

黄冈市资深教育专家编写



黄冈数学题库

# 黄冈数学题库

## 几何 (下)

全国十年中考数学试题分类汇析

不可多得的高分秘决

主 编 南秀全

青 岛 出 版 社



# 黄冈数学题库

## 几何 (下)

全国十年中考数学试题分类汇析

- 精选全国近10年优秀中考试题，他山之石，尽在囊中，一个难得的资料库。
- 典题精析，层层深入，引导学生系统掌握应会的知识；过关导练、闯关导练、冲刺导练，步步强化学生运用知识的能力。
- 把考题还原到初中数学教学知识体系中同步编排，便于时时以中考的标准检测学习效果，减少教与学的盲目性。
- 由国内助学读物编撰顶级高手——湖北省黄冈市资深教育专家编写。

ISBN 7-5436-2874-0



9 787543 628748 >

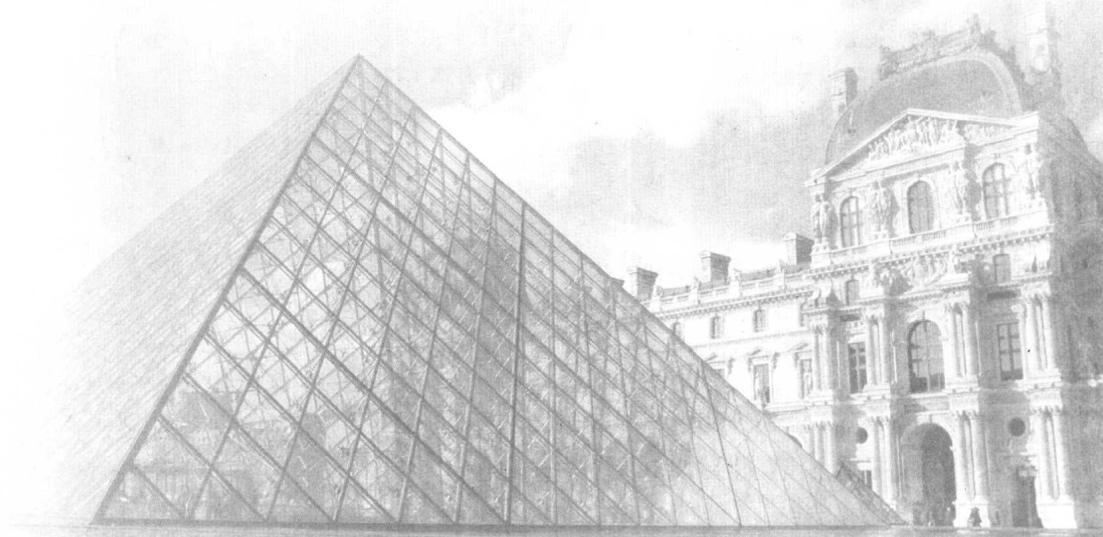
ISBN 7-5436-2874-0 定价：20.00元

# 黄冈数学题库

## 几何 (下)

全国十年中考数学试题分类汇析

主编 南秀全



## 图书在版编目(CIP)数据

黄冈数学题库. 几何(下)/南秀全主编. —青岛:  
青岛出版社, 2003  
ISBN 7-5436-2874-0

I. 黄... II. 南... III. 几何课—初中—习题—  
升学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 037043 号

书 名 黄冈数学题库:几何(下)  
主 编 南秀全  
出版发行 青岛出版社  
社 址 青岛市徐州路 77 号(266071)  
本社网址 <http://www.qdpub.com>  
邮购电话 (0532)5814750 5814611-8664 传真(0532)5814750  
责任编辑 郭东明 E-mail:gdm@qdpub.com  
装帧设计 徐凤宝  
印 刷 青岛达德印刷有限公司  
出版日期 2003 年 7 月第 1 版 2003 年 7 月第 1 次印刷  
开 本 16 开(787mm×1092mm)  
印 张 19.75  
插 页 2  
字 数 400 千字  
书 号 ISBN 7-5436-2874-0  
定 价 20.00 元  
盗版举报电话 0532-5814926

(青岛版图书售出后如发现倒装、错装、字迹模糊、缺页、散页等质量问题,请寄回承印厂调换。)

厂址:青岛市城阳区夏庄安乐 邮编:266107 电话:7879186

本书建议陈列类别:教育

---

# 目 录

---

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 第五章 解直面三角形             | (1)   |
| 5.1 锐角三角函数             | (1)   |
| 5.2 解直角三角形             | (10)  |
| 5.3 解直角三角形的应用问题        | (23)  |
| 5.4 解直角三角形的综合问题        | (41)  |
| 第六章 圆                  | (51)  |
| 6.1 圆的有关性质             | (51)  |
| 6.2 与圆有关的角             | (71)  |
| 6.3 三角形的外接圆、内切圆和圆内接四边形 | (94)  |
| 6.4 直线与圆的位置关系          | (116) |
| 6.5 和圆有关的比例线段          | (141) |
| 6.6 圆与圆的位置关系           | (172) |
| 6.7 正多边形和圆的有关计算        | (204) |
| 6.8 圆中的面积问题            | (217) |
| 6.9 圆柱、圆锥的侧面展开图        | (236) |
| 6.10 文字命题问题            | (245) |
| 6.11 圆的综合问题            | (251) |
| 答案与提示                  | (282) |

# 第五章 解直角三角形

## 5.1 锐角三角函数

### 【学习目标要求】

1. 了解锐角三角函数的概念,能够正确地应用  $\sin\alpha$ 、 $\cos\alpha$ 、 $\tan\alpha$ 、 $\cot\alpha$  表示直角三角形中两边的比.
2. 熟记  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的三角函数值,会计算含有特殊角的三角函数式的值,会由一个特殊锐角的三角函数值,求出它对应的角度.
3. 会查正弦和余弦表、正切和余切表(有条件的学校可使用计算器),由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角.
4. 会使用科学计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角.

### 【知识要点归纳】

1. 锐角三角函数的定义 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 则分别定义  $\frac{a}{c}$ 、 $\frac{b}{c}$ 、 $\frac{a}{b}$ 、 $\frac{b}{a}$  为锐角  $A$  的正弦、余弦、正切、余切函数, 分别记作  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $\cos A = \frac{b}{c}$ ,  $\tan A = \frac{a}{b}$ ,  $\cot A = \frac{b}{a}$ .

