

163754

工業材料 合理下料的計算

康托羅維奇、扎耳噶列爾著



機械工業出版社

056

工業材料合理下料的計算

И. Б. 康托羅維奇、扎耳噶列爾著

嚴 欽 勇 譯

機 械 工 業 出 版 社

1956

出版者的話

在机器製造業中，如何最大限度地減少金屬材料和非金屬材料下料時的殘料問題，對節約材料及降低成本上有極大的实际意义。

本書對型材、管材、棒材、板材切成簡單形狀毛坯的合理下料問題提供了有理論根據並切实可行的解法。書中附有許多練習題和答案，有助於讀者複習解題方法。

本書主要地是供机器製造業的工程技術人員在從事材料定貨、定額工作、材料分配、下料、檢查材料消耗量等实际工作時參考之用。也可供工廠中合理化建議者與中等技術學校的教師與學生參考之用。

苏联 Л. В. Канторович, В. А. Залгаллер 著 “Расчет рационального раскроя промышленных материалов” (Лениздат 1951 年第一版)

*

*

*

NO. 1046

1956 年 9 月第一版 1956 年 9 月第一版第一次印刷

850×1168 $\frac{1}{32}$ 字數 162 千字 印張 $6\frac{3}{4}$ 0,001—4,000 冊

機械工業出版社(北京東交民巷 27 號)出版

機械工業出版社印刷廠印刷 新華書店發行

北京市書刊出版業營業許可証出字第 008 號 定價 (10) 1.30 元

目 次

原序	1
緒論	9
一 下料問題的一般解法	13
1 問題的提出	13
舉例(13)——下料計劃的編製問題(14)——工藝上的要求(16)—— 問題的基本類型(問題 1、2、3)(18)	
2 切成兩種尺寸的毛坯的下料法	20
在兩種毛坯下料的情形下問題 2 的圖解法(27)	
3 指數的概念。最經濟下料計劃的特徵	29
指數的概念(29)——指數的性質(31)——最經濟下料計劃的特徵(34)	
4 編成下料計劃的檢查	37
下料計劃最大經濟性的根據(38)——下料計劃經濟性的驗證(38) ——特殊情形(41)——檢查的第二步(42)——分析下料計劃的結果 (42)——討論指數為零的毛坯(43)	
5 求最經濟下料計劃的第一法(下料計劃的逐次改善法)	43
6 求最經濟下料計劃的第二法(逐次增加假定最大下料方法的數目)	49
7 用近似法迅速求出最經濟下料計劃的一般原則	52
8 指數數值的可能界限及修正這些界限的方法	54
二 直線材料按長度下料方法 (輥軋型材、管材、棒材、 條材)	60
勾整長度材料的下料方法	61
1 用毛坯長度歸整的方法近似地選擇指數	61
度量單位的選擇(62)——指數和大於所採用下料方法的其他下料方 法不可能存在的驗證(63)——假定最大下料方法中具有全部毛坯的 保證(65)	
2 求可能及最有利下料方法的圖解法	68
3 指數性質的某些說明。當幾種毛坯數量很多時直線下料計劃 的編製	71

