

北京教育丛书

Beijing jiaoyu
congshu

○方金秋



数学学习的 规律与方法

北京教育出版社

北京教育丛书

数学学习的规律与方法

方金秋 著

北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学学习的规律与方法 / 方金秋著. —北京: 北京教育出版社, 1996. 12

(北京教育丛书)

ISBN 7-5303-0893-9

I. 数… II. 方… III. 数学课—中学—教学法 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 22720 号

数学学习的规律与方法

SHUXUE XUEXI DE GUILU YU FANGFA

方金秋 著

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行

新华书店经销

北京科技印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 7.875 印张 200000 字

1996 年 11 月第 1 版 1996 年 11 月第 1 次印刷

印数 1—5000

ISBN 7-5303-0893-9 / G · 866

定价: 11.00 元

北京教育叢書

雷洁琼題



序

徐惟诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程。人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师。尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处世，能不能用自己的双手为社会做出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑问的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代，造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原

因,这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为此,中共北京市委和北京市人民政府决定,拨出专款,指定专人组成编委会,编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内,已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作,看来任务是可以完成的。

我们相信,《北京教育丛书》的编辑出版,对于鼓励广大教师钻研业务,积累经验,对于传播和交流这些经验,对于推动教育科学研究,对于提高普通教育的水平,都是有积极作用的。同时,这套丛书的出版,也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃,每天都有许多新问题提到我们面前来,也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩,是不会被人们忘记的。

《北京教育丛书》编辑委员会

顾问: 徐惟诚 汪家缪 李 晨 韩作黎

主 编: 李志坚

副主编: 姚幼钧(第一副主编) 陶春辉 蓝天柱

史文炳 倪益琛 仇 琨

编 委: (以姓氏笔画为序)

马芯兰	于美云	王 有	王广和	王永新
王光裕	王家骏	王碧霖	仇 琨	方道霖
白 耀	史文炳	史根东	叶钟玮	司锡龄
安永兴	安邦勋	祁 红	刘士俊	刘永增
刘秀莹	刘尚永	江丕权	孙学增	毕晓尘
吴同瑞	李 斌	李志坚	李观政	肖 沅
佟志衷	沈友实	杨玉民	杨志彬	余世光
陈孝彬	陈镜孔	金德全	林 慈	范小韵
罗玉圃	张广茂	张国忠	张觉民	张振芳
张鸿顺	线长安	邹甫昌	赵 俭	赵志洁
赵 毅	姚幼钧	胡红星	钮辰生	高玉琛
徐安德	郭汝康	倪传荣	倪益琛	耿 申
章家祥	陶春辉	侯维城	崔万顺	阎立钦
曹福海	梁慧霞	董哲潜	傅 庚	温寒江
赖登铎	蓝天柱	端木慧		

绪论	(1)
第一章 数学学习理论	(9)
第一节 数学学习的本质	(9)
第二节 认知、建构原则与数学学习	(15)
第三节 数学学习的特点	(23)
第四节 数学学习的原则	(26)
第二章 思维与数学学习	(32)
第一节 数学思维及其特性	(33)
第二节 数学思维品质	(40)
第三节 数学概念的建构	(61)
第四节 逻辑思维与数学学习	(69)
第五节 形象思维与数学学习	(86)
第六节 直觉思维与数学学习	(93)
第三章 数学学习规律	(107)
第一节 数学知识学习的认知规律	(107)
第二节 数学技能技巧的训练规律	(114)
第三节 数学学习迁移规律	(122)
第四章 数学学习的基本思维方法	(130)
第一节 观察与实验	(130)
第二节 分析与综合	(142)
第三节 抽象与概括	(151)
第四节 比较与分类	(159)
第五节 一般化与特殊化	(168)

第六节 类比联想与归纳猜想	(174)
第五章 数学问题解决	(180)
第一节 数学问题的含义	(180)
第二节 数学问题解决过程	(184)
第六章 数学能力及其培养	(194)
第一节 数学能力	(195)
第二节 数学能力的培养	(200)
第七章 数学学习中的学生个性品质	(215)
第一节 个性与个性倾向性	(215)
第二节 数学学习的个性品质的养成	(218)
主要参考文献	(242)

