

高等师范院校小学教育专业本科教材

概 率 统 计

主 编 唐万宏

副主编 杨纪龙

南京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率统计 / 唐万宏等编著. —南京: 南京师范大学出版社,
2001.8
ISBN 7-81047-646-7/O·14

I. 概... II. 唐... III. ①概率论 - 高等学校: 师范
学校 - 教材 ②数理统计 - 高等学校: 师范学校 - 教材
IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 062640 号

书 名	概率统计
主 编	唐万宏
责任编辑	陆炳新 万 斌
出版发行	南京师范大学出版社
地 址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电 话	(025)3598077(传真) 3598412(发行部) 3598297(邮购部)
E-mail	nnuniprs@public1.ptt.js.cn
照 排	江苏兰斯印务发展有限公司
印 刷	南京京新印刷厂
开 本	850×1168 1/32
印 张	12.75
字 数	320 千
版 次	2001 年 10 月第 1 版 2001 年 10 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-81047-646-7/O·14
定 价	19.00 元

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换
版权所有 侵犯必究

系列教材编写委员会

顾 问 马 立

主 任 张民生

副主任 杨德广 朱小蔓

委 员 (以姓氏笔画为序)

于汝才 王伦元 王智秋 刘明远

朱天麟 张志霞 张学广 李世平

李学农 李敏敏 陈忠伟 林正范

唐万宏 商振泰 惠 中

本册教材

主 编 唐万宏

副主编 杨纪龙

编 者 (以姓氏笔画为序)

叶新涛 孙建成 汪一敏 杨纪龙

邹辛程 吴玲丽 林应坚 唐万宏

主 审 苏起凡

序

朱小蔓

一般认为 1897 年上海南洋公学办师范院为中国师范教育的开始。1902 年中国现代学制第一个章程——《钦定学堂章程》确定与中学堂平行的师资培养机构为“师范学堂”，即相当于“中等师范学校”，与高等学堂平行的师资培养机构为“师范馆”，即相当于“高等师范学校”。1904 年 1 月 13 日正式颁布的《奏定学堂章程》确定与中学堂平行的师范学校为“初级师范学堂”，与高等学堂平行的师范学校为“优级师范学堂”。由中等师范学校和高等师范学校共同培养中小学教师的体系从那时建立起来。长期以来，中国的小学教师主要由中等师范学校培养。现代师范教育经历了一个世纪后，专门培养本科学历小学教师的小学教育专业终于被纳入中国高等教育体系。我们为这一历史性的重大跨越而兴奋，这一重要成就同时成为中国师范教育世纪性转换的重要标志。

培养本科学历小学教师的小学教育专业被正式纳入中国高等教育体系，既是中国师范教育发展的历史必然，也是中国师范教育工作者深入推进师范教育改革的成果。1997 年 4 月，教育部师范教育司将“培养本、专科学历小学教师的专业建设研究”项目委托给上海师范大学和南京师范大学牵头进行研究，由上海市教委张

民生副主任为课题组长、上海师范大学校长杨德广教授和本人为副组长,参与者有北京、浙江、辽宁、吉林、广东等省市师范教育专家、教师及教育行政管理人员。课题组成员在三年时间里耗费了大量的精力研究历史与现状,研究文献资料,借鉴海内外经验,讨论现代师范教育及其课程建设思想,并且经过实验和实践探索,使中国自己的本科层次小学教师的培养工作逐步发展起来。所取得的重要成果包括:

1. 从理论上论证小学教育本科专业进入中国高等教育体系的必然性、可能性和合理性

小学教师的高学历化,是世界师范教育发展的趋势,这在经济发达国家已经成为现实。中国自1978年改革开放以来,在社会经济、文化和教育等方面均取得了显著的进步,但是中国毕竟是一个经济和教育发展不平衡的国家,三级师范教育体系(包括中等师范学校、高等师范专科学校、高等师范本科院校)几乎存在了一个世纪。而这种三级师范教育体系赖以存在的基础是,小学和学前教师由中等师范学校来培养、初中教师由高等师范专科学校来培养、高中教师由高等师范本科院校来培养。如果要提升小学和学前教师的学历,那么中国的师范教育体系就必然地要发生变化。这种变化在世纪之交,在中国师范教育发展的世纪之交发生了。这是因为中国的社会经济、文化和教育等方面的迅速发展,为中国师范教育体系的变革奠定了基础。经过改革开放以来20多年的努力,中国普及了初等教育,到2000年,中国普及九年制义务教育的地区达到了85%以上。教育普及程度的提高,中等师范学历小学教师的基本饱和状态,以及进一步提高基础教育质量的要求,必然要求提高小学教师的学历层次。1984年江苏南通师范学校试验以五年制师范教育方式培养专科学历的小学教师,此后这种方式在全国推广开来。此外,以函授或自学考试等方式对小学教师进行继续教育,也大面积提高了小学教师的学历层次。社会经济、文化和教育等方

面发展的现实表明,在中国经济发达地区或大城市,已经有了培养本科学历小学教师的要求,也具备了相应的培养本科学历小学教师的条件.中国经济发达地区不仅是全国经济发展的先导,也是教育发展的先导.小学教育本科专业进入中国高等教育体系,不仅是必要的、可能的,也是合理的.

2. 研制小学教育本科专业的课程方案

课程是人才培养的中心环节,课程方案又是课程建设的基础.参与课题研究的南京师范大学、上海师范大学、首都师范大学等单位,从各自不同的研究视角,对小学教育本科专业的课程进行了研究,制定了各具特色的课程方案.其中南京师范大学和上海师范大学研制的课程方案,强调课程的“综合性”和“专业性”,即以“文、理兼通”为底蕴,以“小学教育”为特色.

3. 试办本科小学教育专业,在实践中探索培养道路

该项目研究的一个显著特征,是把理论研究和实践密切地结合在一起,在研究的同时进行小学教育本科专业的办学实践.1998年秋季,南京师范大学率先招收教育专业小学教育本科方向共80名学生,并与著名的原南京晓庄师范学校合作办学,成立了南京师范大学晓庄学院,作为南京师范大学二级学院.该学院的专业建设依托南京师范大学教育科学学院.为加强这一专业的建设,南京师范大学成立了有各院(系)从事教师教育研究的学者组成的小学教育本科专业建设专家组,在原南京晓庄师范学校成立了小学教育本科课程组.南京师范大学教育科学学院的领导、教师 and 原南京晓庄师范学校的领导及参与本科教学的教师,为这一专业的建设付出了艰辛的劳动,做出了贡献.当年教育部批准南京师范大学、上海师范大学等四所高等师范院校试办小学教育本科专业.

4. 教材建设

课程建设的一个重要方面是教材的编写.为此,课题组成立了小学教育专业本科教材编写委员会,由上海师范大学和南京师范

大学牵头.其中南京师范大学牵头编写的教材有:《文学学原理》、《写作学》、《汉语通论》、《概率统计》、《物理学》、《小学心理学》、《中外教育史》、《现代教育原理》、《教师语言艺术》、《小学教育研究——案例与方法》.主编中有博士研究生导师和一些有志于小学教育本科专业建设的中青年学者.其中有原南京师范大学党委书记、现任江苏省作家协会党组书记、博士研究生导师王臻中教授,南京师范大学文学院院长、博士研究生导师何永康教授,南京师范大学文学院副院长、博士研究生导师马景仑教授等.参与编写教材的单位有:南京晓庄学院、常州师范专科学校、集美大学师范学院、杭州师范学院、湖州师范学院、南通师范学院、淮阴师范学院等.这些教材分别由南京师范大学出版社和江苏古籍出版社出版.

本套教材的编写,旨在立足 21 世纪基础教育和教师教育改革,体现现代教育理念;力图根据 21 世纪小学教师素质要求,突出小学教育专业的特点;并希望从教师自主发展与成长出发,有利于教师的教和学生的学.

编写本套教材是一种探索,种种不完善之处难以避免,我们真诚地希望使用本教材的师生提出改进意见.