指數的刻度表(71)——当幾种毛坯數量很多時直綫下料計劃的編製(75)——指數簡化的說明(78)——討論數值的容許歸整範圍(79)	
混合長度材料的下料方法	80
4 材料的分類	81
5 按固定在机床上的專用可換量尺來進行工作	88
量尺的長度(93)——應刻的刻度綫和字樣(94)——按擬定的量尺工作時所得出產品的分析(96)——修改量尺以保證能獲得毛坯所必要的品種(99)——完成下料方法的合理程序(100)——材料消耗定額(102)——在工作中不用專門裝備時，計算材料消耗量的說明(103)	
6 合理下料未鋸邊的板材以製造木箱毛料的舉例	105
7 在編製直綫材料下料計劃時實際上應注意的一些問題	109
在提出的問題中，三種性質上不同的情形(110)——材料的定貨(110)——第一種情形 勻整材料(111)——第二種情形 混合材料；有相當數量的小毛坯(112)——第三種情形 混合材料；大型毛坯(112)	
第二章的練習	113
三 切成矩形毛坯的板材下料法	117
1 当問題能簡化為直綫下料的情形	117
2 当有幾种毛坯數量很多的情形	121
數量很多的各種毛坯的指數(121)——條材的指數(122)——解決問題的程序(123)——一個共同的理論說明(123)	
3 用輔助直綫問題求指數的近似法	126
輔助直綫問題的提出(126)——直綫尺寸的使用次數(127)——指數(128)——計算的程序(128)	
4 从一塊板材中製出相同的毛坯	134
矩形毛坯(134)——圓形毛坯(139)	
5 編製部分改變的下料計劃時原有指數的利用	144
6 長板材的下料方法	152
捲材(152)——按捲材的原則構成板材的下料計劃(159)	
最後採用的下料計劃	161
按捲材原則構成下料計劃的優點(164)——編製計劃第一種方案時的工作程序(165)——下料計劃效率的計算(165)	
7 在編製板材下料計劃時对工作程序的实际指示和工藝上應注意之點	172

原始數據(172)——毛坯的目錄(174)——最簡單的幾種情形(175)
 ——要求更詳細分析的情形(176)——下料時的批量(178)——下料
 方法的工藝性(179)——未利用的殘料(181)——下料計劃文件的編
 製(182)——單件材料消耗定額(185)——下料計劃的補充說明(186)

第三章的練習	186
結束語	190
附錄 I. 最經濟下料計劃有關指數存在的證明(第一章的理論補充).....	193
II. 討論用於下料混合長度直綫材料的量尺(對第二章第5 節的理論補充)	197
III. 解決用幾種尺寸的板材的下料問題的实例	199
中俄名詞对照表	211

原 序

在技術書籍及定期刊物中曾多次地指出，作为節約生產費用主要來源的工業材料的合理下料問題具有重大的实际意义。

但是从科学、理論方面來研究這個問題是很少的。這裏可以举出与在大型板材上圓形毛坯下料問題相当的在平面上最密集排列圓形的著名問題，以及在圖形幾何的範圍內研究類似这种性質的实际意义不大的一些其他問題。对材料下料進行傑出而細緻的研究的就是俄罗斯偉大數学家切貝歇夫 (П. Л. Чебышев)●，可是他所研究的工作对象还不是最經濟的下料問題，而是从紡織物中用平面剪裁法能最準確地被覆曲面的問題。

最後还可以举出專門研究木材下料時保證最大出材率的一些有關著作。

1939年●在我的工作中提出了合理下料的問題以及分析這種問題的一般方法，當時研究了各种性質不同的生產問題，要求在許多可能的方案中選擇最有利的方案來解决這些問題。把在这个工作中所創造的分解因數的一般方法用來解决下料問題，可以給出最有利下料計劃的特徵數，同時在原則上肯定了求出這種計劃的可能性。在我所从事的某些其他工作中曾專对下料問題作过進一步的研究。

1948年到1949年間，苏联科学院數學研究所列寧格勒分所担負了对这些方法進行更深入的研究以及在列寧格勒的企業中对这些方法進行实际驗證的任务。这个工作是在我和研究所的科学工作者扎耳噶列尔的共同領導下進行的。

我們選擇列寧格勒城榮膺紅星勳章的葉郭罗夫車廂製造工廠

● 1946年「數學科学的成就」雜誌1卷2期38~42頁（原稿係1878年所作），切貝歇夫著「論衣服的剪裁」。

● 在後面第10頁上引用。

为主要地點來進行這一工作。該廠在生產全金屬車廂的過程中耗用大量的金屬。

該廠的許多工作人員，特別是總工藝師室的人員（主任特烈烏鮑夫）以及許多工長和工人都積極地參加了在生產中實施這些方法的工作。因此這本書就是數學科學工作者與工業工作者創造性合作的傑出總結。

