

浙江科学技术出版社

覃作东译

ANALYSIS OF TALL BUILDINGS
BY THE FORCE
—DISPLACEMENT METHOD

**高层建筑的力量
——位移法分析**



统一书号: 15221·36
定 价: 1.64 元

86.2
4247

高层建筑的力一位移法分析

(英) 斯莫尼那 著

覃作东 译

钱稼茹 校

浙江科学技术出版社

033717

039717

封面设计：潘孝忠

高层建筑的力——位移法分析

覃作东 译

*

浙江科学技术出版社出版

杭州书刊装订厂印

浙江省新华书店发行

开本：787×1092 1/16 印张：15.75 字数：389,000

1983年4月第 一 版

1983年4月第一次印刷

印数：1—6,300

统一书号：15221·36

定 价：1.64 元

译 者 的 话

高层建筑是城市现代化建设的一个重要组成部分。在一些发达的国家中，高层建筑已发展到相当普遍的阶段，其理论研究也日趋完善。我国高层建筑的建设正处于发展阶段，因此，介绍国外有关这方面的研究成果，这对我国高层建筑的建设来说是有益的。同样，对从事这方面工作的专业人员来说也是有益的。

本文译自斯莫尼那《*Analysis of tall buildings by the force-displacement method*》（高层建筑的力——位移法分析）一书，该书运用力——位移法较系统地阐述了各类结构体系的高层建筑及其主要部分，在“主”“次”效应作用下的理论分析和形成矩阵的方法。

全书分编为十一章，包括：1.高层建筑框架分析；2.剪力墙分析；3.高层建筑空间分析原理；4.开洞核心筒的分析；5.高层建筑超静定楼盖系统的分析；6.温度应力和变形的分析；7.弹性结构的振动分析；8.高层建筑分析中的次效应；9.框架和剪力墙的弹性失稳；10.混凝土体积变化及其对结构的影响；11.桁架的力——位移法分析等内容。各章通过分别引入繁简程度不同的例题和进行分析结果的对比，指出在高层建筑分析中值得注意的问题。混合柔度法物理概念明确，分析简捷，使人明瞭。本书可供有关工程设计人员、大专院校师生及研究人员参考。

译文承清华大学土木与环境工程系结构抗震研究室主任沈聚敏推荐，钱稼茹老师承担了本书的校对工作；沈聚敏老师承担了最后的审核工作；在校审期间，王传志等同志给本书提供了许多宝贵的意见，在此一并表示衷心感谢。

由于译者水平有限，疏漏、错误之处，敬请读者批评指正。

章作东

一九八二年七月

于杭州

符 号 表

a	尺寸
A	构件断面面积或无量纲系数
b	尺寸
B	无量纲系数
c	稳定系数或蠕变度
C	无量纲系数
d	构件的高度, 砖填充墙的对角线长度
D	无量纲系数
e	荷载偏心距
E	材料的弹性模量
f	应力, 柔度系数
F	力
g	构件单位长度或单位面积的自重
G	剪切弹性模量, 重力荷载
h	框架或剪力墙的层高
H	剪力墙的总高度
k	构件的刚度系数, 地基反力系数
l 和 L	构件长度
m 和 M	分别由主效应和次效应引起的弯矩
N	构件的轴向力, 高层建筑的楼层层数
p	构件单位长度上的压力
P	集中重力
r	系数
R	半径
s	收缩系数或稳定系数
t	板的厚度, 时间
T	扭矩, 温度
v	剪应力
V	剪力
W	风荷载
x	中和轴高度
z	力臂
α 和 β	角度
δ	轴向变形

Δ 水平位移

ε 应变

ϕ 扭转系数

η 系数

λ 垂直位移

θ 重力或风力作用下，构件松弛时产生的角变形

其他符号在使用时在文内定义。

目 录

译者的话

符号表 (1)

1 高层建筑框架分析 (1)

1. 1 绪论 (1)

1. 2 超静定结构, 结构分析的假设和要求 (2)

