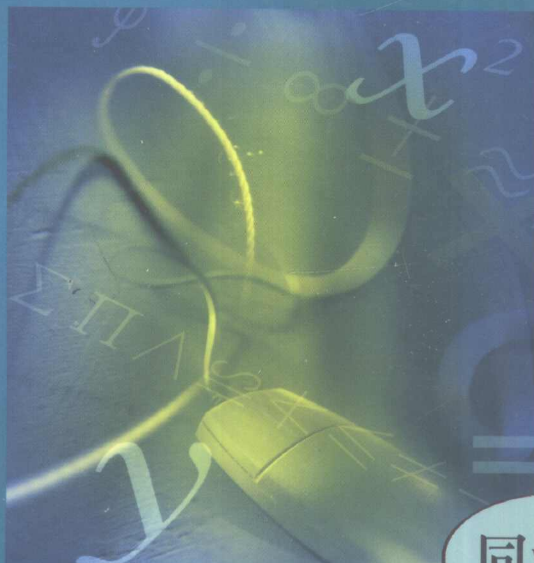
根据最新版教材编写

Gao Deng Shu Xue

最新高等数学

名师导学与习题全解

主编　北京大学数学科学学院　王俊锋
主审　北京大学数学科学学院　庄大蔚（教授）



同济版

世界知识出版社

★ 根据最新版教材编写

最新高等数学

名师导学与习题全解

(同济版)

主 编 北京大学数学科学学院 王俊锋

主 审 北京大学数学科学学院 庄大蔚(教授)

编 委 王俊锋 李海燕 阳惠湘

世界知识出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新高等数学名师导学与习题全解:同济版/王俊锋主编.—北京:世界知识出版社,2001.8

ISBN 7－5012－1610－X

Ⅰ.最…　Ⅱ.王…　Ⅲ.高等数学－高等学校－解题　Ⅳ.O13－44

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第057410号

整体策划	欧阳瑾
责任编辑	曾伏华
特约编辑	胡宜槐
责任校对	晓　明
封面设计	程访华
责任出版	夏凤仙

书　　名	**最新高等数学名师导学与习题全解(同济版)**
出版发行	世界知识出版社
地址邮编	北京东单干面胡同51号　　100010
网　　址	http://www.wapbook.com
经　　销	新华书店
排版印刷	北京至言文化艺术中心排版　　北京康华印刷厂印刷
开本印张	880×1230毫米　32开本　13.625印张
字　　数	400千字
排次印次	2001年8月第1版　2001年8月第1次印刷
定　　价	16.00元

前　言

高等数学是理、工科院校一门重要的基础学科。作为一门科学，高等数学有其固有的特点，这就是高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性。抽象性是数学最基本、最显著的特点——有了高度抽象和统一，我们才能深入地揭示其本质规律，才能使之得到更广泛的应用。严密的逻辑性是指在数学理论的归纳和整理中，无论是概念和表述，还是判断和推理，都要运用逻辑的规则，遵循思维的规律。所以说，数学也是一种思想方法，学习数学的过程就是思维训练的过程。人类社会的进步，与数学这门科学的广泛应用是分不开的。尤其是到了现代，电子计算机的出现和普及使得数学的应用领域更加拓宽，现代数学正成为科技发展的强大动力，同时也广泛和深入地渗透到了社会科学领域。

因此，学好高等数学对我们来说相当重要。然而，很多学生对怎样才能学好这门课程感到困惑。编者认为，要想学好高等数学，至少要做到以下四点：

首先，理解概念。数学中有很多概念。概念反映的是事物的本质，弄清楚了它是如何定义的、有什么性质，才能真正地理解一个概念。

其次，掌握定理。定理是一个正确的命题，分为条件和结论两部分。对于定理除了要掌握它的条件和结论以外，还要搞清它的适用范围，做到有的放矢。

第三，在弄懂例题的基础上作适量的习题。要特别提醒学习者的是，课本上的例题都是很典型的，有助于理解概念和掌握定理，要注意不同例题的特点和解法并在理解例题的基础上作适量的习题。作题时要善于总结——不仅总结方法，也要总结错误。这样，作完之后才会有所收获，才能举一反三。

第四，理清脉络。要对所学的知识有个整体的把握，及时总结知识体系，这样不仅可以加深对知识的理解，还会对进一步的学习有所帮助。

为了帮助广大学生及高等数学学习者学好这门课程，我们精心编写了这本《最新高等数学名师导学与习题全解》。它是**高等教育出版社出版、同济大学组编的《高等数学》最新版的配套辅导用书**，全书严格按照教材内容逐章编写，每章包括五个部分：