必須說明，雖然在這種工作的過程中顯示了解析因數（指數）的方法是解決工廠問題時最有用的方法，可是這種方法仍需要加以發展，使其適應生產上的問題，同時還應該用最新的計算和技術方法來加以補充。在這些方法中應當指出扎耳噶列爾所擬訂的一些新的計算方法：如整數指數的選擇，問題 2 的分析（第一章第 2 節），利用輔助的直綫問題來解決平面問題的方法，主要地由他所擬訂的混合長度的材料下料法，特別是量尺理論的建立（見附錄 II），以及他建議的一些技術設備：分類料架的使用，將量尺裝在機床上的夾具。最後，他作出了全部工作方法的實際使用方案（計算的次序，合理方法的選擇，工藝要求的核算，必需的組織措施，憑証等）。

除了不久以前在解決葉郭羅夫工廠及某些其他企業的实际問題所創造的方法外，本書中還利用了從前有關的材料；最後在編書的過程中，作者還研究了個別的問題。

根據兩位作者所編製的計劃，本書的內容基本上由扎耳噶列爾編寫，由我主要地負責全書的校閱工作。

本書綜合了全部積累的資料和經驗，目的在於使各個企業裏的工程技術人員熟悉所建議的最合理下料計劃的編製方法，以保證這些方法能推廣到各個企業中去。

本書主要地是供機器製造企業材料定額股及準備車間中的工藝師參考之用。

教授 康托羅維奇

緒 論

節約材料是一个錯綜複雜的問題，与許多結構上、工藝上及組織上的因素有關。細緻地分析其中的每一个因素就可以得出節約材料的許多途徑和方法，材料的合理下料就是其中的一个方法。

在大多數的工業及建築部門也常常會碰到材料的下料問題。金屬、木材、膠合板、玻璃及其他的工業材料都是以某些整體單位的形式投入生產的：如木板、板材、管材、條材、輥壓型材、捲材、原木。當使用這些材料單位時，必須將它們分割（切斷）為具有必要尺寸和形狀的許多部分，這些部分或是直接地應用，或是作為零件的毛坯。不過，一般來說，材料是不可能完全利用的，一部分的材料會要變成殘料（末端邊料，殘渣）。殘料通常或者是完全不能利用，或者是部分地利用，因此最大限度地減少殘料就應成為我們堅持不懈的任務。

利用下料合理化的方法來節省材料問題的現實性，以及在這方面的巨大可能性表現在輕工業的著名工作者柯拉別耳尼柯娃（Л. Корабельникова）及斯大林獎金獲得者慕石土柯娃（О. Мухоморова）發起的在推行節約記名帳及從節約的材料中完成超計劃的產品中所獲得的廣泛響應上。

我國（指蘇聯）先進機器製造工廠的經驗證明了，慎重地編製下料計劃可以獲得大量的材料節約。在「克洛明斯基機車製造工廠在節約材料鬥爭中的經驗」的文集中（國立供應出版社1949年版）反映了該廠（爭取生產節約的社會主義競賽的首倡者之一）的初步成就。該廠在全面地解決材料節約問題所獲得的許多巨大成就中，合理下料方法的採用佔據了極顯著的地位，例如使每部機車板狀金屬的材料消耗定額降低了1.6噸，使昂貴的無縫

鋼管的消耗定額降低了 140 公斤。

因此科學地擬訂最合理的下料方法和創造有根據的實際方法來解決在下料中所發生的問題就是非常重要而且適時的問題。

影響下料過程中所形成的殘料數量有許多原因：刀刃上的工藝公差，切口及各個毛坯間的搭邊，兩相隣毛坯間外形的配合情況，毛坯尺寸和材料尺寸的不成倍性。在大型毛坯的情形下，由於不成倍性所引起的材料損失特別顯著。

