大學叢書

理論力學綱要

孟特爾 著

嚴濟慈 李曉舫 譯

商務印書館發行

大學叢書

理論力學綱要

孟特爾著
嚴濟慈
李曉舫譯

中華教育文化基金董事會
編譯委員會編輯

商務印書館發行

序　言

算學之系統首爲計算之科學,植基於數之概念,而其他之概念屬之。其次加入空間之概念,而有幾何學。集點成線,集線成面,至於點線之運動與時間之關係,則未嘗討論。若更加入時間之概念,便得一較繁之科學,卽所謂動學是。故動學乃討論運動之幾何學的性質與時間之關係,至於運動之物理的原因,亦未嘗論也。若並此而論之,卽力學之事也。物理現象之根本原因不可知,科學家據果測因,謂使運動發生之原因曰力。故力學之目的在解釋下列之二問題:

1° 以某力加於物體上而求其運動,

2° 已知物體之運動,而求施於其上之力。

本書據此程序,分爲四篇,卽動學,點之動力學,靜力學與固體動力學,更於起始附以有向量之研究,以爲本書之導論焉。

凡　例

1° 本書根據巴黎大學教授孟特爾先生(M. Paul Montel)理論力學綱要講義(Eléments de Mécanique)編譯而成

2° 本書可供大學數,理二系,與工學院學生已習初等微積分學者之用;或以之自修,或採作教本,皆甚適宜。

3° 本書譯名關於算學者採通用之名詞,關於物理學者照物理學名詞,期收名詞統一之效。書末更附有法,英,中名詞索引,俾便檢查。

4° 本書僅為初學而作,與本書程度相銜接者尚有一卷,名高等理論力學,以供學者進級研究之用。

5° 編者謹請讀者將本書之缺欠或錯誤之處見示,俾於再版時更正,幸甚。

目　　錄

導言　有向量與有向量之系

第一篇　動學

第一章　通論

第二章　點之動學——速度

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第二篇　點之動力學

第一章　通論

第二章　力學之方程式

第五章　不自由之質點的平衡與運動

第三篇　靜力學

第一章　平衡之必須的條件

第二章　固體之平衡

第三章 施於固體上之相等的力系

第四章 平行力與重心

第五章 不自由的固體之平衡

第四篇 系之動力學

第一章 普通方程式

第二章 固體繞軸之運動

第三章 碰撞與打擊

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

附 錄

力學之單位

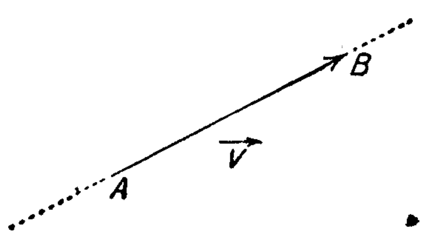
理論力學綱要

導　言

有向量與有向量之系

1. 有向量　於直線上取一段,兩端爲 A,B 二點所限,幷在此線上選一進行之方向,自 A 至 B,A 爲**原點**(origine) B 爲**終點**(extrémité),此線段稱曰有向量(vecteur)。(圖 1)

故定有向量之元有四;1° **原點** A; 2° **方位**(direction)卽負此有向量之直線的方位; 3° **方向** (sens) 卽此直線上一動點由 A 至 B 移動之方向; 4° 量卽 AB 之距離。



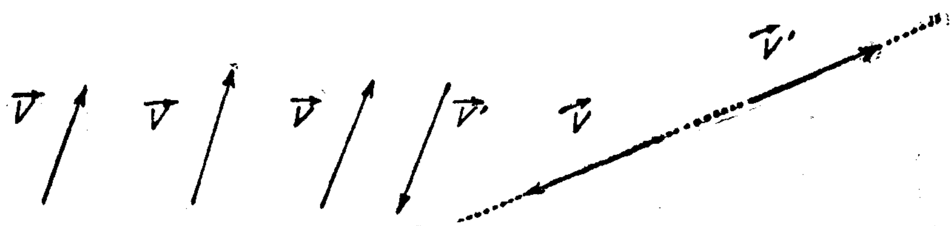
(圖 1)

吾人以 $\overrightarrow{V}$ 或 $\overrightarrow{AB}$ 表有向量,至其量則以 V 或 AB 表之。又 $\overrightarrow{kV}$ (k 爲一正數或負數) 表示與 $\overrightarrow{V}$ 同方位之有向量,而其量爲 $|k|$V。若 k 爲正,則方向與 $\overrightarrow{V}$ 之方向相同,而其量等於 kV。若 k 爲負,則其方向與 $\overrightarrow{V}$ 之方向相反,而其量爲 $-k$V。例如對於 A 點與 AB 對稱之有向量以 $-\overrightarrow{V}$ 表之。