1. 3 框架在侧向力作用下的分析 (4)

1. 4 单跨对称框架的整体矩阵 (8)

1. 5 单跨非对称框架的整体矩阵 (9)

1. 6 多跨框架的分析 (17)

1. 7 分布重力和分布侧向力的影响 (22)

1. 8 基础沉陷对高层建筑框架的影响 (22)

1. 9 变截面杆件的影响 (25)

1. 10 高层框架不连续的影响 (31)

1. 11 在框架和剪力墙分析中边界条件的影响 (34)

1. 12 高层框架连续基础的近似分析 (35)

1. 13 高层建筑中地基——上部结构的相互作用 (39)

1. 14 用力——位移法对高层框架和剪力墙连续化分析法 (44)

参考文献 (46)

2 剪力墙分析 (48)

2. 1 绪言 (48)

2. 2 平面剪力墙的分析 (48)

2. 3 带两排孔洞的剪力墙 (50)

2. 4 局部开洞的剪力墙的近似分析 (54)

2. 5 剪力墙中侧向力的分配 (58)

2. 6 不使用电子计算机对剪力墙的初步分析 (64)

2. 7 填充墙框架 (68)

2. 8 填充墙框架中开孔的影响 (76)

2. 9 具有半截填充墙的框架的分析 (79)

2. 10 填充墙框架分析中接触压力的影响 (83)

2. 11 框架和剪力墙的应力集中 (84)

参考文献	(86)
3 高层建筑空间分析原理	(88)
4 开洞核心筒的分析	(94)
4. 1 绪言	(94)
4. 2 薄壁筒的纯扭转	(95)
4. 3 开洞核心筒的弯曲	(98)
4. 4 封闭筒的翘曲应力	(103)
4. 5 核心筒的剪切滞后	(104)
4. 6 框筒结构的弯曲	(105)
参考文献	(106)
5 高层建筑超静定楼盖系统的分析	(107)
5. 1 绪言	(107)
5. 2 交叉梁楼盖	(109)
5. 3 弹性基础上的梁	(109)
5. 4 空腹型梁(Vierendeel Girders)的分析	(111)
5. 5 斜交叉梁井式楼盖("Diagrid" Floors)	(113)
5. 6 密肋楼盖("Waffle" Floors)	(114)
5. 7 悬臂楼梯	(117)
5. 8 台阶式阳台板的挠度	(120)
参考文献	(121)
6 温度应力和变形的分析	(122)
6. 1 绪言	(122)
6. 2 热传导及其对混凝土结构的影响	(123)
6. 3 静定构件中的温度应力	(125)
6. 4 梁的温度变形分析	(131)
6. 5 受线性温度分布的悬臂剪力墙	(135)
6. 6 受抛物线温度分布的悬臂剪力墙	(137)
6. 7 受温度变化的裙梁	(137)
6. 8 温度变化对超静定结构的影响	(139)
6. 9 由温度变化引起的轴向力的影响	(143)
6. 10 受温度变化的高层框架和剪力墙	(144)
6. 11 温度变化对结构影响的小结	(152)
参考文献	(153)
7 弹性结构的振动分析	(154)
7. 1 绪言	(154)