#### 2. 特殊角三角函数值

| 三角函数         | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$ |
|--------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|
| $\sin\alpha$ | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          |
| $\cos\alpha$ | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          |
| $\tan\alpha$ | 0         | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | 不存在        |
| $\cot\alpha$ | 不存在       | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0          |

特殊角三角函数值在计算和证明中有着广泛的应用,应该熟记. 从特殊角三角函数值表中,我们可以看出,当角度在  $0^\circ \sim 90^\circ$  间变化时,正弦、正切值随着角度的增大而增大,余弦、余切值随着角度的增大而减小;正弦、余弦值均介于 0 和 1 之间,即  $0 \leq \sin A \leq 1$ ;  $0 \leq \cos A \leq 1$ .

#### 3. 同角三角函数的关系

平方关系  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$  商数关系  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ,  $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$  倒数关系  $\tan A \cdot \cot A = 1$ .

#### 4. 互余两角的三角函数关系

$\sin(90^\circ - A) = \cos A$ ;  $\cos(90^\circ - A) = \sin A$ ;  $\tan(90^\circ - A) = \cot A$ ;  $\cot(90^\circ - A) = \tan A$ .

### 【命题热点规律探析】

从近几年各地中考数学试题来看,本节内容所涉及的考点大致有以下几个方面:三角函数的基本概

念,同角三角函数关系,互余角三角函数关系,三角函数的增减性以及特殊角三角函数值的计算,这些内容在中考试卷中,大都以选择、填空、计算题的形式来考查,也有一些地方将这些内容贯穿在综合问题中进行考查.

## 【热点考题精讲】

例1 (襄樊市,1999)已知 $\alpha$ 是锐角,且 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,则 $\frac{\sqrt{1-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}}{\cos\alpha}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

分析 由已知可得 $\angle\alpha=45^\circ$ ,代入上式求出结果;或先将上式化简,再将 $\angle\alpha=45^\circ$ 代入化简后的式子,算出结果.

解  $\because \tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,且 $\alpha$ 为锐角, $\therefore \alpha=45^\circ$ .  $\therefore$  原式 $=\frac{\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}}{\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\tan\alpha=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

例2 解答下列各题:

(1)(辽宁省,1998)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$ , $3a=\sqrt{3}b$ ,则 $\angle A=\underline{\hspace{2cm}}$ , $\sin A=\underline{\hspace{2cm}}$ .

(2)(安徽省,1998)如果 $\angle A$ 是锐角,且 $\sin A=\frac{3}{4}$ ,那么( ).

A.  $0^\circ<\angle A<30^\circ$     B.  $30^\circ<\angle A<45^\circ$     C.  $45^\circ<\angle A<60^\circ$     D.  $60^\circ<\angle A<90^\circ$

解 (1)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because 3a=\sqrt{3}b$ , $\therefore \frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

又 $\because \tan A=\frac{a}{b}$ , $\therefore \tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$ , $A=30^\circ$ .  $\therefore \sin A=\frac{1}{2}$ .

(2) $\because \frac{\sqrt{2}}{2}<\frac{3}{4}<\frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\therefore \sin 45^\circ<\sin A<\sin 60^\circ$ .

又 $\because$ 锐角正弦值随角的增大而增大, $\therefore 45^\circ<A<60^\circ$ . 选 C.

例3 计算:

(1)(山东省,1997) $\frac{\sin 45^\circ}{1+\sin 60^\circ}-\frac{\cos 45^\circ}{1-\sin 60^\circ}+\sqrt{2(\sin 30^\circ-\cos 30^\circ)^2}$

(2)(孝感市,1998) $(\sqrt{7}-\sin 36^\circ)^0\cdot\frac{\cos 30^\circ\cdot\tan 60^\circ}{\cos 60^\circ+\sin 45^\circ}+(\frac{\sin 30^\circ-\cos 45^\circ}{\sin 60^\circ\cdot\tan 30^\circ})^{-1}$

解 (1)原式 $=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}/2}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}-\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}/2}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}+\sqrt{2}|\sin 30^\circ-\cos 30^\circ|=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2+\sqrt{3}}-\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{6}-2\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(2)原式 $=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{3}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}=-3+3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}=2\sqrt{2}-4$ .

说明 1. 进行上述计算,关键在熟记特殊角的三角函数值,掌握好同角三角函数关系及互余两角的三角函数间关系.

2. 在化简带有绝对值符号的三角函数值时,要注意考虑绝对值符号内数的符号,避免出错,如 $\sqrt{(\sin 30^\circ-\cos 30^\circ)^2}=|\sin 30^\circ-\cos 30^\circ|$ ,因为 $\sin 30^\circ<\cos 30^\circ$ ,所以 $|\sin 30^\circ-\cos 30^\circ|=\cos 30^\circ-\sin 30^\circ$ .

例4 (1)(杭州市,2001)令 $a=\sin 60^\circ$ , $b=\cos 45^\circ$ , $c=\tan 30^\circ$ ,则它们之间的大小关系是( ).

A.  $c<b<a$     B.  $b<a<c$     C.  $a<c<b$     D.  $b<c<a$

(2)(甘肃省,2001)若 $\alpha$ 是锐角, $\sin\alpha=\cos 50^\circ$ ,则 $\alpha$ 等于( ).

A.  $20^\circ$     B.  $30^\circ$     C.  $40^\circ$     D.  $50^\circ$

(3)(呼和浩特市,2001)若 $\tan\alpha+\cot\alpha=3$ , $\alpha$ 为锐角,则 $\tan^2\alpha+\cot^2\alpha=\underline{\hspace{2cm}}$ .

解 (1)  $\because a = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, c = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 且  $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\therefore c < b < a$ , 故应选 A.

(2)  $\because \sin \alpha = \cos 50^\circ = \sin(90^\circ - 50^\circ)$ , 且  $\alpha$  为锐角,  $\therefore \alpha = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ . 故应选 C.

(3)  $\because \tan \alpha + \cot \alpha = 3$ ,  $\therefore (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 9$ . 即  $\tan^2 \alpha + 2 + \cot^2 \alpha = 9$ .  $\therefore \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$ .

例 5 (绍兴市, 2002) 已知  $\alpha$  是锐角, 且  $\tan \alpha, \cot \alpha$  是关于一元二次方程  $x^2 - kx + k^2 - 8 = 0$  的两个实数根, 求  $k$  的值.

解  $\because \alpha$  是锐角,  $\therefore \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ .  $\therefore k^2 - 8 = \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ ,  $\therefore k_1 = 3, k_2 = -3$ .

又  $\because \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$ ,  $\therefore \tan \alpha + \cot \alpha = k > 0$ ,  $\therefore k = 3$ .

此时  $\Delta = k^2 - 4(k^2 - 8) > 0$ , 经检验,  $k$  的值为 3.

例 6 (呼和浩特市, 2002)  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边,  $a, b, c$  满足等式  $(2b)^2 = 4(c+a)(c-a)$ , 且有  $5a - 3c = 0$ , 求  $\sin A + \sin B + \sin C$  的值.