2001 年 6 月于南京师范大学

(朱小蔓教授系南京师范大学副校长、博士生导师)

前 言

《概率统计》是受高等师范院校小学教育专业本科系列教材编委会的委托,根据小学教育专业四年制本科培养目标和教学计划的要求,结合该专业的课程特点编写的。

该书是供本科四年制小学教育专业理科方向三年级的学生使用,兼顾文科方向学生选用,教学总学时为 72 课时。编写中既考虑到师范类学生通修《概率统计》基础理论的要求,又具有小学教育的专业特点,充分体现基础与能力相结合、当前与未来相结合的原则,努力使本书成为该专业基础理论、教学研究和运用能力培养的好教材。

全书共十章,前五章是概率论部分,主要讲述概率论的基本概念和基本结论,其中心内容是随机变量及其分布;第六章至第九章是数理统计部分,主要讲述数理统计基本概念和常用的统计方法,其中心内容是参数估计、假设检验、方差分析及回归分析;第十章是数理统计在教育中的运用,是根据小学教育专业的特点而编写,主要内容是介绍如何用统计的方法解决教育学中的有关问题。考虑到学生的实际情况和学时等因素,本书中部分章节注了*号,在教学中可作为选学内容。本书各章后均附有习题,以便学生练习巩固学习内容。

参加本书编写的人员及分工情况如下:全书由唐万宏、杨纪龙拟定编写提纲,并对所有内容进行统稿和修改;第一章,叶新涛;第二章,孙建成;第三、四章,邹辛程;第六章,吴玲丽;第七章,汪一

敏;第八章,杨纪龙;第九章,林应坚;第五、十章,唐万宏.苏起凡教授对全书进行了认真审定,提出了很多有建设性的修改意见.

本书在编写和出版过程中,得到了南京师范大学李学农、徐永辉老师的关心和帮助,南京师范大学出版社的同志做了大量的工作,在此谨向他们表示衷心感谢!

由于作者的水平有限,书中一定存在不少缺点和错误,恳请同行专家和读者不吝指正.

编 者

2001年6月于南京师范大学

目 录

第一章 随机事件及其概率	(1)
§ 1.1 随机事件及其运算	(2)
§ 1.2 概率的定义及其计算	(8)
§ 1.3 条件概率	(24)
§ 1.4 事件的独立性及贝努里概型	(35)
第二章 随机变量及其分布	(44)
§ 2.1 随机变量	(44)
§ 2.2 离散型随机变量	(46)
§ 2.3 连续型随机变量	(54)
§ 2.4 随机变量的分布函数	(63)
§ 2.5 随机变量的函数的分布	(70)
第三章 随机向量及其分布	(77)
§ 3.1 随机向量及其分布	(77)
§ 3.2 边缘分布	(87)
§ 3.3 随机变量的独立性	(94)
* § 3.4 条件分布	(99)
§ 3.5 随机向量的函数的分布	(105)

第四章 随机变量的数字特征	(117)
§ 4.1 数学期望	(117)
§ 4.2 方差	(128)
§ 4.3 协方差和相关系数	(139)
§ 4.4 矩和协方差阵	(146)
第五章 大数定律及中心极限定理	(153)
§ 5.1 大数定律	(153)
§ 5.2 中心极限定理	(160)
第六章 样本及抽样分布	(166)
§ 6.1 总体和样本	(166)
§ 6.2 经验分布函数和直方图	(172)
§ 6.3 抽样分布	(180)
第七章 参数估计	(188)
§ 7.1 参数的点估计	(188)
§ 7.2 估计量的评选标准	(201)
§ 7.3 参数的区间估计	(214)
第八章 假设检验	(228)
§ 8.1 假设检验的基本概念	(228)
§ 8.2 总体均值的假设检验	(233)
§ 8.3 总体方差的假设检验	(245)
§ 8.4 分布函数的拟合检验	(249)
§ 8.5 独立性检验	(261)

第九章 方差分析与回归分析	(267)
§ 9.1 单因素试验方差分析	(267)
* § 9.2 双因素试验方差分析	(277)
§ 9.3 一元线性回归	(287)
* § 9.4 多元线性回归	(300)
* 第十章 数理统计在教育中的应用	(309)
§ 10.1 变量的分类	(309)
§ 10.2 集中量数和差异量数	(311)
§ 10.3 总体均值比较的检验	(323)
§ 10.4 相关分析和回归分析	(334)
§ 10.5 总体比率的统计推断	(354)
附表	(364)
主要参考书目	(379)
习题参考答案	(380)