7. 2	单自由度系统	(155)
7. 3	瑞利法 (Rayleigh's Method)	(156)
7. 4	里兹法 (Ritz Method)	(158)
7. 5	高层建筑的振动阻尼	(161)
参考文献		(165)
8	高层建筑分析中的次效应	(166)
8. 1	绪言	(166)
8. 2	轴向力对柔度系数的影响	(167)
8. 3	稳定函数和柔度系数之间的关系	(167)
8. 4	包括不稳定函数在内的刚度系数和传递系数	(169)
8. 5	柱轴向变形的影响	(169)
8. 6	剪力对剪力墙分析的影响	(173)
8. 7	柔性或半刚性节点对框架的影响	(177)
参考文献		(184)
9	框架和剪力墙的弹性失稳	(186)
9. 1	一般原理	(186)
9. 2	柱的弹性失稳——一般的复习	(187)
9. 3	框架的弹性失稳	(189)
参考文献		(198)
10	混凝土体积变化及其对结构的影响	(199)
10. 1	绪言	(199)
10. 2	混凝土力学性能的简要述评	(199)
10. 3	干燥收缩	(201)
10. 4	混凝土结构的蠕变	(202)
10. 5	混凝土构件中蠕变效应的近似分析	(204)
10. 6	柱的蠕变效应	(208)
10. 7	框架和剪力墙的蠕变效应	(211)
10. 8	收缩对混凝土结构影响的近似分析	(212)
10. 9	裙梁的收缩效应	(220)
10. 10	收缩变形的分析	(221)
10. 11	收缩对框架的影响	(223)
参考文献		(225)
11	桁架的力——位移法分析	(226)
11. 1	绪言	(226)
11. 2	变形协调关系的推导	(226)
11. 3	静定桁架	(230)

11. 4	内部超静定桁架	(234)
11. 5	外部超静定桁架	(235)
11. 6	桁架的弯曲应力	(235)
11. 7	桁架分析中刚性节点的影响	(239)
11. 8	连续弦杆桁架	(241)
结束语		(243)

1 高层建筑框架分析

1. 1 绪 论

本书所讨论的结构分析,虽然其一般原理对其他结构也适用,但主要还是用于高层建筑的框架和剪力墙。本书旨在作为大专院校学生、工程师和研究人员的参考书。

建造减轻自重的细长结构的趋势不断增长,这类结构的安全性和稳定性取决于节点有很好的整体性,这促使需要更精确地分析高层建筑。节点的整体性产生了高次的超静定结构。这些新结构与老结构相比,更能承受重力和侧向力效应,以及设计时应考虑的其他一些效应。

建筑物的所谓“高”,并没有一个确定的界线,“高”这个术语通常指设计时考虑侧向力的效应要比重力的效应大。另外,作用于宽型结构上的不稳定性以及诸如温度的变化、混凝土的收缩和蠕变、基础的沉陷、荷载的动力作用等等次效应,对高层建筑的影响比对低层建筑更大。因此,这些问题便成了本书的主要论题。

结构分析指的是确定这些力对应力和位移的影响,这是本书的主旨。设计指的是决定构件的尺寸比例,这不是本书所要讨论的。但是,结构分析和设计这两个方面,是互相有联系的,原则上说是不能分开的。

结构中应力和位移的精确值,是所加荷载的函数,但也取决于其他许多因素,例如,加载的频率和持续时间,以往荷载史,材料的物理特性,周围的环境等等。这些通常是非常复杂的参数,很少能用数学公式精确地表示出来。但是,为了分析的进一步深入、为了校核假设的正确性,为了确立这些假设和理论的适用范围,同时也为了在设计中能反复使用一些理论,有必要建立数学公式。主要是由于所包含的参数的复杂性,因此,不得不根据一些简化的假设和理想化的模型来计算应力和位移。这些简化的假设,反过来会使得计算结果与结构的实际反应出现差异。在某些情况下,差异可能较小些,对设计并不重要。但也可能很大,甚至会发生与计算结果相反的反应。只有靠进一步了解材料的特性,靠改进计算公式,靠对比计算结果和观察到的结构反应间的关系,才有可能缩小这种差异。

近代的结构分析方法均建立在公认的能量原理的基础上,由能量原理而发展起来的极大多数理论都认为材料是线弹性的。超过了弹性范围,许多问题变得极端复杂,如果不作一些简化假设,常常是难于处理。建立涉及材料的非弹性反应和随时间变化的应力问题的精确公式,是特别困难的。

过去,为了使结构适合于用台式计算机进行分析,人们不得不作许多简化假设。现在,高速运算的数字电子计算机的使用,不但消除了冗繁的计算,而且也可摒弃过去所作的某些近似假设,代之更为有效的分析方法。因此,复杂问题的分析,在近几年内已得到很大的发展,用矩阵表达特别适宜于在电子计算机上应用。系统的矩阵方法现在已经广泛使用,在许多教科书上均有介绍。