绪 论

“备课不但要备教材，更重要的是要备学生”。这是许多教师的经验之谈。

然而，不是所有的教师都能认识到这一点的。记得，我曾听过一位青年教师的课。课后我问他：“你备这节课的依据是什么？”他回答：“是课本。”显然，在这位老师头脑中就缺乏备学生的意识。

对学生学习的了解，对学生学习状况的掌握，对数学学习规律的认识和应用，这是每个数学教师应有的素养。

学生的学习要与环境发生联系，首先接触的就是教师。教学过程是教与学双边活动的过程。然而从学的方面考虑，学生则是学习的主体，教学的成败是由学生的学习成果决定的。加涅说：“如果我们认识到，学习是在很大程度上依赖于个人与环境相互作用的事件，这就使我们能视学习为一种可以严密考察和深入认识的事件了。学习不仅是自然发生的事件，它也是在某种可以观察得到的条件下发生的事件。此外，这些条件是可以改变和控制的，而这就使我们有可能用科学方法来考察学习的发生了。”（引自：M·加涅著：《学习的条件》，人民教育出版社，1985年版，P2）可见，教师可以通过观察了解学生的学习，也可以通过教学实践来改变学生的学习状况，还可以通过自己的工作和努力促进学生学习的发展。不过，这一切都要建立在对学生学习的了解上。

在当今的时代，对教学的要求更需按学生的学习规律进行。

在数学教育方面，人们不仅研究教材教法，而且开始研究数学的学习规律和基础理论。

数学学习理论在我国是最近几年来才被人们注意和研究的一门新兴学科。它作为数学教育理论的重要组成部分，起着数学教育理论的基础与依据的作用。

本书从以下三个方面来研究在数学教育中，数学学习理论的有关问题。

一、数学教育与数学学习

数学教育系统是教育系统的一个子系统，它具有教育系统的一般规律。数学学习理论的建立与发展与教育观念的更新有着密切关系。因此，在讨论数学教育的时候，特别是在研究数学学习理论的时候，首先要回顾一下教育观念的发展。

1. 人类社会早期的教育观(传统教育观)。

教育现象与人类社会的产生几乎是同时的。传统的教育观是以传授知识、技能作为其根本的目标。我国从周朝(约公元前 11 世纪末)开始就把“礼、乐、射、御、书、数”六艺作为教育的内容。在传统的教育观下，教师在教学过程中起着主体性作用，是权威者；学生在教学过程中是被动的客体，是受教育者。在这一观念下，教学过程，重教师的教，轻学生的学；重知识传授，轻学生的能力发展；重教学的结果，轻教学过程。在西方，传统的教育还与宗教有着千丝万缕的联系。教育还有传授教义的任务。神本主义观念成为教育的思想指导。

2. 近代教育观(进步教育观)。

教育观念从传统的教育观下解放出来，在西方是在文艺复兴以后，特别是在启蒙运动中，教育方面强调儿童的自然发展、自主学习和自由权利。这些思想被一些教育家发展成“儿童中心教育”观。

启蒙运动时期的教育思想家卢梭就主张，对儿童的教育以

自然、活动、成长、经验、需求、兴趣与能力为核心而组成的。他甚至还主张：“自然科学方面的知识，有赖于学习者自己主动地去发现，而不是仰仗于教师的教导或传授。”可以说，他是“发现学习”的最先提倡者。卢梭被人称为教育史上的“哥白尼”，他的教育思想是“教育史上 180° 的大转弯”。

此外，还有如荷兰的人本主义教育家伊拉斯莫斯的“自由教育符合儿童从奴隶化中解放出来”的思想，瑞士的裴斯泰洛齐的“遵循自然进行教育”的原则，德国的赫尔巴特“遵循学生心理运动基础进行教育”的主张，等等，都把学生在教育过程中的主体位置强调出来了。杜威说，传统教育是“由外而内的形成”，而进步教育是“由内而外的发展”，这是对传统教育观与近代教育观的区别作了很好的说明。