若二有向量之差異僅屬原點一項，可以平移 (translation)，而使兩者完全重合，則此二有向量稱爲相等 (équipollents)。

若二有向量之差異僅屬原點與方向，則二有向量 $\vec{V}$ 與 $\vec{V}'$ (圖 2) 稱曰相反 (opposés) 在此情形 $\vec{V}'$ 等於 $-\vec{V}$，$\vec{V}$ 等於 $-\vec{V}'$。

若二有向量相反而同在一直線上，則此二有向量稱爲**直接相反** (directement opposés)。(圖 2)

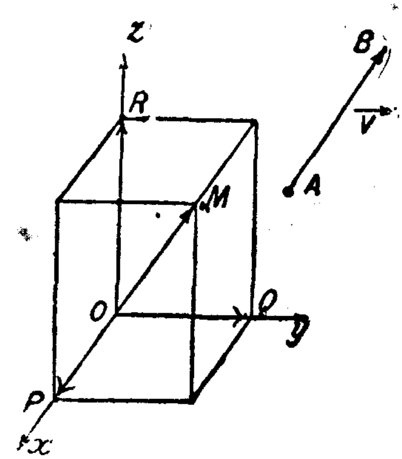


(圖 2)

2. 有向量之分析的表示法——分有向量 (composantes)
設 $Oxyz$ 爲三坐標軸。有向量 $\vec{V}$ 在 Ox, Oy, Oz 之射影以 X, Y, Z 表之。此三數對於所有之相等的有向量 $\vec{V}$ 皆同。從原點 O 引一有向量 $\overrightarrow{OM}$ (圖 3) 與 $\vec{V}$ 相等。作一直六面體，其各棱與坐標軸平行，而 $\overrightarrow{OM}$ 爲其一對角線。於是有

$$\overline{OP}=X \qquad \overline{OQ}=Y \qquad \overline{OR}=Z。$$

X, Y, Z 三數乃 M 點之坐標。



(圖 3)

本書中，除特別聲明外，皆以坐標

軸爲正交的,六面體爲正六面體,其底爲矩形,故有

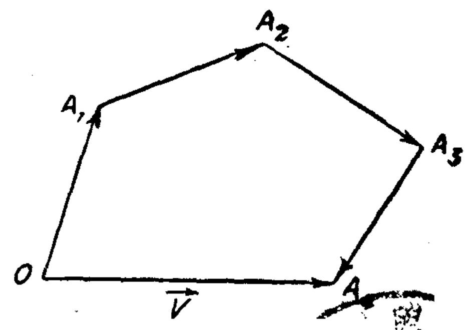
$$\overline{OM}^2=V^2=X^2+Y^2+Z^2。$$

若已知一有向量 $\overrightarrow{AB}$ 之原點 A, 及其在三坐標軸上之射影 (projections), 或**分有向量** (composantes) X Y Z 時, 則此有向量完全規定。但 A 點可以其三坐標 x, y, z 定之, 故有向量 $\overrightarrow{AB}$ 爲

$$x, y, z; X, Y, Z,$$

六數所規定。

3. 幾何和與差　設有數個有向量 $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \vec{V}_4$; (圖 4) 由空間任一點 O 作 $\overrightarrow{OA_1}$ 等於 $\vec{V}_1$, 又 $\overrightarrow{A_1A_2}$ 等於 $\vec{V}_2$, $\overrightarrow{A_2A_3}$ 等於 $\vec{V}_3$, $\overrightarrow{A_3A_4}$ 等於 $\vec{V}_4$。有向量 $\overrightarrow{OA_4}$ 稱爲 $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \vec{V}_4$ 四有向量之**幾何和** (somme géométrique)。凡有向量 $\vec{V}$ 等於 $\overrightarrow{OA_4}$ 者皆爲此四有向量之和。



(圖 4)

常記爲:

$$\vec{V}=\vec{V}_1+\vec{V}_2+\vec{V}_3+\vec{V}_4。$$

設另由他一點 O′ 出發,以同上之法作圖,最後得一有向量 $\vec{V}'$ 與 $\vec{V}$ 相等,因第二圖可由第一圖依 OO′ 平移而得之也。

設 $\vec{V}$ 之分有向量爲 X, Y, Z; $\vec{V}_1$ 之分有向量爲 X_1, Y_1, Z_1, $\vec{V}_2$ 之分有向量爲 X_2 Y_2, Z_2 等。使周界 $OA_1A_2A_3A_4$, 封閉之邊