建立在材料为线弹性反应的假定基础上的基本弹性分析方法，现在已经发展得比较完善了，大多数问题可以用分析封闭解。刚度法、柔度法和有限单元法虽然可以推广到非弹性范围，但是它们基本上还是在弹性范围内。分析中的所谓“次”效应，包括较高次效应的影响，例如，结构几何形状的改变，轴力的影响，柔性节点，温度变化，蠕变、收缩等等。在本书中，对其中一些问题拟作一些论述。

一般来说，结构分析是以下列两类方法中的任何一类为基础的；一类方法是建立求解的公式，得到用公式表达的解析解或封闭解 (*closed form*)；另一类为数值方法，这类方法只对某一特定的问题提供一个以数字表达的解法。第一类方法一般为应力分析和能量法，但只能得到一些最简单问题的解析解。第二类方法主要以刚度法为基础，对特定的问题提供数值解。刚度法以转角——位移关系为基础，现在已经充分发展起来，并且建立了适用于计算机的矩阵表达式。同样，有限单元法以刚度法为基础，只能对问题提供数值解。许多教科书对这些方法作了论述，这里就不再重复。

经典的柔度法，除适用于最简单的问题外，很难用于任何问题的分析，用它来分析复杂的结构并不适宜。因此，本书的大部分篇幅是以力——位移法的概念为基础的。该方法中，未知量同时考虑为力和位移。虽然，矩阵因而略大于刚度法的矩阵，但力和位移值都是现代设计，特别是对高层建筑来说是必不可少的。对于简单的问题，该方法提供解析解；但对于复杂的结构，该方法只能用来提供数值解。建立矩阵表达式的每一步都有明确的物理意义，这就便于形成矩阵并避免错误。

1. 2 超静定结构，结构分析的假设和要求

用力的平衡条件无法求得反力或内力的结构称为超静定结构。倘若杆件对结构的几何稳定不是必不可少的话，那么这些杆件便被认为是多余的。

在刚度法即位移法中，超静定次数是以节点自由度的数目表示的。节点的自由度等于节点可能承受的线位移及角位移的数目。这样，力可以由转角——位移关系求得。在惯用的柔度法即力法中，结构的超静定次数为赘余力的数目，除去赘余力后，超静定结构便转化为静定结构。在本文中涉及的力——位移法中，超静定次数却与赘余力的数目和节点的线位移的数目有关。

结构的自由度数通常不同于结构的超静定次数，例如，一固定端门式框架，自由度数只有三个。但是超静定数值却有五个，即四个弯矩和一个位移。

本书的大部分篇幅中，按照虎克定律的定义，假设结构为各向同性匀质的材料所组成，在力的作用下材料处于线弹性状态。除了风力和地震力的作用情况外，所有荷载假设为静荷载。同时还假设结构的位移是小的，结构分析以结构变形前的图形为根据。但在第九章和第十章中，这个限制就不再存在了。结构的线弹性反应的假设表明叠加原理是有效的。叠加原理的定义是：如果有两个或两个以上的影响因素同时作用于结构，那么这些影响因素所引起结构的应力和应变可以按照影响因素的任意顺序分别叠加求得。在运用叠加原理时，材料的线弹性反应和小变形的假设则是必要的。

就大多数结构来说，通常它们的位移确实是微小的。基于结构形状不改变的假设进行分析是可行的。但是对高层建筑而言，有时就不完全如此，尤其当结构的长细比很大时，大位移的影响可能就变得明显。

求解超静定结构必需的方程式，一般是根据给定的变形或转动条件推导出来的，这些条件称为变形协调条件或变形的相容性。当用虎克定律推导得出的每个杆件的荷载——变形特性为已知时，这些条件也就能得到。求解超静定结构问题的第二组必要条件是力的平衡条件。