3. 现代教育观。

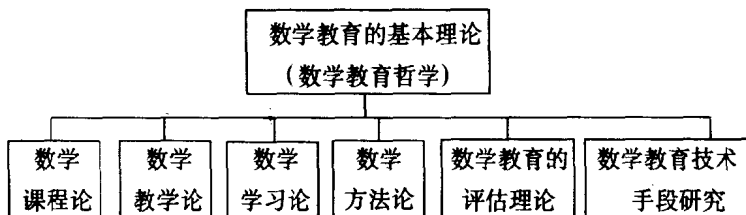
教育观念发展到现代，树立起了学生在教学过程中的主体地位。强调学生在教育过程中的认知发展、提高智力、培养能力。当今的教育观念注意学生在学习过程中的积极性、主动性的发挥，培养创造性思维成为教育的一个重要目标。

正是教育观念更新到今天，在教育工作中确立学生的主体地位已为广大教育工作者所共识，因此，研究学生的学习原理、规律与方法已成为广大教育工作者的共同要求。数学学习理论的建立也因此应运而生。

我国建国以来，在数学教育理论的研究方面大体上经历了以下的三个阶段：

1. 解放初期(五十年代)的数学教学法研究阶段；
2. 六十年代开始的数学教材教法研究阶段；
3. 八十年代中期开始的数学教育学的研究阶段。

数学教育理论的研究，按郑毓信教授的意见，可以表现为以下框架：



(见郑毓信:《加强学习, 深化研究, 加速发展我国的教育事业》一文, 刊于《数学教育学报》1993年5月总第二期上)

在这里, 数学课程论、数学教学论、数学学习论, 往往被人称为数学教育学的三大支柱学科。事实上, 在数学教育过程中, 课程、教学与学习分别对应着教材、教师与学生。它们是数学教学过程的三大要素。在这三大理论中, 数学学习理论虽然它诞生得最晚, 但它却成为前两大理论的基础与依据。因此, 可以说, 数学学习理论是数学教育理论的理论基础与基石, 从它的诞生之日起就有如异军突起, 显示出它的勃勃生机。

今天, 数学学习理论已成为数学教育工作者研究的热门课题。它是世界上数学教育观念更新的产物, 是时代发展的必然结果。

二、数学学习理论研究的对象

数学学习理论研究的对象, 从宏观上讲, 它是研究学生在数学学习活动中的规律性的东西。数学学习过程是一个活动的过程, 是对外界输入的数学信息的加工的过程。因此, 数学学习理论研究的对象就是研究学生对数学信息的加工过程。在教育学中, 有一条重要的原理, 即学生个体学习过程是人类种系认识(发现)知识过程的缩影。它类比于生物学中的一个著名法则: “个体发育再现系统发育”。换句话说, 人的个体发育史(即十月怀胎过程)是重复了人类整个的进化史(即从单细胞

生物进化到人的过程)。学生的数学学习过程是人类发现数学过程的缩影。因此,我们研究数学学习过程就是研究学生个体是如何认知数学知识的过程,它实际上是人类认知数学的缩影。

数学学习研究的对象从微观上讲,它是研究数学学习的本质、数学学习的原理、数学学习过程、数学学习规律、数学学习方法、数学学习的动因、数学学习的评价等内容。

在研究数学学习过程的时候,必然地要牵涉到数学学习的任务。数学学习的任务,主要是以下几方面:

1. 数学知识。

数学知识由数学概念、法则、定律、公式、定理、数学思想、数学方法等组成。

2. 数学技能技巧。

技能技巧是指人们自动化的顺利地进行某种活动的方式。它有两类:1)操作性技能技巧;2)心智性技能技巧。

数学技能技巧是数学思维性或操作性的活动方式。数的计算、代数式的运算、推理、解方程、绘图、度量等都是数学技能技巧。

3. 数学能力。

“能力是个体将已有知识运用于操作,以达到目标,完成任务的高级神经系统活动的潜在势能。”(引自蒋大鹏、张燮著《教育心理学新系》,山东教育出版社,1992年版)

数学能力一般有两种:1)一般能力:观察能力、注意能力、想象能力、记忆能力、思维能力;2)特殊能力:运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力。

4. 数学思想、方法。

数学思想和方法是在数学知识、技能技巧学习过程中反映出来的。九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲(试用)》中也指出了在数学知识学习中还要学习到从基础知识中