一、知识结构。对该章内容进行框架式的总结，以助学习者对该章知识作整体把握。

二、精典例题。针对该章知识点设计的典型例题与解析，并且对常考点、题型、解题方法、常见错误等进行了精要总结。

三、同步测试。这是针对该章内容及知识点选取的提高型测试题。需要说明的是，这一部分主要是为那些立志考研和提高数学水平的学习者而设计的，测试题基本上为历年及最新的考研真题。

四、同步测试参考答案。其中有些测试题包含了评分标准，以便学习者客观地了解自己对该章知识点的掌握程度。

五、习题全解。这一部分给出了教材中该章全部习题的答案与解题过程，供广大学习者参考借鉴。应当注意：该部分仅供参考，学习者应充分自主解题而不应过分依赖。而且，本书对有些习题仅给出了一种典型的解题方法或思路，而事实上很多习题并非只有一种解法。学习者应在参考的基础上动手、动脑，积极探求更新更简便的方法和思路，这样才能做到真正掌握所学知识并举一反三。

本书的编者均为一线的优秀教师，长期从事高等数学的教学或研究工作，对高等数学的教学有着独到的心得和经验。作为这些心得和经验的总结，相信本书的出版将会给广大学习者带来帮助。同时，欢迎读者对本书提出宝贵意见。

在本书的出版过程中，罗小荣、董明梅、程访华等同志做了大量的具体工作，谨在此致谢。

编　者

于北大

目　录

第1章　函数与极限

第2章　导数与微分

第3章　中值定理与导数的应用

第 4 章 不定积分

第 5 章 定积分

第 6 章 定积分的应用

第 7 章 空间解析几何与向量代数

第 11 章 无穷级数

第 12 章 微分方程

第1章

函数与极限

〔学习要点〕

1. 函数是微积分研究的对象，学习函数的概念要注意两点：一是对定义域中的每一个值，有唯一的值与它对应；二是相同的定义域和对应法则确定同一个函数。

2. 基本初等函数是函数的基础，几类基本初等函数的性质要牢牢记住，这对以后的学习至关重要。

3. 极限是微积分的基础，要熟悉极限的性质，会求极限。

4. 连续是函数的一个重要性质，判断连续性要看 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=f(x_0)$ 是否成立，两个等号缺一不可。

知识结构

■ 函数
- 基本概念(集合、区间、邻域、常量、变量)
- 定义(定义域、值域、对应关系)
- 性质(有界性、单调性、奇偶性、周期性)
- 基本初等函数(定义、性质、图形)
- 反函数与复合函数

■ 极限
- 数列的极限
- 函数的极限
  - 定义
  - 左极限、右极限
  - 极限存在准则
- 无穷小与无穷大
  - 定义
  - 阶的比较
- 极限运算法则
- 两个重要极限

■ **连续**
- 函数连续的定义
- 间断点及其类型
  - 第一类
    - 可去
    - 跳跃
  - 第二类
    - 无穷
    - 振荡
- 反函数与复合函数的连续性
- 初等函数的连续性
- 闭区间上连续函数的性质
  - 最大值、最小值定理
  - 介值定理
  - 一致连续性定理

□ 精典例题 □

例 1. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$ 求：

$(1)f(\sin x)$；$(2)f(x+a)+f(x-a)\ (a>0)$ 的定义域．

分析　求复合函数的定义域，要注意内层函数的值域必须包含在外层函数的定义域内．

解　(1) 要使 $\sin x$ 的值域包含于 $y=f(x)$ 的定义域内，须有

$$0\leqslant \sin x\leqslant 1$$

由此解得　$2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi\ (n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

所以，$f(\sin x)$ 的定义域为：$2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi\ (n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

(2) 函数 $f(x+a)$ 的定义域由不等式　$0\leqslant x+a\leqslant 1$

解得　$-a\leqslant x\leqslant 1-a$；

函数 $f(x-a)$ 的定义域由不等式　$0\leqslant x-a\leqslant 1$

解得　$a\leqslant x\leqslant 1+a$

若 $0<a\leqslant\dfrac{1}{2}$，则 $a\leqslant\dfrac{1}{2}\leqslant 1-a$，此时函数 y 的定义域为 $[a,1-a]$．

