知识要点 · 典型范例 · 难题巧解 · 综合能力检测

数学黑马 · SHUXUEHEIMA · 数学黑马 · SHUXUEHEIMA

華夏 数学黑马

主　　编：中国科学教育论坛副总编辑　张谦亨

执行主编：孔　勇　孔庆河　张秋菊　王　多

初二几何

huaxiashuxueheima

華夏出版社

前言

这套丛书是根据最新教学大纲和现代行的人教版、苏教版、沪教版等十几种的教材及考试说明，根据素质教育的需要，并结合初中生的实际，由专家和经验丰富的教师编写而成。这套丛书力求减轻学生的课业负担，注重能力培养，注重与现实生活的联系，为学生掌握知识，提高能力创造条件。

这套丛书有以下特点：

1. 依据教学大纲，但不拘泥于课本，根据教学的需要而又有利于知识的连续性、整体性，对某些节次进行了合并。

2. 例题典型，具有示范作用，每道例题都有详细的解答，更侧重于思路与方法。

3. 每一节、每一章备有测试题，以便读者及时检查与矫正。

本套丛书每一部分又设置了以下几个栏目：

知识要点 扼要介绍本节的主要内容，基本技能以及学习应注意的问题。

典型范例 精心组织习题，并且力求每道例题都具有代表性，并且前有分析，后面有说明，帮助读者掌握重点，突破难点，把握思路，熟悉考点。

难题巧解 关键在“巧”字上，使学生在注重通性通法的同时，还要多思、反思，找到更简捷的解法，开阔解题视野，提高能力。

综合能力检测 这一部分又分为基本训练题和发散思维训练题，这样设置为不同层次学生的发展提供了发展的空间，也为教师提供了备课材料。

在本套丛书的编写过程中，得到了广大初中教师和一些读者的支持和帮助，在此表示衷心的感谢，但由于时间有限，缺点错误在所难免，恳请广大读者和同仁提出宝贵意见。

编　者

2003.6 于北师大

目　录

第三章　三角形 …… (1)
1. 三角形 …… (1)
§3.1 关于三角形的一些概念 …… (1)
知识要点 …… (1)
典型范例 …… (2)
难题巧解 …… (3)
综合能力检测 …… (3)
§3.2 三角形三条边的关系 …… (4)
知识要点 …… (4)
典型范例 …… (5)
难题巧解 …… (6)
综合能力检测 …… (7)
§3.3 三角形内角和 …… (9)
知识要点 …… (9)
典型范例 …… (10)
难题巧解 …… (12)
综合能力检测 …… (12)
2. 全等三角形 …… (14)
§3.4 全等三角形 …… (14)
知识要点 …… (14)
典型范例 …… (15)
难题巧解 …… (16)
综合能力检测 …… (16)
§3.5 三角形全等的判定(一) …… (18)
知识要点 …… (18)
典型范例 …… (19)

难题巧解 …………………………………………………… (21)
综合能力检测 ………………………………………………… (21)
§3.6 三角形全等的判定(二) ………………………………… (24)
知识要点 …………………………………………………… (24)
典型范例 …………………………………………………… (25)
难题巧解 …………………………………………………… (27)
综合能力检测 ………………………………………………… (28)
§3.7 三角形全等的判定(三) ………………………………… (31)
知识要点 …………………………………………………… (31)
典型范例 …………………………………………………… (32)
难题巧解 …………………………………………………… (34)
综合能力检测 ………………………………………………… (35)
§3.8 直角三角形全等的判定 ………………………………… (37)
知识要点 …………………………………………………… (37)
典型范例 …………………………………………………… (38)
难题巧解 …………………………………………………… (40)
综合能力检测 ………………………………………………… (41)
§3.9 角的平分线 ……………………………………………… (43)
知识要点 …………………………………………………… (43)
典型范例 …………………………………………………… (44)
难题巧解 …………………………………………………… (46)
综合能力检测 ………………………………………………… (47)
3. 尺规作图 ……………………………………………………… (49)
§3.10 基本作图 ……………………………………………… (49)
知识要点 …………………………………………………… (49)
典型范例 …………………………………………………… (49)
难题巧解 …………………………………………………… (50)
综合能力检测 ………………………………………………… (50)
§3.11 作图举例 ……………………………………………… (52)
知识要点 …………………………………………………… (52)
典型范例 …………………………………………………… (52)
难题巧解 …………………………………………………… (54)
综合能力检测 ………………………………………………… (54)
4. 等腰三角形 …………………………………………………… (56)