OA_4 投射於三坐標軸上,則有:

$$X=X_1+X_2+X_3+X_4=\Sigma X_i,$$

$$Y=Y_1+Y_2+Y_3+Y_4=\Sigma Y_i,$$

$$Z=Z_1+Z_2+Z_3+Z_4=\Sigma Z_i,$$

ΣX_i 符號乃諸數之和之簡寫。

〔定理 I〕 更換諸有向量相加之次序,其幾何和不變。

蓋更換有向量之次序,即更換組成 X, Y, Z, 三和內諸項之次序,此等和數不因此更換而異,故 $\overrightarrow{V}$ 不變。

〔定理 II〕 以數有向量之幾何和代此數有向量,而與他有向量相加,則總幾何和不變。

例如以 $\overrightarrow{V}_2$ 及 $\overrightarrow{V}_4$ 之幾何和代表 $\overrightarrow{V}_2$ 與 $\overrightarrow{V}_4$, 此幾何和之分有向量為 (X_2+X_4), (Y_2+Y_4), (Z_2+Z_4), 是在組成 X, Y, Z 諸項內以二項之和代二項,總和仍不變,故 $\overrightarrow{V}$ 亦不變。

總之幾何和仍遵守算術和或代數和之二定理(變換定理與組合定理)。

注意 I 由圖 2 可見 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$ 三有向量之幾何和為六面體之對角線 $\overrightarrow{OM}$, 故可寫為:

$$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR}$$

或

$$\overrightarrow{V}=\overrightarrow{X}+\overrightarrow{Y}+\overrightarrow{Z}$$

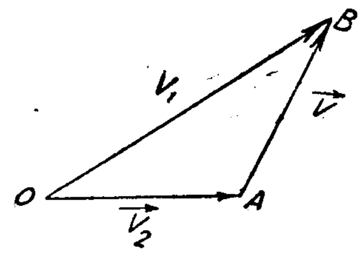
反之若已知一有向量 $\overrightarrow{OM}$, 由六面體之作法,得分解其為隨 Ox, Oy, Oz, 三方向之三有向量之和。

注意 II 有向量 $\overrightarrow{OB}$ 乃 $\overrightarrow{OA}$ 及 $\overrightarrow{AB}$ 之幾何和,故 $\overrightarrow{AB}$ 之末

端 B 之坐標爲

$$x+X,\ y+Y,\ z+Z$$

(圖 5)



(圖 5)

設二有向量 $\vec{V}_1$ 及 $\vec{V}_2$ 其差 (différence) 爲 $\vec{V}$，則依定義 $\vec{V}$ 與 $\vec{V}_2$ 之幾何和爲 $\vec{V}_1$。以式表之:

$$\vec{V}_1=\vec{V}_2+\vec{V},$$

即

$$\vec{V}=\vec{V}_1-\vec{V}_2,$$

據圖 5 可見此有向量 $\vec{V}$ 係以第一有向量 $\vec{V}_1$ 之終點爲終點，第二有向量 $\vec{V}_2$ 之終點爲原點。

設一有向量其原點爲 A (x, y, z)，終點爲 B (x', y', z')，則此有向量 $\overrightarrow{AB}$ 爲 $\overrightarrow{OB}$ 與 $\overrightarrow{OA}$ 二有向量之差，(O 乃坐標軸之原點) 故 $\overrightarrow{AB}$ 之分有向量爲:

$$x'-x,\quad y'-y,\quad z'-z,$$

4. 有向積(produit vectoriel)　設有二有向量 $\vec{V}_1$ 及 $\vec{V}_2$，$\vec{V}_1$ 被 $\vec{V}_2$ 所乘之有向積爲一有向量 $\vec{V}$，其定義如下。

由任一點 O' 作 $\overrightarrow{O'A_1}$ 等於 $\vec{V}_1$，$\overrightarrow{O'A_2}$ 等於 $\vec{V}_2$，(圖 6) 所求之積 $\overrightarrow{OA}$ 之量爲一數，等於以 $O'A_1$ 與 $O'A_2$ 爲二邊所作之平行四邊形之面積；其位置係垂直於 $A_1O'A_2$ 平面；至其方向之規定如下：對於足立在 O'，頭在 A 點之觀察者 $\overrightarrow{O'A_1}$ 掃過平行四邊形而至 $\overrightarrow{O'A_2}$ 之一轉動，應與下列之轉動同向，即對同一觀察者，足立在 O，頭在 z，Ox 轉過小於 $180°$ 之角而至 Oy。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com