解 由  $(2b)^2 = 4(c+a)(c-a)$ , 得  $b^2 = c^2 - a^2$  即  $c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore \triangle ABC$  为 Rt $\triangle$   $\angle C = 90^\circ$ . 由  $5a - 3c = 0$   $\therefore \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$

即  $\sin A = \frac{3}{5}$  即  $\sin A = \frac{3}{5}$ . 设  $a = 3k, c = 5k$ ,  $\therefore b = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = 4k$

$\therefore \sin B = \frac{b}{c} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$   $\therefore \sin A + \sin B + \sin C = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + 1 = \frac{12}{5}$ .

## 【热点考题精练】

### 1. 填空

(1) (辽宁省, 1998) 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则锐角  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

(2) (哈尔滨市, 1997) 若三角形三个内角的度数之比为 1 : 2 : 3, 则此三角形中最大的锐角等于 \_\_\_\_\_ 度.

(3) (呼和浩特市, 1998) 在直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 若  $AB = 5, BC = 3$ , 则  $\cos A =$  \_\_\_\_\_.

(4) (杭州市, 1998) Rt $\triangle ABC$  中, 若  $\angle C = 90^\circ, AC = 4, BC = 2$ , 则  $\tan B =$  \_\_\_\_\_.

(5) (新疆自治区, 1997) 已知  $\angle B$  为锐角, 且  $\cot B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\sin \frac{B}{2} =$  \_\_\_\_\_.

(6) (贵州省, 1997) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, \tan A \cdot \tan 20^\circ = 1$ , 那么  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度.

(7) (宜昌市, 1997) 若  $\tan(90^\circ - B) = \cot 30^\circ$ , 则  $\angle B =$  \_\_\_\_\_.

(8) (南充市, 2001) 比较大小:  $\sin 46^\circ 37' \quad \cos 43^\circ 22'$ . (填“>”或“<”号)

(9) (曲靖市, 2001)  $\sin 42^\circ$  和  $\sin 41^\circ$  的大小关系是  $\sin 41^\circ \quad \sin 42^\circ$ . (填“<”或“>”号)

(10) (贵阳市, 2001) 计算:  $2\cos 60^\circ - \tan 45^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(11) (广州市, 2001) 求值:  $\frac{1}{2}\sin 60^\circ \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 45^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(12) (江西省, 2001) 计算:  $\sin 60^\circ \cdot \cot 30^\circ + \sin^2 45^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(13) (郴州市, 2001) 计算:  $\tan 30^\circ - \sin 60^\circ \cdot \cot 60^\circ + \cos^2 45^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(14) (贵阳市, 2001) 若  $\tan \alpha = \cot 20^\circ$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

(15) (泰州市, 2001) 如果  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则锐角  $\alpha$  的余角是 \_\_\_\_\_ 度.

(16) (青海省, 2001) 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle A = 74^\circ 37', \angle B = 60^\circ 23'$ , 那么  $\angle C =$  \_\_\_\_\_,  $\sin C + \cos C =$  \_\_\_\_\_.

(17) (北京市海淀区, 2001) 在  $\triangle ABC$  中, 如果  $\angle C = 90^\circ, \angle A = 45^\circ$ , 那么  $\tan A + \sin B =$  \_\_\_\_\_;  $\triangle ABC$  为 \_\_\_\_\_ 对称图形 (填“轴”或“中心”).

(18) (武汉市, 1998) 已知  $\sin 35^\circ = 0.5736$ , 则  $\cos 55^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(19)(丹阳市,1997)已知  $\sin 36^\circ = \cos \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ 度.

(20)(河南省,1995)比较大小:  $\cos 48^\circ$  \_\_\_\_\_  $\cos 50^\circ$ .

(21)(呼和浩特市,1993)若  $A$  是锐角, 则  $\sqrt{\sin^2 A - 2\sin A + 1} =$  \_\_\_\_\_.

(22)(天津市,1998)式子  $1 - 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(23)(甘肃省,1997)已知  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , 化简  $\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{-\sin(90^\circ - \alpha)} =$  \_\_\_\_\_.

(24)(湖南省,1997)计算:  $\tan 45^\circ \cdot \sin 45^\circ - 4\sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sqrt{6} \cot 60^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(25)(西安市,1994)已知  $\sin A = \frac{\sqrt{6}}{4}$ , 则  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} + \frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} =$  \_\_\_\_\_.

(26)(咸阳市,1999)求值:  $4\sin 54^\circ - 5\cos 36^\circ + \sqrt{2}\sin 45^\circ - \sqrt{(\cos 36^\circ - 1)^2} =$  \_\_\_\_\_.

(27)(宜昌市,1999)若  $\sin(90^\circ - B) = \cos 45^\circ$ , 则锐角  $B$  的度数是 \_\_\_\_\_.

(28)(十堰市,1999)计算:  $\sin^2 45^\circ - \tan 15^\circ + \cot 75^\circ - \cot^2 60^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(29)(呼和浩特市,1999)计算  $\tan 44^\circ \tan 45^\circ \tan 46^\circ =$  \_\_\_\_\_.

(30)(辽宁省,1999)已知  $\sin 42^\circ 54' = 0.6807$ , 如果  $\cos \alpha = 0.6807$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

(31)(四川省,1999)已知  $\cos 59^\circ 54' = 0.5015$ , 那么  $\sin 30^\circ 6'$  的值为 \_\_\_\_\_.

(32)(哈尔滨市,1999)若锐角  $A$  满足  $\tan A - \cot A = 2$ , 则  $\tan^2 A + \cot^2 A =$  \_\_\_\_\_.

(33)(北京市丰台区,2001)如果  $\alpha$  为锐角, 且  $\sin^2 60^\circ + \sin^2 \alpha = 1$ , 那么  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ 度.

(34)(深圳市,2001)已知:  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{5}{13}$ , 则  $\sin B =$  \_\_\_\_\_.

(35)(镇江市,2000) $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 72^\circ 40'$ ,  $\angle B = 62^\circ 20'$ , 则  $\sin A + \cos B + \tan C =$  \_\_\_\_\_. (结果保留四个有效数字)

(36)(咸宁市,2000)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $a = \sqrt{3}b$ , 则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_.

(37)(青岛市,2001)如果  $\angle A$  是锐角,  $\cos A = 0.618$ , 那么  $\sin(90^\circ - A)$  的值为 \_\_\_\_\_.

## 2. 选择

(1)(青岛市,2000) $\sin 30^\circ + \tan 45^\circ$  的值为( ).

- A.  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$

(2)(襄樊市,1999)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 下列式子一定能成立的是( ).

