end{aligned} \quad (5)$$

引用远场边界条件则可证明,在 $\partial \phi_0^2 / \partial x$, $\partial \phi_0^2 / \partial y$ 存在并连续的情况下,有

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2k^2} (\nabla^2 \phi_0^2) dx dy = 0 \quad (6)$$

因而可把(5)式表示为

$$1 = E_{\perp} + E_{\parallel} \quad (7)$$

其中

$$E_{\perp} = \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\phi_0^2 (\nabla L)_{\perp}^2 + \frac{1}{k^2} (\nabla \phi_0)_{\perp}^2 \right] dx dy \quad (8)$$

$$E_{\parallel} = \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\phi_0^2 (\nabla L)_{\parallel}^2 + \frac{1}{k^2} (\nabla \phi_0)_{\parallel}^2 \right] dx dy \quad (9)$$

它们分别表示光束截面能量的径向部分与轴向部分。由于 $E_{\perp}$, $E_{\parallel}$ 都为非负实数,因而应该有以下的关系成立

$$E_{\perp} \leq 1 \quad (10)$$

满足能量归一化条件的一维超高斯光束的振幅分布函数为

$$\phi_0 = a \exp \left(- \left| \frac{x}{\sigma} \right|^n \right) \quad (11)$$

其中的 σ 为超高斯光束的束宽, a 为归一化系数,其值为

$$a^2 = \frac{n(2)^{1/n}}{2\sigma\Gamma(1/n)} \quad (12)$$

符号 Γ 表示 Γ 函数。由于所讨论的超高斯光束在光腰截面上具有均匀的准程函 L , 因而在该横截面上任一点处都有

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

把(11), (12), (13)式代入(8)式,则可得到一维超高斯光束的 $E_{\perp}$ 为

$$E_{\perp} = \frac{(4)^{1/n} \Gamma(2 - 1/n) n}{4k^2 \sigma^2 \Gamma(1 + 1/n)} \quad (14)$$

由 Γ 函数的性质可知,当 $n \gg 1$ 时,有

$$\Gamma\left(2 - \frac{1}{n}\right) \approx \Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right) \approx 1 \quad (15)$$

且 n 的值越大, (15) 式就越精确;另外,当 n 较大时,还可得到

$$(4)^{1/n} \approx 1 \quad (16)$$

这样,在 n 较大时,有

$$E_{\perp} \approx \frac{n}{4k^2\sigma^2} \quad (17)$$

由(17)式可知,在超高斯光束的束宽 σ 值确定的情况下,且 n 值较大时, $E_{\perp}$ 随 n 的增大而成线性增大。当 $n \rightarrow \infty$ 时, $E_{\perp}$ 也趋向于 ∞ , 而由(10)式可知, $E_{\perp}$ 不可能大于 1, 由此可以得到超高斯光束的阶数 n 不可能为无穷大, 即理想的平顶方波在物理上是不可能实现的。

3 超高斯光束的上限阶数

考虑到物理上能够实现的最陡的超高斯光束莫过于用匀幅平面波入射硬边光阑所自然形成的边缘梯度, 所以我们用具有与 σ 值相同的同宽度的无限长狭缝截取匀幅平面波所形成的光场分布来作为一维超高斯光束的上限, 这在物理上是合理的。

由光流体模型理论可知^[6], 光束截面能量的径向分量 $E_{\perp}$ 是一个与轴向坐标 z 无关的守恒量, 它由轨道能量部分与内禀能量部分所组成。对于被硬边光阑所截取的光束来说, 在无穷远处, 其 $E_{\perp}$ 的内禀能量部分为 0, 只有轨道能量部分; 而在光阑截面处, 则 $E_{\perp}$ 的轨道能量部分为 0, 只有内禀能量部分。文献[6, 7] 推出了通过硬边光阑的光束在远场截面上的轨道能量的表达式, 并由此给出了它在光阑截面处的 $E_{\perp}$ 为

$$E_{\perp 0} = \frac{1}{2k} \frac{l}{A} \quad (18)$$

其中 A 为硬边光阑面积, l 为硬边光阑的周长。将狭缝的参数代入, 可得匀幅光入射单位长度狭缝的 $E_{\perp}$ 为

$$E_{\perp 0} = \frac{1}{2k\sigma} \quad (19)$$

在光腰截面上取 $E_{\perp} = E_{\perp 0}$, 则可由(14)式与(19)式得到

$$\frac{(4)^{1/n_0} \Gamma(2 - 1/n_0)}{\Gamma(1 + 1/n_0)} n_0 = \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \quad (20)$$