第一章 随机事件及其概率

自然界有许多现象,人们观察到的大致可归结为两种类型.一类是可事前准确地预报其结果的现象,即在相同的条件下进行重复实验,每次结果必然相同;或是根据它过去的状态,在相同条件下完全可以准确预报将来的发展.这类现象称为**决定性现象或必然现象**.它广泛地存在于自然现象和社会现象中,例如,“在标准大气压下,水加热到 100°C 时,必定沸腾”、“同性电荷必相互排斥”等等.概率论以外的数学分支研究的正是此类决定性现象的数量规律.另一类是事前不能准确地预报其结果的现象,即在相同条件下进行重复试验,每次结果未必相同;或是知道它过去的状态,在相同的外部条件下,未来的发展事前却不能完全肯定.这类现象称为**偶然性现象或随机现象**.它是广泛存在着的且与决定性现象有着本质区别的另一类现象,例如,“抛掷一枚质地均匀的对称的硬币,结果可能是正面向上或反面向上”、“新生的婴儿可能是男也可能是女”等等.它们有一个共同的特点:在基本条件不变的情况下,一系列试验或观察会得到不同的结果.换句话说,就个别的试验或观察而言,它会时而出现这种结果,时而出现那种结果,呈现出一种偶然性.

是不是这些随机现象都没有什么规律呢?事实并非如此,人们通过长期的反复观察和实践,逐渐发现随机现象也呈现某种规律.例如,多次重复地上抛一枚均匀的硬币,出现正面的次数大致有一半.因此在随机现象中,虽然一次实验的结果呈现出不确定性,但在大量的重复实验中其结果却具有一定的规律,我们称之为

统计规律性. 概率论与数理统计正是研究此类随机现象的数量变化规律的数学分支.

概率论与数理统计在自然科学和社会科学的各个方面都有着广泛的应用,例如,它在近代物理、无线电与自动控制、工厂产品的质量控制、农业试验、公用事业、生物医药、经济管理和教育学等方面都有着重要的应用. 这些实际需要也有力地推动了概率论与数理统计的新发展.

§ 1.1 随机事件及其运算

一、样本空间与随机事件

对自然现象进行观察或进行一次科学试验统称为一个试验. 如果一个试验在相同条件下可以重复进行,试验的结果不止一个但事先能明确试验的所有可能结果,而且每次试验的结果事前不能肯定,我们就称它为一个**随机试验**. 随机试验常用大写的英文字母 E 来表示. 例如,“从一副扑克牌中任摸两张,观察出现的花色”、“取 50 粒种子进行发芽试验”、“向桌上掷一枚硬币,观察哪一面向上”等均为随机试验.

设 E 是一个随机试验,以 ω 表示它的一个可能的结果,则称 ω 为 E 的一个**样本点**. 由 E 的所有样本点组成的集合称为 E 的**样本空间**,用 Ω 表示.

例 1 同时抛掷两枚有区别的硬币,观察其结果. 其样本点为 $\omega_1 = (\text{正}, \text{正})$, $\omega_2 = (\text{正}, \text{反})$, $\omega_3 = (\text{反}, \text{正})$, $\omega_4 = (\text{反}, \text{反})$, 其中第一分量表示第一枚硬币币值面情况,第二分量表示第二枚硬币币值面情况. 样本空间 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.

例 2 观察某电话交换台在 $[0, T]$ 内收到的呼叫次数. 其样

本点为 $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots$, 其中 $\omega_k = (\text{出现 } k \text{ 次呼叫}) (k=0, 1, 2, \dots)$. 样本空间 $\Omega = \{\omega_k: k=0, 1, 2, \dots\}$, 含可列多个样本点.

例3 向圆 $x^2 + y^2 = 1$ 内均匀地投点, 观察点的位置坐标. 样本点是 $(x, y) (x^2 + y^2 < 1)$. 样本空间是 $\Omega = \{(x, y): x^2 + y^2 < 1\}$, 它有无限不可列个样本点.

可见样本空间是由随机试验决定的, 不同的试验具有不同的样本空间. 样本空间可以是数集也可以不是数集.