利用殘料、嚴格地規定工藝公差、變更材料的定貨尺寸、建設性地審查毛坯的尺寸、採用各種毛坯的混合下料法是下料時減少損失的奮鬥方法。

各種毛坯的混合下料法是解決合理下料問題中最重要的方法，可是直到現在並未充分地利用這種方法。

本書並不奢望完全解決材料合理下料中的一切問題，主要地是對下料中的一個問題——在遵守生產中這些毛坯必要成套性的條件下，應用各種毛坯的混合下料法，分析在下料時節約材料的可能性——進行周詳的研究。

主要地是應用 1939 年●初次所提出的因數（指數）分解法來研究這個問題。

利用這種方法來解決材料節約問題的顯著意義就是在編製下料計劃的同時，查明了一套中每種必需的毛坯所引起的材料消耗在總的材料消耗中所佔的份額，也就是說，用輔助數字——毛坯的指數來表示單位零件的消耗額，這些指數完全可以由問題的下述具體條件加以確定：毛坯和材料的尺寸，一套中各種毛坯的數量比值。如果每一種毛坯單獨地下料，這種消耗量是顯而易見的，當採用混合下料法時，消耗量的確定就遠沒有這樣地簡單。而且為了同時求出這些指數和最有利的下料計劃就必須創造出更加便利的計算方法。

● 康托羅維奇於 1939 年在列寧格勒大學刊物中撰文論「在生產組織及計劃中的數學方法」。

根据这种方法，首先能指出最經濟的下料計劃的一般特徵，用這些特徵來驗證這個計劃是否是最經濟的，同時也可以為按長度下料的直綫材料与切成矩形毛坯的板狀材料指出求得最經濟下料計劃的途徑。

利用理論分析的結果可以為編製下料計劃制定具体的方法和提供一定的工作程序。

所創造的這些方法可以首先直接地應用於大批生產的機器製造企業的实际工作中，在那些企業中已經部分地實行了下料計劃，尽管這些下料計劃是按非常概略的方式來編製的。此外，所提供的方法也可以用來解決在各个不同的生產与建築部門中所發生的个别下料問題。

所提供的一切方法是从列寧格勒城榮膺紅星獎章的葉郭罗夫車廂製造工廠实际工作中的具体問題上得出並使其更加精確的。通常這些方法的使用顯示了大量節約的可能性，同時与以前的实际消耗及由運輸機器製造學院列寧格勒分院為該廠所編製的原有下料卡片相比較，这种方法，能使直綫材料在下料時的材料利用率（即所謂的「下料率」）提高2~5%，使板狀材料在下料時的材料利用率提高3~10%（有時还超过此數）。編成的下料計劃在实际執行中經過了考驗。本書中利用了該廠在实际中的許多問題作為說明的範例。

在葉郭罗夫工廠裏的工作是在該廠党委会的提倡下組織了工藝師和工人的綜合小組來進行的。廠中的工藝師赫拉姆卓夫（Н. М. Храмцов）及法耳柯維奇（С. Д. Фалькович）以及衝壓準備車間中的許多工作人員〔車間主任別耳斯基（Е. С. Бельский）〕都積極地參加了這一工作。由於綜合小組的工作使我們能够編製大量的下料計劃和進行許多的下料實驗。這種經驗為本書中所包含的許多实际建議提供了基礎，同時這些建議还兼顧到類似車廂製造的生產部門的特點。

本書包括三章和三篇附錄。第一章敘述了求最合理的下料計

劃所提出的問題，並舉出最簡單的例子來說明它的一般解法，在以後幾章中，專就直綫材料的下料情況（第二章）與切成圓形毛坯及矩形毛坯的板材下料情況（第三章）提出了它的解法。在這幾章中也列舉了許多实际的指示，同時基本上是用純屬生產性質的实例來說明這些指示。第一章的一般結果也可以在板材下料時用在成套的各種定形毛坯上，因為利用這些方法和在這種情形下，編製整個下料計劃的問題就歸納為只求一塊板材的下料方法，可是有關曲綫毛坯的板材下料問題，本書中完全不擬加以論述。