由(20)式所确定的 n_0 即为束宽为 σ 的超高斯光束的上限阶数。

在 $\sigma \gg \lambda$ 的情况下, 即当 n_0 较大时, (15) ~ (17) 式成立, 这时 n_0 有一个简单的表达式

$$n_0 \approx \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \quad (21)$$

对于二维的轴对称超高斯光束来说, 其振幅表达式为

$$\phi_0 = b \exp\left(-\left|\frac{r}{\sigma}\right|^n\right) \quad (22)$$

其中

$$b^2 = \frac{(4)^{1/n}}{\pi\sigma^2\Gamma(1 + 2/n)} \quad (23)$$

将(23)式代入(8)式, 可得到其 $E_{\perp}$ 为

$$E_{\perp} = \frac{(4)^{1/n} n}{2k^2\sigma^2\Gamma(1 + 2/n)} \quad (24)$$

而由(18)式可得到半径为 σ 的硬边光阑的 $E_{\perp}$ 为

$$E_{\perp 0} = \frac{1}{k\sigma} \quad (25)$$

由(24), (25)式可得

$$\frac{(4)^{1/n_0 n_0}}{\Gamma(1 + 2/n_0)} = \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \quad (26)$$

由(26)式所确定的 n_0 , 就是二维轴对称超高斯光束的上限阶数。当 $\sigma \gg \lambda$ 时, (26) 式就简化为

$$n_0 \approx \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \quad (27)$$

它与(21)式是完全相同的。从以上的推导过程可以看出, 超高斯光束存在上限阶数的物理原因在于这种光束(当 $n > n_0$ 时)蕴含了与亥姆霍兹方程相抵触的内在特性, 故由此可知, 其深层的物理机制在于受到了光波的衍射效应所限。

4 讨 论

4.1 由文献[8]可知, 准程函 L 所满足的一个微分方程为

$$(\nabla L)^2 = 1 + \frac{1}{k^2} \frac{\nabla^2 \phi_0}{\phi_0} \quad (28)$$

由于理想方波不可能存在, 它导致 $\partial^2 \phi_0 / \partial x^2$ 的值不可能为无穷大, 所以由(28)式可知, $|\partial L / \partial x|$ 的值也应有限, 它不可能为无穷大。这表明了准程函的突变在物理上也是不可能的。

4.2 在光束的传输过程中, 它的空间、时间传输特性非常相似, 而由这种时空类比的相似性可知, 一个物理上能够存在的光脉冲也不可能具有无限陡的上升沿与下降沿。若用超高斯函数来表示, 则可表述为: 一个时间上的超高斯脉冲的超高斯阶数也应是有限的, 而不可能为无穷大。

4.3 在 n 确定的情况下, 我们可以采用让 $\sigma \rightarrow \infty$ 的方法来趋向于匀幅平面波。但是应当注意, 从严格的意义上讲, 只有当 n 为整数时, ϕ_0 才能趋向于真正意义上的匀幅平面波, 因为当 n 不是整数时, ϕ_0 的第 N (N 为 n 的整数部分) 阶导数以及高于 N 阶的所有导数都会在 $x = 0$ 处发散。这偏离了近匀幅平面波所应具有的性质, 对于近匀幅平面波来说, 它的任意阶导数在任意点处都应趋向于 0。但是从应用的观点来说, 这种趋近匀幅平面波的方法作为一种近似的描述还是可以的, 因为毕竟在所有 $x \neq 0$ 的点上, 光束的性质都会趋向于匀幅平面波的性质; 而即使在 $x = 0$ 的这一点上, ϕ_0 的前 $N-1$ 阶导数的性质也还都趋向于匀幅平面波的性质。