- A.  $a = c \cdot \sin B$       B.  $a = b \cdot \cos B$       C.  $c = a \cdot \tan B$       D.  $a = b \cdot \tan A$

(3)(苏州市,1999)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , 则  $\cos A =$  ( ).

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{4}{5}$

(4)(宿迁市,1999)在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A$ 、 $\angle B$  均为锐角, 且有  $|\tan B - \sqrt{3}| + (2\sin A - \sqrt{3})^2 = 0$ , 则  $\triangle ABC$  是( ).

- A. 等腰三角形      B. 直角三角形      C. 等边三角形      D. 等腰直角三角形

(5)(辽宁省,2000)已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 且  $\alpha$  是锐角, 则  $\alpha =$  ( ).

- A.  $75^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$

(6)(威海市,2001)计算  $\frac{\tan 45^\circ - \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot \cot 30^\circ$  的结果是( ).

- A. 1      B.  $\frac{1}{3}$       C.  $2\sqrt{3} - 3$       D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

(7)(大连市,2001)若  $\angle A$  为锐角, 且  $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则  $\angle A$  的度数为( ).

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

- (8)(广州市,2001)如果  $\alpha$  是锐角,且  $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ,那么  $\sin\alpha$  的值是( ).  
 A.  $\frac{9}{25}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{16}{25}$
- (9)(绍兴市,2001) $\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ ,若  $BC=4$ , $\sin A = \frac{2}{3}$ ,则  $AC$  的长是( ).  
 A. 6      B.  $2\sqrt{5}$       C.  $3\sqrt{5}$       D.  $2\sqrt{13}$
- (10)(扬州市,2001)已知  $\sin\alpha = \frac{5}{13}$  ( $\alpha$  为锐角),则  $\tan\alpha$  的值是( ).  
 A.  $\frac{12}{5}$       B.  $\frac{5}{12}$       C.  $\frac{12}{13}$       D.  $\frac{13}{12}$
- (11)(北京市宣武区,2000)如果  $\alpha$  是锐角,且  $\sin^2\alpha + \sin^2 54^\circ = 1$ ,那么  $\alpha$  的度数是( ).  
 A.  $54^\circ$       B.  $46^\circ$       C.  $36^\circ$       D.  $26^\circ$
- (12)(咸宁市,2001)当锐角  $A > 45^\circ$  时,下列不等式不成立的是( ).  
 A.  $\sin A > \frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\cos A < \frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\tan A > 1$       D.  $\cot A > 1$
- (13)(荆门市,2001)如果  $\angle A$  为锐角,且  $\cos A = \frac{1}{4}$ ,那么( ).  
 A.  $0^\circ < \angle A \leq 30^\circ$       B.  $30^\circ < \angle A \leq 45^\circ$       C.  $45^\circ < \angle A \leq 60^\circ$       D.  $60^\circ < \angle A < 90^\circ$
- (14)(天门市,2001)已知  $\alpha$  是锐角,且  $\tan\alpha = \sqrt{2}$ ,那么下列各式中正确的是( ).  
 A.  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$       B.  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$       C.  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$       D.  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$
- (15)(十堰市,1999)若  $\alpha, \beta$  都是锐角,且  $\cos\alpha > \cos\beta$ ,则下列各式正确的是( ).  
 A.  $\alpha > \beta$       B.  $\sin\alpha > \sin\beta$       C.  $\tan\alpha > \tan\beta$       D.  $\cot\alpha > \cot\beta$
- (16)(孝感市,1999) $\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ ,下列等式不正确的是( ).  
 A.  $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$       B.  $\sin^2(90^\circ - A) + \cos^2(90^\circ - A) = 1$   
 C.  $\sin(60^\circ - A) = \cos(30^\circ + A)$       D.  $\tan A \cdot \cot A = 1$
- (17)(天津市,1999)已知: $\sin\alpha + \cos\alpha = m$ , $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = n$ ,则  $m, n$  的关系是( ).  
 A.  $m = n$       B.  $m = 2n + 1$       C.  $m^2 = 2n + 1$       D.  $m^2 = 1 - 2n$
- (18)(鄂州市,1999)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ ,下列式子中不一定成立的是( ).  
 A.  $\sin A = \sin B$       B.  $\cos A = \sin B$       C.  $\sin A = \cos B$       D.  $\sin(A+B) = \sin C$
- (19)(黄冈市,1999)已知锐角  $A$  满足  $1 < \cot A < \sqrt{3}$ ,则  $A$  的取值范围是( ).  
 A.  $0^\circ < A < 45^\circ$       B.  $30^\circ < A < 45^\circ$       C.  $30^\circ < A < 60^\circ$       D.  $45^\circ < A < 60^\circ$
- (20)(荆门市,1999)当锐角  $A > 30^\circ$  时, $\cos A$  的值的范围是( ).  
 A.  $0 < \cos A < \frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos A < 1$       C.  $0 < \cos A < \frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{2} < \cos A < 1$
- (21)(北京市顺义区,1999)已知: $\alpha$  为锐角,且  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 \alpha = 1$ ,那么  $\alpha$  等于( ).  
 A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$
- (22)(北京海淀区,1998)在  $\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ , $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,则  $\cos B$  等于( ).  
 A. 1      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$
- (23)(甘肃省,1998)若  $\sqrt{3}\tan(\alpha + 10^\circ) = 1$ ,则锐角  $\alpha$  的度数是( ).  
 A.  $20^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $50^\circ$
- (24)(北京市,1998)如果  $\alpha$  是锐角,且  $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ,那么  $\sin(90^\circ - \alpha)$  的值等于( ).

- A.  $\frac{9}{25}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{16}{25}$

(25)(苏州市,1996)已知  $\sin\alpha=k$ ,  $\cos\alpha=\sqrt{3}k$ ,  $\alpha$  为锐角,那么  $k$  的值是( ).

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{4}$

(26)(济南市,1996)若  $\alpha$  是锐角,且  $\cos\alpha=\tan 30^\circ$ ,则( ).

- A.  $0^\circ<\alpha<30^\circ$       B.  $30^\circ\leq\alpha<45^\circ$       C.  $45^\circ<\alpha<60^\circ$       D.  $60^\circ\leq\alpha<90^\circ$

(27)(南通市,1998)如果  $\angle A$  是锐角,  $\cos A=\frac{1}{4}$ ,那么( ).

- A.  $0^\circ<A\leq 30^\circ$       B.  $30^\circ<A\leq 45^\circ$       C.  $45^\circ<A\leq 60^\circ$       D.  $60^\circ<A<90^\circ$

(28)(成都市,1997)已知  $\angle\alpha$  为锐角,且  $\cos\alpha$  的值小于  $\frac{1}{2}$ ,那么  $\angle\alpha$ ( ).