“所反映出来的数学思想和方法”。

所谓数学思想，它是指人们对数学理论与内容的本质的认识。所谓数学方法，它是指某一数学活动过程的途径、程序和手段。可以说，数学方法是数学内容的运动形式，它具有过程性、层次性和可操作性等特点。数学方法的灵魂就是数学思想。因此，数学思想是人们对数学方法的抽象认识；数学方法是数学思想的具体化形式。总之，数学思想与数学方法是密切联系、密不可分的统一体。正因为如此，人们把它们统称为数学思想方法。

数学思想如分类思想、集合对应思想、函数思想、数形结合思想等。数学方法如配方法、待定系数法、消元降次法等。

5. 数学意识。

数学意识是数学观念。它是经过长时间的数学学习而形成的一种思维习惯、方式与态度。九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲》中提出“应用数学意识”，这是数学学习的任务之一。

6. 个性品质。

九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲》提出了个性品质的培养任务。良好的个性品质主要指：“正确的学习目的，浓厚的学习兴趣，顽强的学习毅力，实事求是的科学态度，独立思考、勇于创新的精神和良好的学习习惯。”

总之，数学学习的任务在于使学生受到必要的数学训练，具有一定的“数学素养”。素养是指人的后天养成的素质，它再加上人的先天素质，构成人的整体素质。因此，数学素养是人的素质的重要组成部分。数学学习研究的对象也有对上述的数学学习任务实现过程的研究。

本书作为数学学习论的重要组成部分，主要阐述数学学习的原理、规律与方法。本书从认知出发，论述数学学习的本

质、特点与原则，同时，作为数学学习的一个核心内容——数学思维也应是本书的重点内容。数学学习的规律与方法不仅是前人经验的总结，也是在学习数学过程中所遵循的重要方面。数学学习重在应用。数学问题的解决，它不仅为了应用，还在于通过问题解决的学习培养学生自身的创造精神，这是 21 世纪建设人才的基本素质。另外，学生通过数学学习提高数学能力是数学教育的根本任务之一，本书在第六章中将给予论述。本书还在最后一章涉及到数学学习中的学生个性品质问题，它是数学学习的动因。良好的个性品质促进学习、保证学习的顺利进行。

本书在认知方面采取了现代认知的信息加工理论的观点。因此，学习过程就可以看作是对信息的加工过程。

三、数学学习研究的方法

数学学习研究是数学教育研究的一个重要组成部分，它服从数学教育研究方法。方法一般地被理解为工具和程序两个方面。在工具方面正如黑格尔在《逻辑学》中指出的：“在探索的认识中，方法也就是工具，是主观方面的某种手段，主观方面通过这个手段和客体发生关系。”（引自列宁：《哲学笔记》，人民出版社，1974 年版，P 236）在程序方面，方法作为组织思维的程序、组织研究活动的程序及学科内在的程序与结构。

数学学习的研究方法，从宏观上有思辨的方法和实证的方法。

在具体的研究中，主要是采用以下方法：

1. 观察法。

观察是一种有目的、有计划的视觉活动。观察法是通过观察来了解与收集学生学习过程中的各种信息进行分析研究的方法。例如，通过听课，观察学生在课堂上的活动、表现、表情、反应等一系列现象，从中分析学生在数学课上的学习活动

过程。

使用观察法研究学习应注意以下几个问题：

- 1) 观察要有具体的目标与要求，即观察的目的性。
- 2) 观察要有具体的计划，即拟定观察的程序与步骤。
- 3) 观察后的材料要及时分析、研究。

2. 调查法。

调查法是有目的、有计划、有系统地收集学生数学学习的有关材料进行分析研究，从而得出结论的方法。例如，调查学生学习成绩，用表格的形式进行统计，这些都是调查法。

调查有直接调查与间接调查形式。如谈话法、问卷法等都是直接调查法，而通过有关部门收集学生的各种学习情况表是间接调查法。

3. 实验法。

实验法就是人为地对被实验者进行有控制性的或对实验者的学习条件进行人为地改变后进行实验的方法。例如，把一个年级的不同学习班，创设不同的学习条件，进行实验而得到不同的学习结果或现象，从中进行比较分析等，从而得出实验结论来。

在实验法中，还有心理测试法，即用一些心理测试仪器进行相关数据测定的方法。另外，还有个案法，即对个别学生的数学学习进行时间上的纵向跟踪，分析学生的发展情况。