4.4 如上节所述, (6) 式成立的条件为 $\partial \phi_0^2 / \partial x$, $\partial \phi_0^2 / \partial y$ 存在且连续, 但是对于一维的超高斯光束来说, 可以证明, 当 $n < 1$ 时, $\partial \phi_0^2 / \partial x$ 在 $x = 0$ 处有一奇异点, 它使得(6)式不再成立, 所以当 $n < 1$ 时, (14) 式有可能会给出错误的结果。故(14)式的适用范围应为 $n \geq 1$ 。如果把光束所包含的总能量应当有限(要求 ϕ 平方可积)、而微分形式的亥姆霍兹方程又不被破坏(它要求 ϕ 的二阶偏导数为有限值)这两个条件也作为超高斯光束存在的先决条件, 则由以上分析可知, 其下限阶数为 1。因为当 $0 < n < 1$ 时, 在 $x = 0$ 处, $\partial^2 \phi / \partial x^2$ 的值为无穷大; 而当 $n = 0$ 时, ϕ_0^2 在整个横截面上的积分又发散, 所以也是不可能存在的。另外, 根据这两个条件, 还可以得到: 所有小于 2 的非整数阶超高斯光束都不可能存在, 而所有大于 2 且又小于 n_0 的非整数阶超高斯光束则可以存在。

参 考 文 献

- 1 S. De Silvestri, P. Laporta, V. Magni *et al.*. Solid-state laser unstable resonators with tapered reflectivity mirrors; The super-Gaussian approach. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1988, QE-24(6): 1172
- 2 S. De Silvestri, V. Magni, O. Svelto *et al.*. Lasers with super-Gaussian mirrors. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1990, QE-26(9): 1500
- 3 J. Ojeda-Castaneda, G. Saavedra, E. Lopez-Olazagasti. Supergaussian beams of continuous orders as GRIN modes. *Opt. Commun.*, 1993, 102(1,2): 21
- 4 C. Palma, V. Bagini. Propagation of super-Gaussian beams. *Opt. Commun.*, 1994, 111(1,2): 6
- 5 A. Parent, M. Morin, P. Lavigne. Propagation of super-Gaussian field distributions. *Opt. Quant. Electr.*, 1992, 24: S1071
- 6 邓锡铭. 有限束宽光动力学. 杭州: 杭州大学出版社, 1993
- 7 邓锡铭, 方洪烈, 黄镇江 等. 光束通过硬边光阑的内禀能量和衍射发散度. *激光*, 1981, 8(12): 1
- 8 邓锡铭, 方洪烈. 真空中电磁场的整体运动和内部运动. *激光*, 1980, 7(2): 14

The Upper Limit of the Order of the Supergaussian Beams

Deng Ximing Cao Qing Guo Hong

(National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
Academia Sinica, Shanghai 201800)

Abstract In this paper, we prove that the order of a supergaussian beam has a upper limit, drive the analytic expression of the upper limit, and discuss some important characters of the supergaussian beams.

Key words supergaussian beams, HMO

光束截面角动量的轴向分量是守恒量*

曹清 郭弘 邓锡铭

(中国科学院上海光机所 高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

提要 证明了对于在真空中稳态传输的光束来说,其光束截面角动量的轴向分量、角动量平方的轴向分量都是与 z 无关的守恒量;此外还把这一结果推广到傍轴旋对称 $ABCD$ 光学系统;并对一些与角动量有关的问题进行了讨论。

关键词 光流体模型,光束截面角动量

1 引言

文献[1~3]在合理地引入光束截面能量、动量的概念之后,又进一步引入了光束截面角动量的概念,并着重对内禀角动量部分进行了细致的研究。此外,近些年来,国外的一些研究人员也做了一些与此相近的工作^[4~7],他们指出单位长度轨道角动量(类似于光流体模型中的光束截面角动量)的轴向分量是一个与几何位相密切相关的物理量,可以用于厄米-高斯光束与拉盖尔-高斯光束的相互转换上;且在傍轴近似的情况下,它还是一个与截面位置无关的守恒量^[5]。本文将用标量场理论来证明,对于在真空中稳态传输或通过傍轴 $ABCD$ 光学系统传输的任意光束来说,其光束截面角动量的轴向分量 $M_{//}$ 、角动量平方的轴向分量 $M_{//}^2$ 都是与截面位置无关的守恒量。此外,本文还将进一步来讨论一些与角动量有关的问题。