§3.12 等腰三角形的性质 …………………………………………… (56)
知识要点 …………………………………………………………… (56)
典型范例 …………………………………………………………… (57)
难题巧解 …………………………………………………………… (58)
综合能力检测 ……………………………………………………… (58)
§3.13 等腰三角形的判定 …………………………………………… (61)
知识要点 …………………………………………………………… (61)
典型范例 …………………………………………………………… (61)
难题巧解 …………………………………………………………… (63)
综合能力检测 ……………………………………………………… (63)
§3.14 线段的垂直平分线 …………………………………………… (66)
知识要点 …………………………………………………………… (66)
典型范例 …………………………………………………………… (66)
难题巧解 …………………………………………………………… (68)
综合能力检测 ……………………………………………………… (68)
§3.15 轴对称和轴对称图形 ………………………………………… (71)
知识要点 …………………………………………………………… (71)
典型范例 …………………………………………………………… (71)
难题巧解 …………………………………………………………… (72)
综合能力检测 ……………………………………………………… (73)
5. 勾股定理 …………………………………………………………… (76)
§3.16 勾股定理 ……………………………………………………… (76)
知识要点 …………………………………………………………… (76)
典型范例 …………………………………………………………… (76)
难题巧解 …………………………………………………………… (78)
综合能力检测 ……………………………………………………… (78)
§3.17 勾股定理的逆定理 …………………………………………… (80)
知识要点 …………………………………………………………… (80)
典型范例 …………………………………………………………… (81)
难题巧解 …………………………………………………………… (83)
综合能力检测 ……………………………………………………… (83)
6. 小结与复习 ………………………………………………………… (85)
知识结构 …………………………………………………………… (85)
思想方法 …………………………………………………………… (86)

注意事项 …… (86)
典型范例 …… (86)
7. **综合检测** …… (88)
第四章　四边形 …… (93)
1. **四边形** …… (93)
§4.1 四边形 …… (93)
知识要点 …… (93)
典型范例 …… (93)
难题巧解 …… (95)
综合能力检测 …… (96)
§4.2. 多边形的内角和 …… (97)
知识要点 …… (97)
典型范例 …… (98)
难题巧解 …… (99)
综合能力检测 …… (100)
2. **平行四边形** …… (101)
§4.3 平行四边形及其性质 …… (101)
知识要点 …… (101)
典型范例 …… (102)
难题巧解 …… (103)
综合能力检测 …… (104)
§4.4 平行四边形的判定 …… (105)
知识要点 …… (105)
典型范例 …… (106)
难题巧解 …… (107)
综合能力检测 …… (108)
§4.5 矩形、菱形 …… (110)
知识要点 …… (110)
典型范例 …… (110)
难题巧解 …… (112)
综合能力检测 …… (113)
§4.6 正方形 …… (115)
知识要点 …… (115)
典型范例 …… (116)

难题巧解 …… (117)
综合能力检测 …… (118)
§4.7 中心对称和中心对称图形 …… (120)
知识要点 …… (120)
典型范例 …… (121)
难题巧解 …… (122)
综合能力检测 …… (123)
3. **梯形** …… (124)
§4.8 梯形 …… (124)
知识要点 …… (124)
典型范例 …… (125)
难题巧解 …… (126)
综合能力检测 …… (127)
§4.9 平行线等分线段定理 …… (129)
知识要点 …… (129)
典型范例 …… (130)
难题巧解 …… (131)
综合能力检测 …… (132)
§4.10 三角形、梯形的中位线 …… (134)
知识要点 …… (134)
典型范例 …… (134)
难题巧解 …… (136)
综合能力检测 …… (137)
4. **小结与复习** …… (139)
知识结构 …… (139)
思想方法 …… (139)
注意事项 …… (140)
典型范例 …… (140)
5. **综合检测** …… (142)
第五章　相似形 …… (147)
1. **比例线段** …… (147)
§5.1 比例线段 …… (147)
知识要点 …… (147)
典型范例 …… (148)