第二、三兩章附有練習，讀者可利用這些練習來檢驗他掌握解題方法的熟練程度。

附錄 I 和附錄 II 含有比較專門的數學內容並包括了所建議方法的理論根據。

結束語簡述了總的結論。

本書材料的特點就是可供不同技術水平的讀者參考之用，因此在初讀時可以不讀的大部分原文均以小號字標出。

希望在实际中应用所建議方法的讀者，首先應該熟悉全書的整個內容，不讀用小號字敘述的細節，然後在解決具體問題中，全面地研究與它有關的部分。

對於數學根底很好的讀者，最好首先熟悉問題的一般原理；本書中的前兩篇附錄，第一章，第二章的第 1 節和第 3 節以及第三章的第 1、第 2、第 3、第 6 節將使讀者感到極大的興趣。

一 下料問題的一般解法

1 問題的提出

为了說明問題的提出，最好从研究簡單的实例開始。

举例（例題 1） 假定从長 5000 公厘的輾压型材的条料中，需要切出用於成批生產某一製品的下列毛坯：

零件的號碼	毛坯長度(公厘)	一个製品上的毛坯數量
1	1655	1
2	1050	5
3	210	1

在類似的情況下，工廠的实际工作中通常採用下列的工作程序，部分的材料切成長 1655 公厘的毛坯，从每塊条材中得出 3 件；留下長 35 公厘的末端殘料，然後另外切出長 1050 公厘毛坯，从每塊条材中得出 4 件；留下長 800 公厘的末端殘料，从後一情况所形成的殘料中製出長 210 公厘的毛坯（从每塊殘料切出 3 件这样的毛坯）。這時每 12 个製品需要 19 根条材：4 塊条材用在第 1 号零件上，15 塊条材用在第 2 号零件上。用於第 2 号零件下料所得到的 15 塊殘料中的 4 塊就足够製出第 3 号零件所必需的數量，剩下長 800 公厘的 11 塊殘料在实际上是不能利用的。

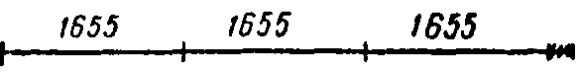
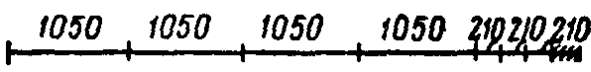
因此在生產中应当遵循下列的下料計劃（不論这个計劃是否有明文規定作为計算材料消耗定額之用）。

很容易地就可算出殘料率，在每个製品上一套毛坯的總長为：

$$1655 \times 1 + 1050 \times 5 + 210 \times 1 = 7115 \text{ 公厘} = 7.115 \text{ 公尺。}$$

12 套毛坯的總長为：

第 1 号下料計劃

序 号	下 料 方 法 的 草 圖	按該种下料方法所切開的材料佔全部材料的份額
1		$\frac{4}{19}$
2		$\frac{4}{19}$
3		$\frac{11}{19}$

$$7.115 \times 12 = 85.38 \text{ 公尺。}$$

耗用材料的總長為：

$$5 \text{ 公尺} \times 19 = 95 \text{ 公尺。}$$

在下料時材料的有效利用率等於：

$$100 \times \frac{85.38}{95} \approx 90\%。$$

因此殘料率約為 10%。

下料計劃的編製問題 讓我們來注意到所編成的下料計劃的結構。下料計劃中包括整塊原材下料所使用方法的一覽表，同時指明按每種下料方法所切開的材料佔全部材料的份額，而且在確定每種下料方法的使用次數時，應當使全部下料計劃能夠完整地得出所需要的毛坯品種。

這種下料計劃的結構也可以應用在板材或任何其他材料的情形下；每次編製下料計劃時，我們應該把幾種所用的整塊原材的下料方法編成一覽表，同時指明按每種方法所切開的材料佔全部材料的份額。我們以後就把這樣的文件叫做下料計劃。