- A. 大于  $60^\circ$       B. 大于  $30^\circ$       C. 小于  $30^\circ$       D. 小于  $60^\circ$

(29)(天津市,1998)当锐角  $A>30^\circ$  时,  $\cos A$  的值是( ).

- A. 小于  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B. 大于  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C. 小于  $\frac{1}{2}$       D. 大于  $\frac{1}{2}$

(30)(河南省,1995)如果  $A, B, C$  是  $\triangle ABC$  的三个内角,那么( ).

- A.  $\sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$       B.  $\sin \frac{A}{2} = -\cos \frac{B+C}{2}$   
C.  $\cos A = \cos \frac{B+C}{2}$       D.  $\tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B+C}{2}$

(31)(台州市,1998)如图 5-1-1,延长  $\text{Rt}\triangle ABC$  斜边  $AB$  至  $D$  点,使  $BD=AB$ ,连结  $CD$ ,若  $\cot\angle BCD=3$ ,则  $\tan A=( )$ .

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 1      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{2}{3}$

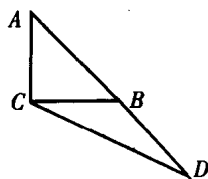


图 5-1-1

(32)(陕西省,1997)若  $y=\frac{\sin 60^\circ+\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ-\sin 30^\circ}$ ,则  $y$  的值为( ).

- A. -1      B.  $2-\sqrt{3}$   
C. 0      D.  $2+\sqrt{3}$

(33)(海南省,1997)已知  $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{8}$ ,且  $0^\circ<\alpha<45^\circ$ ,则  $\cos\alpha-\sin\alpha$  的值为( ).

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $-\frac{3}{4}$

(34)(山东省,1996)如图 5-1-2,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle DBC=30^\circ$ ,  $AB=BD$ ,利用此图可求得  $\tan 75^\circ=( )$ .

- A.  $2+\sqrt{3}$       B.  $2-\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{3}-2$       D.  $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

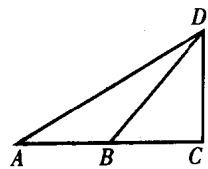


图 5-1-2

(35)(威海市,1998)在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,则  $\sin B$  等于( ).

- A.  $\sin \frac{A}{2}$       B.  $\cos \frac{A}{2}$       C.  $\sin A$       D.  $\cos A$

(36)(宁波市,1998)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CD$  是斜边  $AB$  上的高,已知  $AD=8$ ,  $BD=4$ ,则  $\tan A$  的值是( ).

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(37)(华师大附中,1998)已知  $x=\frac{1+\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$ ,且  $\tan\alpha=x$ ,  $0^\circ<\alpha<90^\circ$ ,则  $\alpha$  的值是( ).

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $75^\circ$

- (38)(荆门市,1998)计算  $\cos^2 45^\circ + \sin 30^\circ + 3\cot 60^\circ - \tan 45^\circ$  值等于( ).  
 A.  $2 + \sqrt{3}$  B.  $3\sqrt{3}$  C.  $\sqrt{3}$  D.  $\sqrt{3} - 1$
- (39)(陕西省,1998)化简  $\frac{\sqrt{1 - \cos^2 40^\circ}}{\sin 50^\circ}$  的结果是( ).  
 A.  $\tan 50^\circ$  B.  $\cot 40^\circ$  C.  $\tan 40^\circ$  D. 1
- (40)(镇江市,1998)当  $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ , 下列各式成立的是( ).  
 A.  $\sin \alpha < \cot \alpha < \cos \alpha$  B.  $\sin \alpha < \cos \alpha < \cot \alpha$   
 C.  $\cos \alpha < \sin \alpha < \tan \alpha$  D.  $\cot \alpha < \sin \alpha < \cos \alpha$
- (41)(扬州市,1998)如果  $\alpha$  是锐角,且  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , 那么  $\cos \alpha$  的值是( ).  
 A.  $\frac{1}{3}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- (42)(四川省,1998) $\cos 55^\circ$  和  $\sin 36^\circ$  的大小关系是( ).  
 A.  $\cos 55^\circ > \sin 36^\circ$  B.  $\cos 55^\circ = \sin 36^\circ$  C.  $\cos 55^\circ < \sin 36^\circ$  D. 不能确定
- (43)(荆州市,1998)已知  $\angle A$  为锐角,  $\cot A < \sqrt{3}$ , 则  $\angle A$  ( ).  
 A. 小于  $30^\circ$  B. 大于  $30^\circ$  C. 小于  $60^\circ$  D. 大于  $60^\circ$
- (44)(西宁市,1996)若  $\cos \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则锐角  $\alpha$  的取值范围是( ).  
 A.  $\alpha \leq 30^\circ$  B.  $\alpha \geq 30^\circ$  C.  $\alpha \leq 60^\circ$  D.  $30^\circ \leq \alpha < 90^\circ$
- (45)(海南省,1996)若  $\angle A$  为锐角, 则  $\cos A + \sin A$  的值( ).  
 A. 大于 1 B. 等于 1  
 C. 小于 1 D. 可能大于 1, 小于 1 或等于 1
- (46)(滨州市,2001)如果  $\sin A = \cos 50^\circ$ , 那么锐角  $A$  等于( ).  
 A.  $50^\circ$  B.  $40^\circ$  C.  $60^\circ$  D.  $45^\circ$
- (47)(宜昌市,2001)观察下列各式:①  $\sin 59^\circ > \sin 28^\circ$ ; ②  $0 < \cos \alpha < 1$  ( $\alpha$  是锐角); ③  $\tan 30^\circ + \tan 60^\circ = \tan 90^\circ$ ; ④  $\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ = 1$ , 其中成立的有( ).  
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- (48)(四川省,2001)在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 已知  $\tan B = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , 那么  $\cos A$  的值是( ).  
 A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  D.  $\frac{2}{3}$
- (49)(安徽省,2000)已知  $\cos \alpha < 0.5$ , 那么锐角  $\alpha$  的取值范围是( ).  
 A.  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  B.  $0^\circ < \alpha < 60^\circ$  C.  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$  D.  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$
- (50)(襄樊市,2000)如图 5-1-3,  $\angle AOB$  顶点在坐标原点, 边  $OB$  与  $x$  轴正半轴重合, 边  $OA$  落在第一象限,  $P$  为  $OA$  上一点,  $PO = r$ ,  $\angle AOB = \alpha$ , 点  $P$  的坐标是( ).  
 A.  $(r \tan \alpha, r \cot \alpha)$  B.  $(r \sin \alpha, r \cos \alpha)$  C.  $(r \cot \alpha, r \tan \alpha)$  D.  $(r \cos \alpha, r \sin \alpha)$