若 $a>\dfrac{1}{2}$，则 $1-a<\dfrac{1}{2}$，此时函数 y 的定义域为空集．

例 2. 设 $f(x)$ 是二次多项式，并适合 $f(a)=f(b)=0\ (a\neq b)$，$f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)=M$，求 $f(x)$．

分析　由题设条件 $f(a)=f(b)=0$，故可设 $f(x)=A(x-a)(x-b)$ 最为简捷．

解　设 $f(x)=A(x-a)(x-b)$

由 $f\left(\frac{a+b}{2}\right)=M$,知　$M=A\left(\frac{a+b}{2}-a\right)\left(\frac{a+b}{2}-b\right)$

解得　$A=-\frac{4M}{(a-b)^2}$

故　$f(x)=\frac{-4M}{(a-b)^2}(x-a)(x-b)$.

例 3. 已知 $f(x)=e^{x^2}$, $f[\varphi(x)]=1-x$, $\varphi(x)\geqslant 0$, 求 $\varphi(x)$ 并写出它的定义域.

解　因为 $f(x)=e^{x^2}$,所以　$f[\varphi(x)]=e^{[\varphi(x)]^2}$

又因　$f[\varphi(x)]=1-x$,所以　$e^{[\varphi(x)]^2}=1-x$

即　$[\varphi(x)]^2=\ln(1-x)$

又　$\varphi(x)\geqslant 0$

故　$\varphi(x)=\sqrt{\ln(1-x)}$　　$\varphi(x)$ 的定义域为 $x\leqslant 0$ (或$(-\infty,0]$).

例 4. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$.

解
$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}n(n+1)}{n^2}=\frac{1}{2}$$

* **常见错误** *

$$\text{原式}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}+\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^2}+\cdots+\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n^2}=0+0+\cdots+0=0$$

例 5. 求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{x^2}$

解
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(1-\frac{1}{x^2}\right)^{x^2}}{\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{x^2}}=\frac{e^{-1}}{e}=e^{-2}$$

注意　用两个重要极限时,一定要注意形式上的一致性.

例 6. 已知 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$, 求 a,b 的值.

解　由于当 $x\to 2$ 时,分母的极限为零,并且分式的极限存在,所以分子的极限必为零,即

$$\lim_{x\to 2}(x^2+ax+b)=4+2a+b=0$$

由此得　$b=-2a-4$

于是 $x^2+ax+b=x^2+ax-2a-4=(x-2)(x+a+2)$

代入原极限式得

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+a+2)}{(x-2)(x+1)}=\frac{a+4}{3}=2$$

解方程组 $\begin{cases}a+4=6\\ b=-2a-4\end{cases}$　得 $a=2, b=-8$

例 7. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-e^{nx}}{1+e^{nx}}$,讨论 $f(x)$ 的连续性.

分析　首先确定 $f(x)$,然后再讨论 $f(x)$ 的连续性.

解　因为 $n>0$,并注意到

当 $x>0$ 时,$e^{nx}\to+\infty$　$(n\to\infty)$;当 $x<0$ 时,$e^{mx}\to 0$　$(m\to\infty)$

不难求得　$$f(x)=\lim_{m\to\infty}\frac{1-e^{mx}}{1+e^{mx}}=\begin{cases}1 & x<0\\ 0 & x=0\\ -1 & x>0\end{cases}$$

所以,函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内除 $x=0$ 外,处处连续,$x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

例 8. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+2x)}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$,试确定常数 a,使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

分析　只须 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)$ 即可.

解　要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续,只需

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{x}=2=f(0)$$

又 $f(0)=a$,故当 $a=2$ 时,$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

例 9. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,且 $a<c<d<b$,证明在 (a,b) 内至少存在一点 ξ,使得　$$pf(c)+qf(d)=(p+q)f(\xi)$$
其中 p,q 为任意正常数.