随机试验 E 的样本空间 Ω 的一个子集称为 E 的一个**随机事件**, 简称为**事件**, 常用字母 A, B, C 来表示. 由单个样本点构成的集合称为**基本事件**, 由多个样本点构成的集合为**复合事件**. 在一次试验中, 当且仅当组成某随机事件的若干个样本点之一出现时称该随机事件发生. 因 Ω 本身也是 Ω 的子集, 它含有全体样本点, 故每次试验 Ω 都发生, 所以 Ω 称为**必然事件**, 不含任何样本点的集合即空集 $\emptyset$ 作为 Ω 的子集称为**不可能事件**.

直观地说, 随机事件就是在随机试验中可能发生也可能不发生的事情. 如例1中, 事件 $A = \{\omega_1\}$ 表示“两次均为正面”这件事, 事件 $B = \{\omega_2, \omega_3\}$ 表示“恰有一次正面”这件事, 事件 $C = \{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ 表示“至多有一次正面”这件事.

在许多实际问题中, 往往要求同时考察几个事件及它们之间的联系. 详细地分析事件间的关系, 不仅可以帮助我们更深刻地认识事件的本质, 而且可以大大简化一些复杂事件的概率计算.

二、事件之间的关系及运算

1. 事件的包含和相等

若事件 A 中的每一个样本点都包含在事件 B 中, 则称事件 B **包含** 事件 A , 记为 $B \supset A$ 或 $A \subset B$. 即若 $\omega \in A$, 则 $\omega \in B$, 其实质是事件 A 发生必导致事件 B 的发生. 如若以 A 记“来到呼叫不超过五次”, 以 B 记“来到呼叫不超过六次”, 则 $A \subset B$. 显然对任何

事件 A , 必有 $\Omega \supset A \supset \emptyset$.

若 $A \subset B$ 而且 $B \subset A$, 则称 A 与 B 相等, 记为 $A = B$. 相等的两个事件同时发生, 因此可以看作是一样的. 例如, 在 1~9 这九个数中任取一数, 记 $A =$ “取得数 4 或 8”, 而 $B =$ “取得 4 的倍数”, 显然 $A = B$.

2. 事件的和

由属于 A 或者属于 B 的所有样本点组成的集合称为事件 A 与 B 的和, 记为 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{\omega: \omega \in A \text{ 或 } \omega \in B\}$. 显然事件 $A \cup B$ 发生表示事件 A 与 B 中至少有一个发生. 如例 1 中 $A \cup B = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ 表示事件 “至少有一个正面”, $B \cup C = C$, $A \cup C = \Omega$ 为必然事件. 显然, 对任何事件 A 有 $A \cup A = A$, $A \cup \Omega = \Omega$, $A \cup \emptyset = A$. 对任何事件 A, B 有 $A \cup B \supset A$, $A \cup B \supset B$.

3. 事件的积

由属于 A 同时属于 B 的所有样本点组成的集合称为事件 A 与 B 的积, 记为 $A \cap B$ 或 AB , 即 $A \cap B = \{\omega: \omega \in A \text{ 且 } \omega \in B\}$. 显然事件 $A \cap B$ 发生表示事件 A 与 B 同时发生. 如例 1 中 $A \cap B = \emptyset$, $B \cap C = B$, $A \cap C = \emptyset$. 显然, 对任何事件 A 有 $A \cap A = A$, $A \cap \Omega = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$. 对任何事件 A, B 有 $A \cap B \subset A$, $A \cap B \subset B$.

4. 事件的差

由属于 A 但不属于 B 的所有样本点组成的集合称为事件 A 与 B 的差, 记为 $A - B$, 即 $A - B = \{\omega: \omega \in A \text{ 且 } \omega \notin B\}$. 显然事件 $A - B$ 发生表示事件 A 发生且 B 不发生. 如例 1 中 $A - B = A$, $B - C = \emptyset$, $C - B = \{\omega_4\}$.

5. 事件的互不相容(互斥)

若 $A \cap B = \emptyset$, 则称事件 A 与事件 B 互不相容(互斥). 互不相容的两事件 A, B 不可能同时发生. 如例 1 中事件 A 与 B 互不相容、事件 A 与 C 互不相容.