难题巧解 …………………………………………………… (149)
综合能力检测 ………………………………………………… (150)
§5.2 平行线分线段成比例定理 …………………………………… (151)
知识要点 …………………………………………………… (151)
典型范例 …………………………………………………… (152)
难题巧解 …………………………………………………… (154)
综合能力检测 ………………………………………………… (154)
2. 相似三角形 ………………………………………………………… (157)
§5.3 相似三角形 …………………………………………………… (157)
知识要点 …………………………………………………… (157)
典型范例 …………………………………………………… (158)
难题巧解 …………………………………………………… (160)
综合能力检测 ………………………………………………… (160)
§5.4 三角形相似的判定 …………………………………………… (162)
知识要点 …………………………………………………… (162)
典型范例 …………………………………………………… (163)
难题巧解 …………………………………………………… (164)
综合能力检测 ………………………………………………… (165)
§5.5 相似三角形的性质 …………………………………………… (168)
知识要点 …………………………………………………… (168)
典型范例 …………………………………………………… (169)
难题巧解 …………………………………………………… (170)
综合能力检测 ………………………………………………… (171)
§5.6 相似多边形 …………………………………………………… (173)
知识要点 …………………………………………………… (173)
典型范例 …………………………………………………… (173)
难题巧解 …………………………………………………… (175)
综合能力检测 ………………………………………………… (175)
3. 小结与复习 ………………………………………………………… (178)
知识结构 ……………………………………………………… (178)
思想方法 ……………………………………………………… (178)
注意事项 ……………………………………………………… (179)
典型范例 ……………………………………………………… (179)
4. 综合检测 …………………………………………………………… (182)

第三章　三角形

1 三角形

§3.1 关于三角形的一些概念

知识要点

1. 三角形概念

（1）三角形的概念：由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形. 组成三角形的线段叫做三角形的边，相邻两边的公共端点叫做三角形的顶点，相邻两边所组成的角叫做三角形的内角（简称三角形的角）.

（2）三角形的特征：①三条线段；②不在同一条直线上；③首尾顺次相接.

（3）三角形的符号

“三角形”可以用符号“△”表示，顶点是 A、B、C 的三角形，记作“$\triangle ABC$”，读作“三角形 ABC”.

2. 三角形的角平分线

（1）三角形的角平分线定义：三角形一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

（2）如图 3－1－1，如果 AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，那么有 $\angle DAB = \angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC$ 或 $\angle BAC = 2\angle DAB = 2\angle DAC$，反过来也成立.

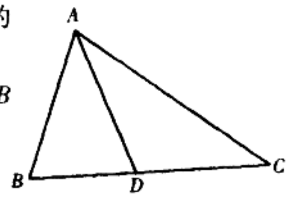


图 3－1－1

3. 三角形的中线

（1）定义：在三角形中，连结一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.

（2）中线的叙述法：

AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，也可以叙述如下：

①AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线；

②点 D 是 BC 边的中点；

③$BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

4. 三角形的高

(1)定义:从三角形一个顶点向它的对边画垂线,顶点和垂足间的线段叫做三角形的高线(简称三角形的高).

(2)高线叙述法:

AD 是$\triangle ABC$ 的高,也可以叙述如下:

①AD 是$\triangle ABC$ 的 BC 边上的高;②$AD\perp BC$,垂足为 D;③D 在 BC 边上,且$\angle BDA=\angle CDA=90°$.

典型范例

例1　找出图 3－1－2 中所有的三角形.

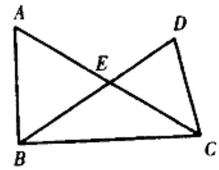


图 3－1－2

分析:根据三角形的定义,当三条线段不在同一直线上且首尾顺次相接时,就构成一个三角形.

解:图中的三角形共有 5 个,它们分别是$\triangle ABC$、$\triangle DBC$、$\triangle DEC$、$\triangle ABE$、$\triangle EBC$.