证明　因为 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,故 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有最大值 M 和最小值 m,且有　$m\leqslant f(x)\leqslant M$

又由于 c、$d\in[a,b]$,则有　$pm\leqslant pf(c)\leqslant pM$, $qm\leqslant qf(d)\leqslant qM$

两式相加得 $(p+q)m \leqslant pf(c)+qf(d) \leqslant (p+q)M$

即有 $m \leqslant \dfrac{pf(c)+qf(d)}{p+q} \leqslant M$

由介值定理证，在(a,b)内至少存在一点 ξ，使得 $\dfrac{pf(c)+qf(d)}{p+q} = f(\xi)$

即 $pf(c)+qf(d) = (p+q)f(\xi)$

本题也可用令 $F(x) = (p+q)f(x) - pf(c) - qf(d)$ 来证明，请读者自己完成．

总结 对于闭区间上连续函数的命题一般采用下面两种方法：

(1) 直接法，先利用最值定理，再利用介值定理．

(2) 间接法，先作辅助函数 $F(x)$，再利用零点定理．

辅助函数的作法：

首先把结论中的 ξ（或 x_0）改写成 x；其次，移项，使等式右边为零，令左边式子为 $F(x)$，则 $F(x)$ 即为所求．

例 10．证明方程 $x = e^{x-3}+1$ 在$(0,4)$内至少有一个根．

证明 令 $f(x) = x - e^{x-3} - 1$

则 $f(x)$ 在$[0,4]$上连续，且 $f(0) = -e^{-3}-1 < 0, f(4) = 4-e-1 > 0$.

故由零点定理知，在$(0,4)$内至少存在一点 $\xi(0<\xi<4)$，使得

$$f(\xi) = 0$$

即 $\xi = e^{\xi-3}+1$

因此，ξ 是 $x = e^{x-3}+1$ 在$(0,4)$之间的一个根．

□ 同步测试 □

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin x + x^2\cos\dfrac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)} =$ ________．

2．已知 $f(x) = \begin{cases} \ln(\cos x)x^{-2} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ ______．

3．设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，则下列断言正确的是________．

(A) 若 x_n 发散，则 y_n 必发散

(B) 若 x_n 无界，则 y_n 必有界

(C) 若 x_n 有界，则 y_n 必为无穷小

(D) 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小

4. 求函数 $f(x)=(1+x)^{x/\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}$ 在$(0,2\pi)$内的间断点，并判断其类型.

5. 求$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$

6. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2+x-2}=$ ________.

7. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于　　(　　)

A. 0　　　　B. 1

C. $\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1.\end{cases}$　　　　D. $\begin{cases}0, & |x|\leqslant 1,\\ 1, & |x|>1.\end{cases}$

8. 设当 $x\to0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小，而 $x\sin x^n$ 是比$(e^{x^2}-1)$高阶的无穷小，则正整数 n 等于　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 求极限$\lim\limits_{t\to x}\left(\dfrac{\sin t}{\sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x-\sin t}}$，记此极限为 $f(x)$，求函数 $f(x)$ 的间断点并指出其类型.

同步测试参考答案

1.（考研真题　1997 年试卷一，一(1)）　$\underline{\dfrac{3}{2}}$

解　$$\lim_{x\to0}\frac{3\sin x+x^2\cos\frac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}=\lim_{x\to0}\frac{3\sin x+x^2\cos\frac{1}{x}}{(1+\cos x)x}\text{（等价无穷小代换）}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{3}{1+\cos x}\left[\frac{\sin x}{x}+\frac{1}{3}x\cos\frac{1}{x}\right]$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{3}{1+\cos x}\cdot\left[\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}+\frac{1}{3}\lim_{x\to0}x\cos\frac{1}{x}\right]$$

$$=\frac{3}{2}\times\left[1+\frac{1}{3}\times0\right]\text{（重要极限，有界变量与无穷小之积）}=\frac{3}{2}$$

2.（考研真题　1997 年试卷二，一(1)）　$\underline{-\dfrac{1}{2}}$

解　由于 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续

故有$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}\ln(\cos x)x^{-2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{x^2}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}\text{（等价无穷小替换）}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-\sin^2 \frac{x}{2}}{2\left(\frac{x}{2}\right)^2} = -\frac{1}{2}\text{（重要极限）}$$

3.（考研真题　1998年试卷二，二(1)）　(D)

解　用排除法易将(A)(B)排除掉，容易产生麻烦的是(C)．若(C)成立，则显然有$\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$；但反之未然，例如取 $x_n = 0$，则只要 $y_n \neq \infty$，就有$\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，而不必 y_n 是无穷小．

对(D)，若$\frac{1}{x_n}$为无穷小，等价于 x_n 为无穷大，即 $\forall M > 0$，$\exists N_1 > 0$，

当 $n > N_1$ 时，$|x_n| > M$；又$\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，故 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists N_2 > 0$，当 $n > N_2$ 时，$|x_n y_n| < \varepsilon$，取 $N = \max\{N_1, N_2\}$，当 $n > N$ 时，$M|y_n| \leqslant |x_n y_n| < \varepsilon$