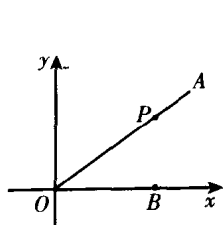


图 5-1-3

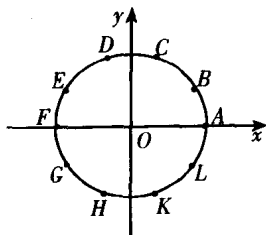


图 5-1-4

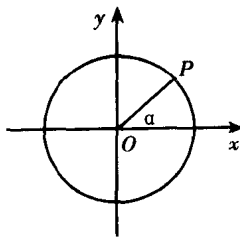


图 5-1-5

(51)(潍坊市,2001)如图 5-1-4,半径为 1 的圆上有 10 个点,分别为 A、B、C、D、E、F、G、H、K、L,相邻两点的距离相等,以圆心 O 为坐标原点,OA 所在的直线为 x 轴,建立平面直角坐标系 xOy,如图所示,则点 C 的坐标为( ).

- A.  $(\sin 72^\circ, \cos 72^\circ)$  B.  $(\cos 72^\circ, \sin 72^\circ)$  C.  $(\cos 18^\circ, \sin 18^\circ)$  D.  $(\sin 36^\circ, \cos 36^\circ)$

(52)(日照市,2001)如图 5-1-5,以直角坐标系的原点 O 为圆心,以 1 为半径作圆,若 P 是该圆上第一象限内的一点,且 OP 与 x 轴正方向的夹角为  $\alpha$ ,则点 P 的坐标是( ).

- A.  $(\sin \alpha, \cos \alpha)$  B.  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  C.  $(1, \cos \alpha)$  D.  $(1, \sin \alpha)$

### 3. 计算下列各题

(1)(甘肃省,1999)  $\sin 90^\circ + \sin 30^\circ + \tan 0^\circ + \cos 60^\circ - \tan 45^\circ - \cos 0^\circ + \cot 90^\circ$ .

(2)(吉林省,1998)  $2\cos 45^\circ + 3\tan 30^\circ + |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ .

(3)(辽宁省,1998)  $\sin 30^\circ - \cos^2 45^\circ + \frac{3}{4}\cot^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ$ .

(4)(辽宁省,1996)  $\cos^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - 3\tan^2 60^\circ + \sin^2 90^\circ$ .

(5)(南通市,1998)  $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ - \cos 45^\circ} - \sqrt{(1 - \cot 30^\circ)^2} - \tan 45^\circ$ .

(6)(天门市,1998)  $-2^2 + \sqrt{(1 - \tan 60^\circ)^2} - (\sqrt{3} - 1)^{\cos 90^\circ} + (\frac{\tan 45^\circ}{-2\sqrt{2}})^{-2} + \tan 35^\circ \tan 55^\circ$ .

(7)(西安市,1997)  $\frac{\sin 60^\circ + 3\tan 30^\circ \cdot \cos 60^\circ}{(\cot 37^\circ \cdot \tan 53^\circ - 2\cot 45^\circ) \cdot \cot 30^\circ} - \frac{\sin 18^\circ \cdot \sin 90^\circ}{(\sin^2 12^\circ + \sin^2 18^\circ) \cdot \cos 20^\circ}$ .

(8)(甘肃省,1997)  $\frac{\tan 30^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\tan 45^\circ \cdot \cot 60^\circ} + \sqrt{2}\sin 45^\circ - \frac{1}{2}\cos 60^\circ$ .

(9)(甘肃省,1996)  $\sqrt{\tan^2 60^\circ - 4\tan 60^\circ + 4} - \frac{2\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ}{\cot 30^\circ - \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ}$ .

### 4. 计算:

(1)(郴州市,2001)  $(3 - \pi)^\circ - \frac{2}{1 + \sqrt{2}} + 2\sin 45^\circ + |1 - \sqrt{2}|$ .

(2)(仙桃市,2001)  $\frac{\cos 60^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 45^\circ + \sqrt{3}\tan 30^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$ .

(3)(安顺市,2001)  $(3.14 - \pi)^\circ + \sqrt{8} - \frac{8}{\sqrt{2} + 1} + 4\cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ + |1 - \sqrt{2}|$ .

(4)(十堰市,1997)求  $\frac{1}{\sin 45^\circ - \cos 60^\circ} + \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ - \cot 45^\circ} + \tan 44^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 46^\circ$  的值.

5.(宁夏自治区,1995)在锐角三角形 ABC 中,求证:  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

6.(镇江市,2001)如图 5-1-6,在直角三角形 ABC 中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = a$ ,  $BC = b$  ( $a > b$ ),延长 BA、BC,使  $AE = CD = c$ ,直线 CA、DE 交于点 F.又锐角三角函数有如下性质:锐角的正弦、正切值随锐角的增大而增大;锐角的余弦值随锐角的增大而减小.请运用该性质,并根据以上所提供的几何模型证明你提炼出的不等式.

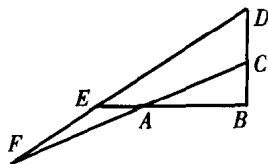


图 5-1-6

7.(杭州市,2001)当  $x = 4\sin 30^\circ + \tan 60^\circ - (-1)^\circ$  时,先化简  $\frac{4x^3 - 9x}{x - 3 + 2x^2}$ ,然后求其值.

8.(安顺市,2001)已知方程  $x^2 - 2x + 5k = 0$  的两根是  $\tan \theta, \cot \theta$ ,求  $k$  及锐角  $\theta$  的值.

9.(泰州市,1998)已知:在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $a, b, c$  分别是  $\angle A, \angle B, \angle C$  的对边,  $\tan A, \tan B$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - kx + 12k^2 - 37k + 26 = 0$  的两个实数根.(1)求  $k$  的值;(2)若  $c = 10$ ,且  $a >$

$b$ , 求  $a, b$ .

10. (宿迁市, 1998) 已知:  $A, B$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  的两个锐角, 且  $\tan A, \tan B$  是方程  $x^2 - 3x + m = 0$  的两个根. (1) 求  $m$  的值; (2) 求作一个一元二次方程, 使它的两个根为  $(\tan A + \tan B)$  和  $(\tan^2 A + \tan^2 B)$ .

11. (河南省, 1989) 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  中  $\angle A, \angle B, \angle C$  的对边, 当  $m > 0$  时, 关于  $x$  的方程  $b(x^2 + m) + c(x^2 - m) - 2\sqrt{m}ax = 0$  有两个相等的实数根, 且  $\sin C \cdot \cos A - \cos C \cdot \sin A = 0$ , 试判定  $\triangle ABC$  的形状.