说明:本题中线段 AE、EC、AC 在同一直线上,不符合三角形的定义,不能构成三角形.

例2　如图 3－1－3,$\triangle ABC$ 中,$BE\perp AC$ 于 E,D 是 AC 上一点,问 BE 是哪些三角形的高?

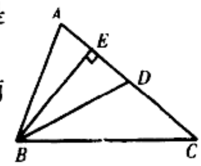


图 3－1－3

分析:根据三角形的高的定义,看 BE 是哪些边的垂线,点 B 与这边的两个端点字母构成一个三角形.

解:BE 是 6 个三角形的高,它们分别是$\triangle ABC$、$\triangle ABE$、$\triangle ABD$、$\triangle DBC$、$\triangle DBE$、$\triangle EBC$.

说明:认真观察图形,除顶点 B 外看 BE 与哪些线段垂直,与其垂直的线段的两个端点为这个三角形的另两个顶点.

例3　如图 3－1－4,已知 AD、AE 分别为$\triangle ABC$ 的中线、高线,且 $AB=5$ cm, $AC=3$cm,则$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 的周长之差为__________,$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 的面积的关系为__________.

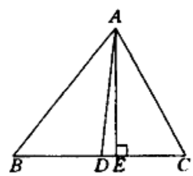


图 3－1－4

分析:(1)$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 的周长之差$=(AB+BD+AD)-(AD+CD+AC)$,而 $BD=CD$,所以上式$=AB-AC=5-3=2$ (cm).

(2)$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AE$,$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}CD\cdot AE$,

而 $BD=CD$, 所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}$.

解: 2 cm, 相等.

说明:等底同高的两个三角形面积相等.

难题巧解

例 4　指出图 3－1－5 中共有几个三角形，并用符号写出来.

解：图中共有 8 个三角形，它们是 $\triangle AOB$、$\triangle BOC$、$\triangle COD$、$\triangle DOA$、$\triangle ABD$、$\triangle BCD$、$\triangle ABC$、$\triangle DAC$.

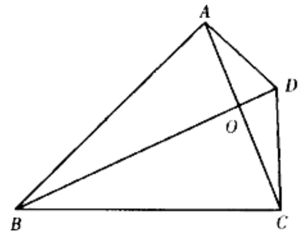


图 3－1－5

综合能力检测

基本训练题

一、选择题

1. 三角形的高是　　　　　　（　）

A. 直线　　B. 射线　　C. 线段　　D. 不确定

2. 三角形三条高的位置为　　　　　　（　）

A. 都在三角形内

B. 都在三角形外

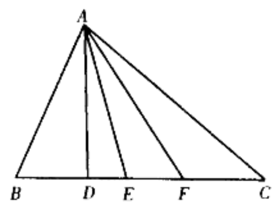
C. 可能在三角形内，也可能在三角形边上，也可能在三角形外

D. 可能在三角形内，也可能在三角形边上，不可能在三角形外

二、填空题

3. 任意一个三角形都有__________条角平分线；有__________条中线；有__________条高.

4. 如图：



4题图

(1) 在 $\triangle ABE$ 中，$\angle B$ 的对边是__________；

(2) 在 $\triangle ABD$ 中，AD 的对角是__________；

(3) 在 $\triangle AEC$ 中，与 $\angle ACE$ 不相邻的外角是__________；

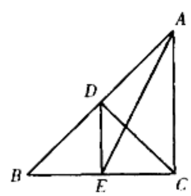
(4) 在 $\triangle ADF$ 中，与 $\angle AFC$ 不相邻的内角有__________个，分别是__________、__________.

5. 如图，AC 为 BC 的垂线，CD 为 AB 的垂线，DE 为 BC 的垂线，D、E 分别在三角形 ABC 的 AB 和 BC 边上，则下列说法中：

①$\triangle ABC$ 中，AC 是 BC 边上的高　②$\triangle BCD$ 中，DE 是 BC 边上的高

③$\triangle ABE$ 中，DE 是 BE 边上的高　④$\triangle ACD$ 中，AD 是 CD 边上的高

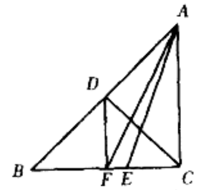
其中正确的为__________.（请填上你认为正确的序号）



5 题图

三、解答题

6. 如图，CD 是 $\triangle ABC$ 的高线，AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，AF 是 $\triangle ABC$ 的中线，写出图中相等的线段和相等的角.