关于结构分析的基本条件，即静力平衡条件，不论是静定结构还是超静定结构，不论是重力还是侧向力，或者是对于所有“次”效应，总是必须使用的。

所有的结构变形必须满足变形协调条件，这样才能够保证各杆件连接在一起并且保持与加载前形状相同的连续介质。无论由什么原因引起变形，只要结构未产生裂缝，这一点必定是正确的。静定结构自然满足这些条件，而对超静定结构来说，这个要求提供了另一组独立的条件。

弹性分析的最后要求，就是杆件的荷载——变形或应力——应变的特性必须把位移与外力联系起来。这在弹性范围内是简单的和唯一的，但在非弹性范围内，这种关系就变得复杂了，尤其是当必须考虑时间效应时。

平衡和变形协调是所选择的结构形状的基本特性，而荷载——变形关系同材料的性质则有密切关系。

高层框架总是高次超静定结构，在求解时总是要使用上述介绍的三组条件。而静定结构只需要平衡条件而其他二组条件是自然满足的。

对静定结构来说，力和弯矩的分布是随结构的跨度和荷载系而定，在杆件断面尺寸知道之前就能确定。而超静定结构，在进行力和位移分布的分析以前，杆件的断面尺寸必须全部假定。这是由于力和位移取决于弹性变形，而弹性变形又取决于杆件的断面尺寸和所用材料的性质。

因此，在求解超静定结构时，原则上整个结构的断面尺寸必须知道或予以假定，而后进行多次计算，校核整个应力和位移、重复调整杆件的断面尺寸。如果计算的断面与事先假定的断面相差很大，那么整个验算过程就得重新进行。此外，在研究高次超静定结构时，在给出最大许可应力后，虽然有可能使材料的浪费减少到最小程度，并使结构的应力或荷载的安全系数降低到最小值，但是要使所有杆件中的应力都得到充分的利用是难以办到的。

在初步运算中，所有的弯矩和力通常只是根据外力和内力的平衡条件而确定，而没有设法去满足变形协调条件，并且把每榀框架当作与结构其他部分分割开的单元体处理。另一方面，运用弹性理论建立通常只能用电子计算机才能解的大量的联立方程式以获得“精确”的结果。不过，即使这些方法也仍然是忽略了材料的非弹性变形，裂缝的形成，弹性模量 E 值随时间的变化，节点的非刚性联结，基础不均匀沉陷，蠕变和收缩，以及其他次效应。

由于这些困难，很多分析或者是以某些简化的假设为基础或者是按极限应力条件分析结构，以期在极限应力阶段，结构分析会变得更简单些。但是，由于简单的塑性理论的基本假定固有局限性，特别是根据未变形的结构建立平衡方程在荷载作用下结构只产生小位移，以及整个结构和各构件都没有失稳，所以，它还不能轻易地适用于高层框架的设计。当高层建筑处在极限应力状态时，这些基本假定就不再适用了。

在下文中，用力——位移法分析框架和剪力墙时，首先考虑重力和风力的“主”效应，而后再考虑“次”效应。

1. 3 框架在侧向力作用下的分析

在习惯沿用的超静定结构的柔度法分析中,未知量为力(包括弯矩)。术语“力——位移”法或“混合柔度”法是用以描述同时包括节点未知力和节点位移在内的计算过程。这个方法在高层框架、剪力墙以及其他相互连系结构的主效应分析和次效应分析中特别有用。

分析所依据的全部假设就是在所有的弹性分析中所采用的假设,这一点已在1.2节中讨论,不需要作进一步的限制。但是,由于在分析中考虑了蠕变、收缩、大位移、弹性失稳等因素,分析范围以后还将扩大。