12. (盐城市, 1996)  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A, \angle B, \angle C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . (1) 根据锐角的正弦、余弦定义证明:  $\sin A + \cos B > 1$ ; (2) 是否存在一个一元二次方程, 它的两个实数根  $\alpha, \beta$  满足

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \sin^2 A + \sin^2 B, \\ \alpha\beta = \frac{\sin A + \sin B}{4}. \end{cases}$$
 证明你的结论.

13. (山东省, 1999) 如图 5-1-7, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $BC = 1$ ,  $D$  为  $BC$  边上一点,  $\tan \angle ADC$  是方程  $3(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 5(x + \frac{1}{x}) = 2$  的一个较大的根, 求  $CD$  的长 (结果取准确值).

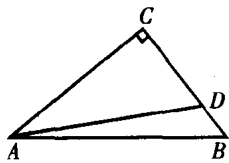


图 5-1-7

14. (安顺市, 2002) 计算:  $-2^2 \cos 60^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + 4 \tan 30^\circ \cdot \sin 60^\circ - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ .

## 5.2 解直角三角形

### 【学习目标要求】

掌握直角三角形的边角关系,会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形.

### 【知识要点精析】

#### 1. 直角三角形的边角关系

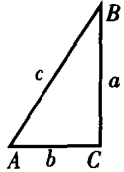
$\text{Rt}\triangle ABC(\angle C=90^\circ)$ 的边角之间有如下关系:

(1)三边之间的关系  $a^2+b^2=c^2$ (勾股定理) (2)两锐角之间的关系  $A+B=90^\circ$

(3)边角之间的关系  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $\cos A = \frac{b}{c}$ ,  $\tan A = \frac{a}{b}$ ,  $\cot A = \frac{b}{a}$ .

#### 2. 直角三角形的解法

直角三角形中各元素间的关系是解直角三角形的依据.因此,解直角三角形的关键是正确选择直角三角形的边角关系式,使两个已知元素(其中至少有一个元素是边)和一个未知元素共处于这个关系式中,其4种类型的解法如下表:

|  | 已知条件                           | 解法                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                     | 一边一角<br>已知斜边和一个锐角( $c, A$ )    | 1. $B=90^\circ-A$<br>2. $a=c \cdot \sin A$<br>3. $b=c \cdot \cos A$                  |
|                                                                                     | 一边一角<br>已知一条直角边和一个锐角( $a, A$ ) | 1. $B=90^\circ-A$<br>2. $b=a \cdot \cot A$<br>3. $c = \frac{a}{\sin A}$              |
|                                                                                     | 两边<br>斜边和一条直角边( $c, a$ )       | 1. $b = \sqrt{c^2 - a^2}$<br>2. 利用 $\sin A = \frac{a}{c}$ 求 $A$<br>3. $B=90^\circ-A$ |
|                                                                                     | 两边<br>两条直角边( $a, b$ )          | 1. $c = \sqrt{a^2 + b^2}$<br>2. 利用 $\tan A = \frac{a}{b}$ 求 $A$<br>3. $B=90^\circ-A$ |

### 【命题热点规律探析】

纵观近几年各地中考数学试题,本节命题热点大致有以下几个方面:直角三角形元素之间的关系,即三边之间、锐角之间、边角之间的关系是解决有关直角三角形问题的重要依据,通常利用勾股定理、两锐角“双互余”(互为余角、互为余函数)及边角之间的函数关系式来达到求解的目的.当然,有关解斜三角形的问题,可以借助特殊角构造直角三角形来求解.

### 【热点考题精析】

例1 (1)(甘肃省,2001)在 $\triangle ABC$ 中,若  $\sin A=1$ ,  $\tan B=\sqrt{3}$ ,则  $\angle C=$ \_\_\_\_\_.

(2)(陕西省,2001)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角,若  $3AC=\sqrt{3}BC$ ,则  $\angle A$ 的度数是\_\_\_\_\_, $\cos B$ 的值是\_\_\_\_\_.

解 (1) $\triangle ABC$ 中,由  $\sin A=1$ ,知  $\angle A=90^\circ$ ,由  $\tan B=\sqrt{3}$ ,知  $\angle B=60^\circ$ ,从而  $\angle C=30^\circ$ .

(2) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .  $\therefore \angle B = 30^\circ, \angle A = 60^\circ, \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

例 2 (徐州市, 2001) 如图 5-2-1,  $\triangle ABC$  中,  $AC \perp BC, CD \perp AB$ , 垂足为  $D, \angle A = 30^\circ, AC = 6\sqrt{3}$ . 求  $BC$  和  $DB$ .

解 在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,  $\tan A = \frac{BC}{AC}$ .  $\therefore BC = AC \cdot \tan A = 6\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 6$ . 在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,  $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ . 在  $\text{Rt}\triangle BDC$  中,

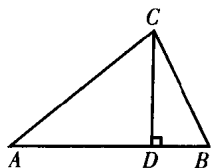


图 5-2-1

$\angle BCD = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .  $\therefore DB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ .

例 3 (内蒙古东四盟市, 1999) 已知: 如图 5-2-2, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, AC = 12, \angle A$  的平分线  $AD = 8\sqrt{3}$ . 求  $\angle B, \angle BAC, AB, BC$ .

解 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\cos \angle DAC = \frac{AC}{AD} = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$\therefore \angle DAC = 30^\circ, \therefore \angle BAC = 60^\circ$ .

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 30^\circ. \therefore AB = 2AC = 2 \times 12 = 24$ .

$\therefore BC = AB \cdot \sin \angle BAC = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ . 故  $\angle B = 30^\circ, \angle BAC = 60^\circ, AB = 24$ ,

$BC = 12\sqrt{3}$ .

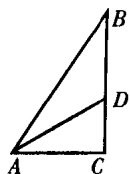


图 5-2-2

例 4 (北京市海淀区, 2002) 如图 5-2-3, 在菱形  $ABCD$  中,  $AE \perp BC$  于  $E$  点,  $EC = 1, \sin B = \frac{5}{13}$ , 求四边形  $AECD$  的周长.

解 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = BC = CD = DA$ .

$\because AE \perp BC, \therefore \angle AEB = 90^\circ$ .

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\sin B = \frac{AE}{AB}$ . 又  $\sin B = \frac{5}{13}$ ,

设  $AE = 5x (x > 0)$ , 则  $AB = 13x$ . 根据勾股定理, 得  $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 12x$ .

$\therefore BE + EC = BC, EC = 1, \therefore 12x + 1 = 13x$ . 解得  $x = 1$ .

$\therefore AB = DA = CD = 13, AE = 5. \therefore AE + EC + CD + DA = 5 + 1 + 13 + 13 = 32$ .