6 题图

综合能力检测

发散思维训练题

7. 叙述三角形的高与三角形的位置关系.

8. 在三角形内(不在边上)有 3 个点，连同原三角形的三个顶点，共有 6 个点，以这 6 个点为顶点作出所有不重叠的三角形，如果这 6 个点没有三点共线，所作出的三角形的个数为 n_0；如果 6 个点中共有三点共线(但无四点共线)，所作出的三角形的个数为 n_1；如果这 6 个点中有四点共线，所作的三角形的个数为 n_2. 那么(　　)

A. $n_0 = n_1 = n_2$　　B. $n_0 > n_1 > n_2$　　C. $n_0 > n_1 \geqslant n_2$　　D. $n_0 \geqslant n_1 > n_2$

参考答案

基本训练题

1. C　2. C　3. 三，三，三　4. (1)AE，(2)$\angle B$，(3)$\angle AEB$，(4)两，$\angle ADF$，$\angle DAF$

5. ①②④　6. $BF = FC$，$\angle BAE = \angle CAE$，$\angle ADC = \angle BDC$.

发散思维训练题

7. 略　8. B

§3.2 三角形三条边的关系

知识要点

1. 三角形按边分类：

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{不等边三角形}\\ \text{等腰三角形}\begin{cases}\text{底边和腰不相等的等腰三角形}\\ \text{等边三角形}\end{cases}\end{cases}$$

(1)几个概念：

①不等边三角形:三边都不相等的三角形叫做不等边三角形.

②等腰三角形:有两条边相等的三角形叫做等腰三角形,其中相等的两边都叫做腰,另外一边叫做底边,两腰的夹角叫做顶角,底边和腰的夹角叫做底角.

③等边三角形:三边都相等的三角形叫做等边三角形.

2. 三角形三边关系定理及推论

(1)定理:三角形两边的和大于第三边.

(2)推论:三角形两边的差小于第三边.

(3)定理的证明是利用"连结两点的线中,线段最短"得出的,这里的"两边"指的是三角形的任意两边.

典型范例

例1 下列各组长度的线段能组成三角形的是(　　).

A. 5、20、30　　B. 10、15、25　　C. 20、20、40　　D. 10、20、25

解:应选 D.

说明:在利用三角形三边关系定理验证三条线段能否构成三角形时,可选取两条最短的线段,看它们的和是否大于第三条线段,而不必把任意两边之和都验证.

例2 两根木棒的长分别是 3cm 和 5cm,要选择第三根木棒,将它们钉成一个三角形,若第三根木棒的长为偶数,则第三根木棒的长是________.

分析:设第三根木棒的长为 x cm,依题意得 $5-3<x<5+3$,即 $2<x<8$,因为 x 取偶数,所以 x 取 4,6,所以应填 4cm 或 6cm.

解:应填 4cm 或 6cm.

说明:由三角形三边关系定理及推论可以得到:三角形任意一边的取值范围是小于其他两边之和而大于其他两边之差,本题中还必须是偶数,故应在确定的取值范围之内选取.

例3 如图 3－2－1,等腰△ABC 中,$AB=AC$,一腰上的中线 BD 将这个等腰三角形的周长分成 15 和 6 两部分,求这个三角形的腰长及底边长.

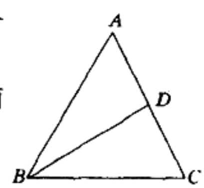


图 3－2－1

分析:由题意可知,中线 BD 将△ABC 的周长分成 $AB+AD$ 和 $BC+CD$ 两部分,故有两种可能.

(1)$\begin{cases}AB+AD=15\\BC+CD=6\end{cases}$,(2)$\begin{cases}AB+AD=6\\BC+CD=15\end{cases}$,再由 $AB=AC=2AD=2CD$ 知(1)式成立,(2)式不成立.