2 $M_{//}$ 及 $M_{//}^2$ 是守恒量

由文献[1]可知,光束截面角动量的表达式为

$$M = \iint_{-\infty}^{\infty} (R \times p) dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi^* \left(\frac{i}{\omega} R \times \nabla \phi \right) dx dy \quad (1)$$

其中的 R 为位置矢量, p 为动量密度, ϕ 为满足亥姆霍兹波动方程的复振幅光场分布函数

$$\phi = \phi_0 e^{-i\omega L} \quad (2)$$

且 ϕ_0 , L 都为 (x, y, z) 的实函数。为了以下的分析方便,这里先把光束截面角动量 M 表示成算符 $\hat{M}$ 的期待值的形式,即

$$M = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi^* (\hat{M} \phi) dx dy \quad (3)$$

* 国家高技术 863-416 资助项目。

收稿日期: 1995年3月28日

由此可以得到光束截面角动量算符 $\hat{M}$ 及其轴向分量 $\hat{M}_{//}$ 为

$$\hat{M} = \frac{i}{\omega} \mathbf{R} \times \nabla \quad (4)$$

$$\hat{M}_{//} = \frac{i}{\omega} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (5)$$

有了光束截面角动量的算符表达形式,现在就可以仿照量子力学那样,来进一步定义光束截面角动量平方算符 $\hat{M}^2$ 及其轴向分量 $\hat{M}_{//}^2$

$$\hat{M}^2 = \left(\frac{i}{\omega} \mathbf{R} \times \nabla \right) \cdot \left(\frac{i}{\omega} \mathbf{R} \times \nabla \right) \quad (6)$$

$$\hat{M}_{//}^2 = \frac{-1}{\omega^2} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \quad (7)$$

可以证明,对于任意的光束截面积分来说, $\hat{M}_{//}$, $\hat{M}_{//}^2$ 都是厄米算符,其相应的期待值 $M_{//}$, $M_{//}^2$ 也都恒为实数。以下将来证明 $M_{//}$, $M_{//}^2$ 都是与轴向坐标 z 无关的守恒量。利用(4),(6)两式以及厄米算符的性质,可以得到

$$M_{//} = \frac{i}{\omega} \iint_{-\infty}^{\infty} \phi^* \left(x \frac{\partial \phi}{\partial y} - y \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy \quad (8)$$

$$M_{//}^2 = \frac{1}{\omega^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \left| x \frac{\partial \phi}{\partial y} - y \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 dx dy \quad (9)$$

对光场复振幅分布函数 $\phi(x, y)$ 作傅里叶变换,可得到其空间频谱函数 $\psi(f_x, f_y)$,即

$$\psi(f_x, f_y) = F[\phi(x, y)] \quad (10)$$

利用傅里叶变换的性质,可得

$$M_{//} = \frac{i}{\omega} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi \left(f_x \frac{\partial \psi^*}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi^*}{\partial f_x} \right) df_x df_y \quad (11)$$

$$M_{//}^2 = \frac{1}{\omega^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \left| f_x \frac{\partial \psi^*}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi^*}{\partial f_x} \right|^2 df_x df_y \quad (12)$$

而由傅里叶光学可知^[8,9],对于相距为 z 的任意两个光束截面上的光场分布来说,它们的空间频谱函数有以下的简单关系

$$\psi_z = \psi_0 \exp(ikz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}) \quad (13)$$

利用(13)式,并经过一定的数学运算,可得

$$\psi_z \left(f_x \frac{\partial \psi_z^*}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi_z^*}{\partial f_x} \right) = \psi_0 \left(f_x \frac{\partial \psi_0^*}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi_0^*}{\partial f_x} \right) \quad (14)$$

$$\left| f_x \frac{\partial \psi_z}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi_z}{\partial f_x} \right|^2 = \left| f_x \frac{\partial \psi_0}{\partial f_y} - f_y \frac{\partial \psi_0}{\partial f_x} \right|^2 \quad (15)$$

使用(14),(15)式的结果,可立刻从(11),(12)式得出,光束截面角动量的轴向分量 $M_{//}$, 角动量平方的轴向分量 $M_{//}^2$ 都是与 z 无关的守恒量。

3 讨 论

3.1 若采用柱坐标系,则算符 $\hat{M}_{//}$, $\hat{M}_{//}^2$ 有更为简单的形式