在这一分析法中,符号规定与顺时针方向或弯矩图为上凸或下凹没有关系。符号规定遵循虚功原理,这样位移符号和力的符号相对应,也就是说两者的符号应该是一致的。如果弯矩的符号假设是正的,那么此时相应的位移符号也应该是正的。换句话说,如果弯矩的作用使原假想切口处呈闭合状态,则弯矩是正值,如果使切口处变形反而增大,则弯矩是负值。力的平衡条件的建立必须遵循假设的弯矩图形。如果解得的结果是负值,那就是说原假设弯矩作用的方向是错的,必须将原方向颠倒过来。必须注意没有其他习惯上所采用的符号规定在本方法中可以适用。

结构几何形状或荷载体系的任何不对称,不管是重力还是侧向力的不对称,包括经常由于建筑布置要求使底层建筑平面发生变化,都能在分析中考虑进去。结构中的对称构件也应在矩阵系数相应的对称项中反映出来。

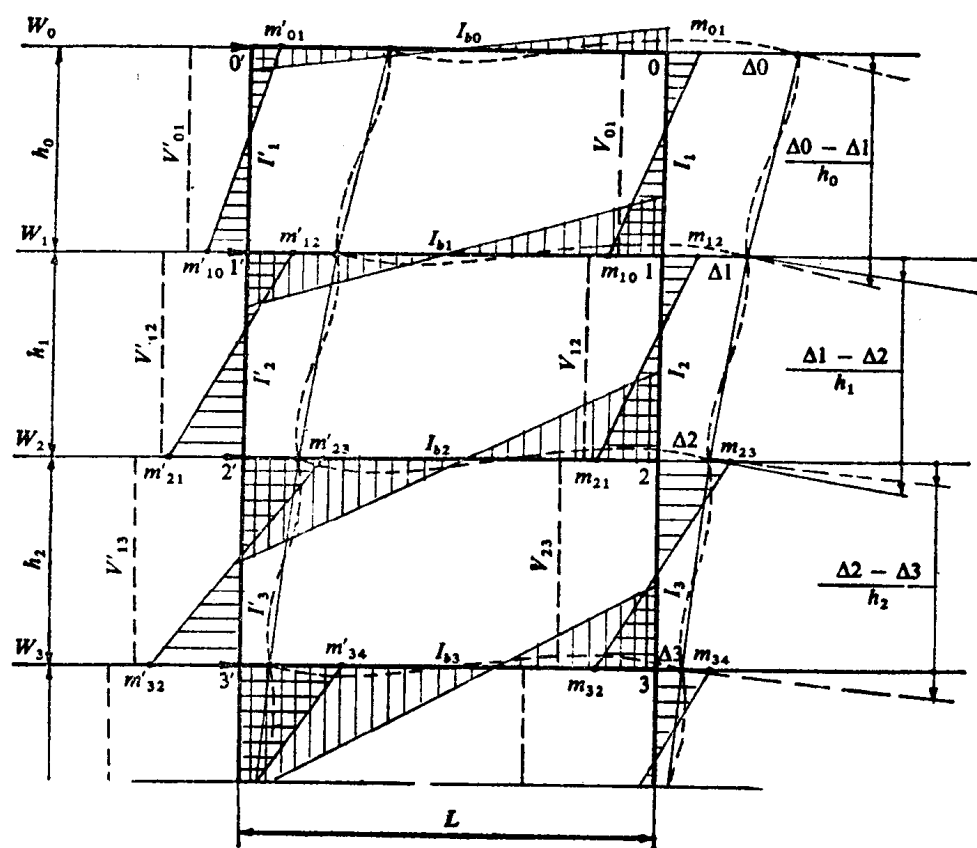


图1.1 框架的力——位移法分析

结构分析程序如下：首先假定结构在它平衡的位置上产生未知侧移量 Δ_0 、 Δ_1 、 Δ_2 等，如图1.1所示。弯矩的分布，在此阶段可假定为任何图形，但往后的分析也必须严格按照此假定进行。倘若假定的弯矩方向不正确，但接下去的分析是正确地进行，那么即使某些弯矩的符号需加以改变，或者位移的相对值可能不同于原先假定，可是由矩阵求得的最终结果仍然是正确的。