解:设 $AB=AC=2x$,则 $AD=CD=x$.

(1)当 $AB+AD=15$,$BC+CD=6$ 时,有 $2x+x=15$.

$\therefore\ x=5, 2x=10.$

$\therefore\ AB=AC=10, BC=6-5=1.$

(2)当 $BC+CD=15, AB+AD=6$ 时,有 $2x+x=6$,

$\therefore\ x=2,\ 2x=4.$

$\therefore\ BC=13.$

$\because\ 4+4<13$,

∴不能组成三角形.

答:三角形的腰长为10,底边长为1.

说明:涉及等腰三角形的边的问题时,常要分情况进行讨论.

例4　如图3-2-2,O 为 $\triangle ABC$ 内一点,求证:(1) $OB+OC<AB+AC$;(2) $OA+OB+OC<AB+AC+BC$.

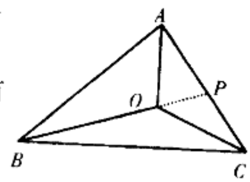


图3-2-2

分析:证明线段的不等关系,要考虑利用三角形三边关系定理,把有关的线段放在同一个三角形中,必要时可添加辅助线构造三角形.

证明:(1)延长 BO 交 AC 于点 P,

在 $\triangle ABP$ 中,$AB+AP>BP$(三角形两边之和大于第三边),

在 $\triangle POC$ 中,$OP+PC>OC$(三角形两边之和大于第三边),

$\therefore AB+AP+OP+PC>BP+OC$,即 $OB+OC<AB+AC$.

(2)同理可证 $OA+OB<AC+BC, OA+OC<AB+BC$,

$\therefore\ 2(OA+OB+OC)<2(AB+BC+AC)$,

即 $OA+OB+OC<AB+AC+BC$.

说明:1. 证明线段不等关系,常需添加辅助线,把要求证的线段放到一个或几个三角形中,再利用三角形三边关系定理及不等式性质证明.

2. 在利用三角形三边关系证明线段不等关系时,如直接证证不出来,可连结两点或延长某边构造三角形,使结论中出现的线段在一个或几个三角形中,再运用三边关系定理及不等式性质证明.

难题巧解

例5　("祖冲之杯"赛试题)(1)若正整数 m,n,p 适合 $m+n+p=15$,则以 m,n,p 为三边长的三角形共有几个?

(2)有5根木条,其中2根完全相同,长8cm,另外3根分别长4cm,10cm,12cm,用其中3根组成一个三角形,则选择的办法有几种?

解:(1)不妨设 $n\leqslant m\leqslant p$,m、n、p 为正整数,

且 $m+n+p=15$.

于是可得下表:

n	m	p
1	7	7
2	6,(7)	7,(6)
3	5,6(7)	7,6(5)
4	4,5(6),(7)	7,6(5),(4)
5	(4),5,(6),(7)	(6),5,(4),(3)

表中小括号中的取值为重合取值.

$\therefore$ 以 m,n,p 为三边长的不同的三角形共有 7(个),(1,7,7),(2,6,7),(3,5,7),(3,6,6),(4,4,7),(4,5,6),(5,5,5).

(2)由已知得:5 根木条长由小到大排列为 4,8,8,10,12,组成三角形的三边长满足任何两边之和大于第三边得:选择的办法有:(4,8,8),(4,8,10),(4,10,12),(8,8,10),(8,8,12),(8,10,12)共 6 种。

说明:当数字或数量不大,只有不多的有限种情况时,可以先把组成三角形的三边由小到大排列,再用穷举法全面讨论获得解答.