所要求的成套性——各種毛坯必要數量間的對比關係——在上例中，是決定於用相同材料所製造同一製品的零件數量。這個原則也可以適用於容許混合製造的任一組毛坯上，只要這一部分毛坯是用於一個製品，或者相反地，這些毛坯是用在同一工廠中製造幾種不同的製品上。在後一種情況中，成套性可以根據大批

定貨時在合同上所規定的條件或者更廣泛地可以根據全廠總的生產計劃中各種產品份額的對比關係來加以確定。我們有時還應用毛坯的必要品種一詞來代替成套性。

現在，再回頭來研究上面的例題。編製第1號下料計劃後很自然地會產生這樣的問題：是否可以採用各個條材的任何其他的下料方法，選用這些下料方法的不同使用次數來編製能夠保持毛坯的成套性而且獲得較小殘料率的下料計劃呢？

在這種情況下這樣做是可能的。下面就是這樣的計劃（以後我們會知道編製這個計劃所根據的理由）：

第2號下料計劃

序 號	下 料 方 法 的 草 圖	按該種下料方法所切開的材料佔全部材料的份額
1		$\frac{2}{3}$
2		$\frac{1}{3}$

根據這個計劃，從每3塊條材中可以得出2套毛坯（兩塊條材按第一種下料方法切開，得到長1655公厘的毛坯兩件，長1050公厘的毛坯6件。一塊條材按第二種方法切開，又得出長1050公厘的毛坯4件和長210公厘的毛坯2件。總共所得到的毛坯為：1655公厘——2件，1050公厘——10件，210公厘——2件。保證了兩個製品的成套性）。

在第2號下料計劃中，下料時材料的有效利用率等於：

$$100 \times \frac{7.115 \times 2}{5 \times 3} \approx 95\%。$$

因此，殘料率約為5%。

與第一次計劃相比，殘料的數量減少了一半。如果以前從57塊條材可以出產36套毛坯，那麼現在從同樣的57塊條材中就會得到38套毛坯。

上述的簡單例題說明了应当以周密考慮的態度來對待下料計劃的編製，因為單位製品的材料消耗主要地取決於計劃的選擇。

按其本身的結構來編製下料計劃時，這個問題的下列兩部分間有着密切的聯繫。第一，選擇一塊材料的各種可能的下料方法；第二，確定每種下料方法的使用程度，以便使編出的計劃能保證所必要的毛坯品種，同時給出最小的殘料率。

本書中所發揮的最重要的一般見解，均可用於解決這種問題的第二部分。特別是在第5節中證明了在列舉整塊材料可能的下料方法後，就完全可能用一定的計算方法來編製獲得必要成套性毛坯的最經濟下料計劃。

計劃的編製應該隨着一般生產水平的提高而更加完善。從前每個零件的下料並不考慮其他的零件（即完全不考慮使用混合下料法），後來就出現了有計劃地利用殘料來製造某些較小零件的方法。下料合理化的初步階段，已經在大多數的我國（指蘇聯）工廠中實現了。現在必須採用更完善的下料計劃，計劃中應儘可能地包括使用相同材料的全部毛坯，無論如何應當包括最經常製造的各種毛坯。在許多情形下已採用了這些計劃。因而特別迫切地需要解決問題的第二部分。

至於問題第一部分的解法，一般都用估計的方法迅速地找出所容許的下料方法。可是正如將在第二及第三章所指出的一樣，在直線下料及由板材切成矩形毛坯的情形下，問題的第一部分以及隨後關於編製最經濟的下料計劃的總問題，都可以非常精確地獲得解決。

在實例中，我們並不打算特別強調要把一個總問題劃分為這樣兩個階段。

工藝上的要求 除了主要條件外——獲得最小的殘料率——下料計劃還應滿足一系列的其他要求。

首先，由一塊板材、條材等下料時，每一種上述的下料方法無疑地應該在工藝上是具體可行的。