即 $|y_n| < \frac{\varepsilon}{M}$．

也即 y_n 是无穷小．

4.（考研真题　1998年试卷二，三）

解　$f(x)$ 在$(0,2\pi)$内的间断点为 $x = \frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$

在 $x = \frac{\pi}{4}$ 处，$f\left(\frac{\pi}{4}+0\right) = +\infty$，在 $x = \frac{5\pi}{4}$ 处，$f\left(\frac{5\pi}{4}+0\right) = +\infty$．

故 $x = \frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$ 为第二类（或无穷）间断点．

在 $x = \frac{3\pi}{4}$ 处，$\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{4}} f(x) = 1$，在 $x = \frac{7\pi}{4}$ 处，$\lim\limits_{x\to\frac{7\pi}{4}} f(x) = 1$．

故 $x = \frac{3\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$ 为第一类（或可去）间断点．

5.（考研真题　2000年试卷一，三）

解　因为

$$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{|x|}\right) = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{2e^{-\frac{4}{x}}+e^{-\frac{3}{x}}}{e^{-\frac{4}{x}}+1}+\frac{\sin x}{x}\right) = 1$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{|x|}\right) = \lim_{x\to 0^-}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}-\frac{\sin x}{x}\right) = 2-1 = 1$$

所以 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{|x|}\right) = 1$．

6.（考研真题　2001年试卷二，一(1)）　$-\frac{\sqrt{2}}{6}$

7.（考研真题　2001年试卷二，二(1)）　B

8.（考研真题　2001年试卷二，二(2)）　B

9.（考研真题　2001年试卷二，四）

解　因为　$f(x) = e^{\lim\limits_{t\to x}\frac{x}{\sin t-\sin x}\ln\frac{\sin t}{\sin x}}$,

而　$\lim\limits_{t\to x}\dfrac{x}{\sin t - \sin x}\ln\dfrac{\sin t}{\sin x} = \lim\limits_{t\to x} x\dfrac{\frac{\cos t}{\sin t}}{\cos t} = \dfrac{x}{\sin x}$,

故　$f(x) = e^{\frac{x}{x\sin x}}$.

由于　$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{x}{\sin t}} = e$,

所以,$x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的第一类(或可去)间断点;

$x = k\pi(k = \pm 1, \pm 2, \cdots)$ 是 $f(x)$ 的第二类(或无穷)间断点.

习题全解

习题 1－1

1.(1)$(2,6]$　(2)$[0, +\infty)$　(3)$(-3,3)$　(4)$[-1,7]$

2.定义域:$(-\infty, +\infty)$;值域:$[-1,1]$

3.(1)不同,因为定义域不同;

(2)不同,因为对应法则不同,$x < 0$ 时,$g(x) = -x$;

(3)相同,因为定义域、对应法则相同.

4.(1)$1 - x \neq 0, x \neq 1$　定义域为$(-\infty,1) \cup (1, +\infty)$

(2)$3x + 2 \geqslant 0, x \geqslant -\dfrac{2}{3}$　定义域为$[-\dfrac{2}{3}, +\infty)$

(3)$1 - x^2 \neq 0, x \neq \pm 1$　定义域为$(-\infty, -1) \cup (-1,1) \cup (1, +\infty)$

(4)$x^2 - 4 \geqslant 0, |x| \geqslant 2$　定义域为$(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

(5)$1 - x^2 \neq 0$,且 $x + 2 \geqslant 0$,即 $x \neq \pm 1$,且 $x \geqslant -2$

定义域为$[-2, -1) \cup (-1,1) \cup (1, +\infty)$

(6)$x \neq 0$,且 $1 - x^2 \geqslant 0$,即 $x \neq 0$,且 $|x| \leqslant 1$　定义域为$[-1,0) \cup (0,1]$

(7)$4 - x^2 > 0$,即 $|x| < 2$　定义域为$(-2,2)$

(8)$x^2 - 3x + 2 \neq 0, x \neq 1,2$　定义域为$(-\infty,1) \cup (1,2) \cup (2, +\infty)$

5.(略)

6.$f(0) = 2$　$f(1) = \sqrt{5}$　$f(-1) = \sqrt{5}$　$f(\dfrac{1}{a}) = \dfrac{1}{|a|}\sqrt{4a^2 + 1}$

$f(x_0) = \sqrt{4 + (x_0 + h)^2}$