$\therefore$  四边形  $AECD$  的周长是 32.

例 5 (宿迁市, 2002) 如图 5-2-4, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ, \angle ABC = 105^\circ, BD \perp AC$  于点  $D$ , 且  $BD = 4$ . 试求  $\triangle ABC$  的周长.

解 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $AB = \frac{BD}{\sin A} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$ ,

$AD = \frac{BD}{\tan A} = \frac{4}{\tan 30^\circ} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 4\sqrt{3}$ .

又  $\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ, \angle ABC = 105^\circ. \therefore \angle C = 180^\circ - 105^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ .

$\therefore \triangle BCD$  为等腰直角三角形  $\therefore DC = BD = 4. BC = \sqrt{2}BD = 4\sqrt{2}$ .

$\therefore \triangle ABC$  的周长为  $AB + BC + AC = 12 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ .

例 6 (三明市, 1999) 如图 5-2-5, 梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD, AB = BC = 4, CD = 2, \angle B = 60^\circ$ . 求  $AD$  的长.

解 作  $CE \perp AB$  于  $E, \angle B = 60^\circ, \therefore \angle ECB = 30^\circ$ .

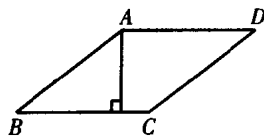


图 5-2-3

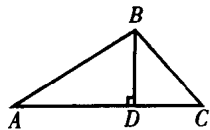


图 5-2-4

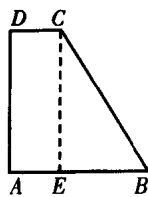


图 5-2-5

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 2, AE = 2.$$

$\because DC \parallel AE$ , 且  $AC = AE = 2, \angle AEC = 90^\circ$ .  $\therefore$  四边形  $AECD$  为矩形.

在  $Rt\triangle BCE$  中,  $DE = BC \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ .  $\therefore AD = 2\sqrt{3}$ .

**例 7** 如图 5-2-6, 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 75^\circ, \angle B = 60^\circ, AB = 8$ . 求  $AC, BC$  的长.

**分析** 有  $\angle B = 60^\circ$ , 可构造  $Rt\triangle$  使  $\angle B$  为它的内角, 试作  $AD \perp BC$  于  $D$ .

**解** 作  $AD \perp BC$  于  $D$ , 在  $Rt\triangle ABD$  中,

$$\because AB = 8, \angle B = 60^\circ. \therefore BD = 4, AD = 4\sqrt{3}.$$

在  $Rt\triangle ADC$  中,  $\because \angle C = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 45^\circ$ ,

$$\therefore DC = AD = 4\sqrt{3}, AC = 4\sqrt{6}.$$

$$\therefore BC = BD + DC = 4 + 4\sqrt{3}, AC = 4\sqrt{6}.$$

**说明** 斜三角形的问题, 一般转化为  $Rt\triangle$  问题来解, 转化的方法常常是作垂线.

**例 8** (黑龙江省, 2002) “曙光中学”有一块三角形形状的花圃  $ABC$ , 现可直接测量到  $\angle A = 30^\circ, AC = 40$  米,  $BC = 25$  米, 请你求出这块花圃的面积.

**解** 分两种情况计算, 如图 5-2-7:

(1) 如图(a), 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  于  $D$ , 在  $Rt\triangle ADC$  中,  $\angle A = 30^\circ, AC = 40$ .

$$\therefore CD = 20 \quad AD = AC \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}$$

在  $Rt\triangle CDB$  中,  $CD = 20, CB = 25, \therefore DB = \sqrt{CB^2 - CD^2} = 15$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}(AD + DB) \cdot CD = (200\sqrt{3} + 150)(\text{米}^2).$$

(2) 如图(b), 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  交  $AB$  的延长线于  $D$ , 由(1)可得  $CD = 20, AD = 20\sqrt{3}, DB = 15$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}(AD - DB) \cdot CD = (200\sqrt{3} - 150)(\text{米}^2).$$

**例 9** (厦门市, 2002) 如图 5-2-8, 等腰梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC, \tan B = \sqrt{3}$ , 上底  $AD = 10$ , 梯形的高是 6.

求: (1)  $\angle B$  的度数; (2) 下底  $BC$  的值. (结果保留根号)

**解** (1) 过  $A, D$  分别作  $AE \perp BC, DF \perp BC$ , 垂足分别为  $E, F$ , 则  $AE = DF, AD = EF, BE = FC$

在  $Rt\triangle ABE$  中,  $\tan B = \sqrt{3} \therefore \angle B = 60^\circ$

$$(2) \because \tan B = \frac{AE}{BE} \therefore BE = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \therefore BC = 2BE + EF = 10 + 4\sqrt{3}.$$

**例 10** (贵州省毕节地区, 2001) 若  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边, 方程  $a(1-x^2) + 2bx + c(1+x^2) = 0$  有两个相等的实数根, 且  $(1 + \frac{c}{a})a = 2b$ . 求  $\tan A$  的值.

**解** 原方程变形得  $(c-a)x^2 + 2bx + a+c=0$ .

$\because$  方程有两个相等的实数根,  $\therefore \Delta = 4b^2 - 4(c^2 - a^2) = 0. \therefore a^2 + b^2 = c^2. \textcircled{1}$

又  $(1 + \frac{c}{a})a = 2b, \therefore c = 2b - a. \textcircled{2}$  把  $\textcircled{2}$  代入  $\textcircled{1}$ , 得  $a^2 + b^2 = (2b - a)^2$ .

$$\therefore 3b^2 - 4ab = 0, \therefore 3b = 4a. \because a^2 + b^2 = c^2, \therefore \triangle ABC \text{ 为直角三角形}, \therefore \tan A = \frac{a}{b} = \frac{3}{4}.$$

**例 11** (嘉兴市, 2001) 如图 5-2-9, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ, D$  是  $AB$  上一点,  $\angle ACD = 37^\circ, \angle BCD = 26^\circ 30', AC = 60$ , 求  $AD, CD$  及  $AB$  的长. (以下数据供选用:  $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}, \cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}, \tan 37^\circ \approx$

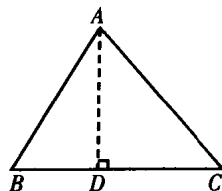
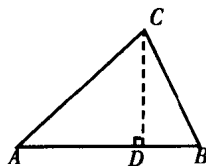
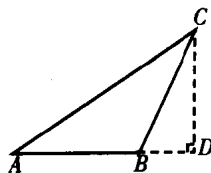


图 5-2-6



(a)



(b)

图 5-2-7

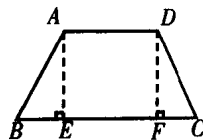


图 5-2-8