下一步，将结构的所有节点在它们的最终位置上放松，使所有超静定杆件变为静定杆件且应力为零（当力仅作用于节点上时）。在这个节点放松了的图形上，用符号标上在每个节点处相交的各杆件之间的不连续量，例如，在图1.1中，在节点编号1处，在梁1'—1和柱12之间的不连续值等于 $(\Delta_1 - \Delta_2)/h_1^*$ ，在柱12和柱10之间的不连续值等于 $(\Delta_0 - \Delta_1)/h_0^{**} - (\Delta_1 - \Delta_2)/h_1^*$ ，按同样的方法，可以求得所有其他节点处的不连续值。

第三步，如前面所假设的

那样再次施加超静定弯矩，该超静定弯矩值必须同时能使结构的各个节点恢复变形协调。

这即意味着在各节点处相连接的杆件的应变或变形必须协调，例如图1.2(a)、(b)

和(c)中，相连接的梁和柱子的变形曲线的正切在杆件两侧必须相等，同样，在图1.2

(d)中，两维单元体1可以自由变形，而单元体2和3在

一个方向被与单元体1相连接的共线所约束，单元体4的变

形完全由单元体1、2和3的变形来确定。换句话说，在线弹性结构中的所有杆件和在两维或三维结构中的所有单元体的变形都必须协调。因此，在各级荷载和位移下，应保证杆件能连接在一起而且没有间断。由于节点柔性连接、开裂、应力集中，以及在非弹性分析中，变形协调将有例外。这一些情况将在后面讨论。

在建立变形协调条件时需要了解每个杆件的应力和应变即荷载——位移的特性。独立的变形协调条件的数目取决于节点处相连接杆件的数目，例如，图1.2(a)有两根杆件，只需一个变形协调条件，图1.2(b)有三根杆件，如箭头所示可建立两个独立变形协调条件，而虚线箭头所表示的变形协调条件不是独立的，而是从前面所述的两个条件里自然地获得满足。同样，图1.2(c)有四根杆件相互连接，如图中箭头所示，可以任意选择三个独立条件，由虚线箭头表示的其他两个条件是自然满足的，并不形成独立条件。

参照图1.1，在水平面1—1'处的变形协调条件如下：

$$211'. \quad -m_{21} \cdot \frac{h_1}{6EI_2} + m_{12} \cdot \frac{h_1}{3EI_2} + (m_{10} + m_{12}) \frac{L}{3EI_{b1}} - (m'_{10} + m'_{12}) \cdot \frac{L}{6EI_{b1}} \\ = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{h_1}$$