综合能力检测

基本训练题

一、选择题

1. (2001 年烟台市)已知一个三角形的两边长分别为 7 和 2,且周长为偶数,则第三边的长为　　(　)

   A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 8

2. 在 $\triangle ABC$ 中,$AB=14$,$BC=4x$,$AC=3x$,则 x 的取值范围是　　(　)

   A. $x>2$　　B. $2<x<14$　　C. $x<14$　　D. $7<x<14$

3. 若 $\triangle ABC$ 的三边长分别为整数,周长为 11,且有一边长为 4,则这个三角形可能的最大边长是　　(　)

   A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

4. (2001 年南充市)现有两根铁条,它们的长分别为 30cm 和 50cm,如果要做成一个三角形铁架,那么下列四根铁条中应选取　　(　)

   A. 20 cm 的铁条　　B. 30cm 的铁条　　C. 80 cm 的铁条　　D. 90cm 的铁条

二、填空题

5. AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ADC$ 的周长大 3，则 AB 与 AC 的差等于__________.

6. 等腰三角形周长是 8 cm，它的腰长是一个整数，则腰长为__________ cm.

三、解答题

7. 已知等腰三角形的周长 16cm.

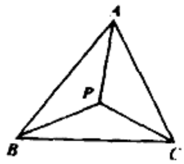
(1)若其中一边长为 4cm，求另外两边的长；

(2)若其中一边长为 6cm，求另外两边的长；

(3)若三边长都是整数，求三角形各边的长.

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，P 是三角形内一点.

求证：$\frac{1}{2}(AB+AC+BC)<PA+PB+PC<AB+AC+BC$.



8 题图

发散思维训练题

9. a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边，且 $a^2+2ab=c^2+2bc$，则 $\triangle ABC$ 一定是 (　)

A. 等边三角形　B. 等腰三角形　C. 不等边三角形　D. 以上答案都不对

10. 已知等腰三角形周长为 20，则腰长 x 的范围是 (　)

A. $0<x<10$　B. $5<x<10$　C. $0<x<5$　D. $0<x<20$

参考答案

基本训练题

1. C　2. B　3. C　4. B　5. 3　6. 3

7. (1)另外两边长都为 6 cm.

(2)当腰长为 6cm 时，另外两边的长为 6cm、4cm；当底长为 6cm 时，另外两边的长都为 5cm.

(3)当底为 6cm 时，两腰长为 5cm；当底长为 4cm 时，两腰长为 6cm；当底长为 2cm 时，两腰长为 7cm.

8. 证明：在 $\triangle PAB$ 中，$AB<PA+PB$，同理 $BC<PB+PC$，$AC<PA+PC$，相加得：$AB+AC+BC<2(PA+PB+PC)$，

即 $\frac{1}{2}(AB+AC+BC)<PA+PB+PC$.

延长 BP 交 AC 于 E，则 $AB+AE>BP+PE$，

$PE+CE>PC$，两式相加得

$$AB+AC>PB+PC$$

同理 $AB+BC>PA+PC$,　②

$AC+BC>PA+PB$,　③

① + ② + ③得: $AB+AC+BC>PA+PB+PC$,

综上有

$$\frac{1}{2}(AB+AC+BC)<PA+PB+PC<AB+AC+BC.$$

发散思维训练题

9. B　10. B

§3.3 三角形内角和

知识要点

1. 三角形按角分类

$$三角形\begin{cases}直角三角形(有一个角为直角的三角形)\\ 斜三角形\begin{cases}锐角三角形(三个角都是锐角的三角形)\\ 钝角三角形(有一个角是钝角的三角形)\end{cases}\end{cases}$$

2. 三角形的外角

(1)定义:三角形的一边与另一边的延长线组成的角,叫做三角形的外角.

(2)特征:

①顶点在三角形的一个顶点上;②一条边是三角形的一边;③另一条边是三角形某边的延长线.

3. 三角形内角和定理及推论

定理:三角形三个内角的和等于180°.

推论1:直角三角形的两个锐角互余.

作用:(1)已知直角三角形的一个锐角求另一个锐角,或已知两锐角之间关系求这两个角.

(2)常与同角(或等角)的余角相等结合,证角相等.

推论2:三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

作用:(1)已知外角和与它不相邻的两个内角中的一个可求另一个.

(2)可证一个角等于另两个角的和.(3)经常利用它作为中间关系式证明两个角相等.

推论3:三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角.

作用:利用它证明两角的不等关系.

4. 辅助线

(1)定义:为了证明的需要,在原来图形上添画的线叫做辅助线.