* 注：原文笔误为 h_2 ——译者注

** 注：原文笔误为 h_1 ——译者注

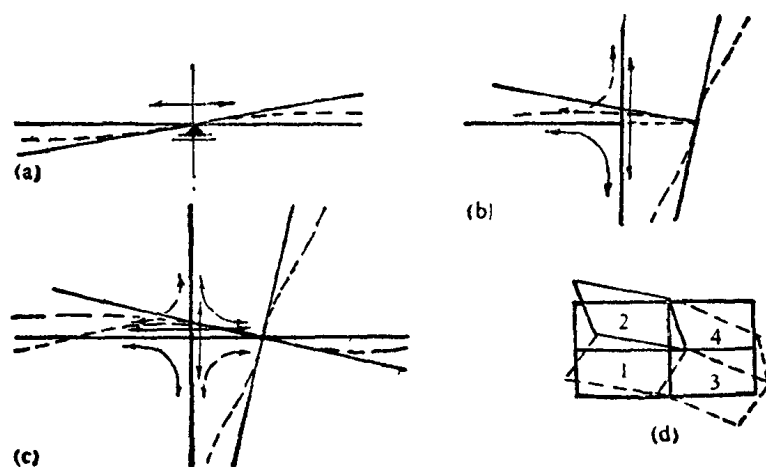


图1.2变形的协调

$$\begin{aligned}
2'1'1. \quad & -m'_{21} \cdot \frac{h_1}{6EI'_2} + m'_{12} \cdot \frac{h_1}{3EI'_2} + (m'_{10} + m'_{12}) \cdot \frac{L}{3EI_{b1}} - (m_{10} + m_{12}) \cdot \frac{L}{6EI_{b1}} \\
& = \frac{\Delta 1 - \Delta 2}{h_1} \\
012. \quad & -m_{01} \cdot \frac{h_0}{6EI_1} + m_{10} \cdot \frac{h_0}{3EI_1} - m_{12} \frac{h_1}{3EI_2} + m_{21} \frac{h_1}{6EI_2} \\
& = \frac{\Delta 0 - \Delta 1}{h_0} - \frac{\Delta 1 - \Delta 2}{h_1} \\
01'2' \quad & -m'_{01} \frac{h_0}{6EI'_1} + m'_{10} \frac{h_0}{3EI'_1} - m'_{12} \frac{h_1}{3EI'_2} + m'_{21} \frac{h_1}{6EI'_2} \\
& = \frac{\Delta 0 - \Delta 1}{h_0} - \frac{\Delta 1 - \Delta 2}{h_1}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

结构必须满足的第二组条件是力的平衡条件，该条件意味着所有杆件（和整个结构）在外力作用下必须处于平衡状态。这些条件可以用下面两种方法表示：(a)，在节点处，所有内剪力的和必须等于作用于该节点的外力；或(b)，在柱子的任一断面处，所有柱中的剪力之和必须等于该断面以上的全部作用力的和，例如，在水平面 1—1' 处，我们可建立如下平衡条件：

$$\text{平衡条件 } 1-1' : \left[\frac{m_{12} + m_{21}}{h_1} - \frac{m_{01} + m_{10}}{h_0} \right] + \left[\frac{m'_{12} + m'_{21}}{h_1} - \frac{m'_{01} + m'_{10}}{h_0} \right] = W_1 \tag{1.2}$$

或以下列形式：

$$\text{平衡条件 } 1-2 : \frac{m_{12} + m_{21}}{h_1} + \frac{m'_{12} + m'_{21}}{h_1} = V_{12} + V'_{12}$$

当未知超静定次数少时（三个或四个），可以得到闭合解。但是，对于布置复杂的框架来说，具有许多未知数，就必须采用数值分析。

在研究相互连系的剪力墙时，便产生了弯曲、剪切和轴向变形分别在何种程度上影响该体系工作状况的问题。虽然用解析的形式去研究这一问题是困难的，但是许多分析和对结构模型的实测，还是获得了一些结果。分析和试验表明，剪切变形对细长框架的影响是非常小的，而轴向变形，受压杆件的刚度降低，以及弹性失稳却可能成为重要的因素。

另一方面，如果杆件的高宽比小，如剪力墙，应该考虑剪切变形，此时轴向变形的影响变小。

重要的是应该注意到，整个高宽比是两种作用的判别标准，这里高宽比不是指每层楼层的高度和杆件宽度的比值。

下面通过实例来说明分析方法，并讨论结果的含意。

例题 1.1

图 1.3 为一门式框架，在框架节点 0 处作用一侧向力 W ，在节点 0、0'、1 和 1' 处可建立以下四个协调条件，另外还可以建立一个平衡条件。公式如下：（左列符号是用来区别协调和平衡条件的）

$$\begin{aligned}
0. \quad & m_{01} \cdot \left(\frac{L}{3EI_b} + \frac{h}{3EI_1} \right) - m_{10} \cdot \frac{h}{6EI_1} - m'_{01} \cdot \frac{L}{6EI_b} = \frac{\Delta_0}{h} \\
0'. \quad & -m_{01} \cdot \frac{L}{6EI_b} + m'_{01} \cdot \left(\frac{L}{3EI_1} + \frac{h}{3EI_2} \right) - m'_{10} \cdot \frac{h}{6EI_2} = \frac{\Delta_0}{h}
\end{aligned}$$