

高等学 校 试 用 教 材

# 桥梁上部结构计算示例

(一)

(道路与桥隧专业用)

同济大学等三校合编

人民交通出版社

高等学校试用教材

# 桥梁上部结构计算示例

(一)

(道路与桥隧专业用)

同济大学等三校合编

人民交通出版社

## 内 容 提 要

本书为配合《桥梁工程》(上册)教学而编写的。全书列举了五个示例，即：钢筋混凝土简支空心板梁桥和简支T梁桥、预应力混凝土简支T梁桥、双曲拱桥及其无支架施工计算。为使学生学习方便起见，书后还附有空心板横断面经验尺寸表、G-M法的荷载横向分布系数图表、无支架吊装缆索计算原理等资料。

本书作为道路与桥隧专业学生在学习《桥梁工程》专业课时、做课程设计或毕业设计所用的参考书；亦可供有关专业人员工作和学习参考。

高等学校试用教材

### 桥梁上部结构计算示例

(一)

(道路与桥隧专业用)

同济大学等三校合编

人民交通出版社出版

(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第006号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092<sup>1/16</sup> 印张：12 字数：280千

1980年7月 第1版

1980年7月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,300册 定价：1.25元

## 前　　言

为配合《桥梁工程》（上册）的教学，针对本课程的重点内容、结合近年我国公路桥梁工程的实际情况、依据交通部现行的公路桥梁规范编写了《桥梁上部结构计算示例》（一）。本书共有五个示例和三个附录，可以作为在校学生课程设计与毕业设计时的参考书，对于生产设计也有一定参考价值。

学生们通过对本书的学习，可以加深对桥梁工程基本理论和重要概念的理解，了解具体工程设计的内容、步骤和方法等等，使理论与实际较快、较好地结合起来。

为了使学生了解国际制计量单位，本书第一个示例同时采用了国际制和公制计量单位，其余四个示例仍采用公制计量单位。

本书示例一、示例二、示例三分别由同济大学肖振群、杨健、潘洪萱编写，示例四与示例五由湖南大学钟圣斌编写，附录三由湖南大学周义武编写。同济大学主编，重庆交通学院主审。

配合教学编写计算示例尚属尝试，缺点错误在所难免，切望读者批评指正。

# 目 录

例一、钢筋混凝土简支空心板梁桥计算示例 ( $l_p = 9.7$ 米) .....	1
例二、装配式钢筋混凝土简支 T 梁桥计算示例 ( $l_p = 19.5$ 米) .....	14
例三、预应力混凝土简支 T 梁桥计算示例 ( $l_p = 29.16$ 米) .....	40
例四、双曲拱桥计算示例 ( $l_0 = 50$ 米, $f_0/l_0 = 1/6$ ) .....	96
例五、双曲拱桥无支架施工计算示例 .....	118
附录一、空心板横断面经验尺寸表 .....	164
附录二、G-M 法的荷载横向分布系数 $K_0$ 、 $K_1$ 、 $\mu_0$ 、 $\mu_1$ 图表 .....	165
附录三、无支架吊装缆索计算原理 .....	175

# 例一、钢筋混凝土简支 空心板梁桥计算示例( $l_p = 9.7$ 米)

一、设计资料	1
二、桥面横断面布置	2
三、荷载横向分布系数的计算	2
四、内力计算	5
(一)恒载内力(先加恒载)	5
(二)活载内力计算	5
(三)后加恒载——栏杆	7
(四)内力汇总	8
五、钢筋估算和正应力验算	8
六、剪应力验算	11
七、分布钢筋	12
八、挠度计算及预拱度	13
九、预制板吊钩计算	13

## 一、设计资料

### 1. 设计荷载

汽车-20级、挂车-100

### 2. 跨径

板全长10米；计算跨径9.70米；净跨径9.00米

### 3. 桥宽

车道净宽  $B_0 = 7.00$ 米(双车道)

缘石  $2 \times 0.20 = 0.40$ 米

总宽  $B = 7.40$ 米，不设人行道

桥面铺装厚度：中央8厘米，靠近缘石3厘米，另加填平层5厘米

### 4. 材料

300<sup>\*</sup>混凝土 弯曲受压  $[\sigma_w] = 130$ 公斤力/平方厘米 ( $12.75 \times 10^3$ 千帕)

16Mn钢筋  $[\sigma_g] = 1850$ 公斤力/平方厘米 ( $181.4 \cdot 10^3$ 千帕)

构造钢筋 3号钢  $[\sigma_g] = 1350$ 公斤力/平方厘米 ( $132.4 \cdot 10^3$ 千帕)

### 5. 设计依据与参考资料

《公路桥涵设计规范》(试行) 简称《桥规》 1975 人民交通出版社

公路桥梁荷载横向分布计算 1977 人民交通出版社

## 二、桥面横断面布置

参考本书附录一（空心板横截面经验尺寸表），对本桥跨结构横截面的布置与尺寸具体确定如图1-1，当应力验算不能通过或很不合理时，再作局部修改或有可能重新确定横截面的布置与尺寸。

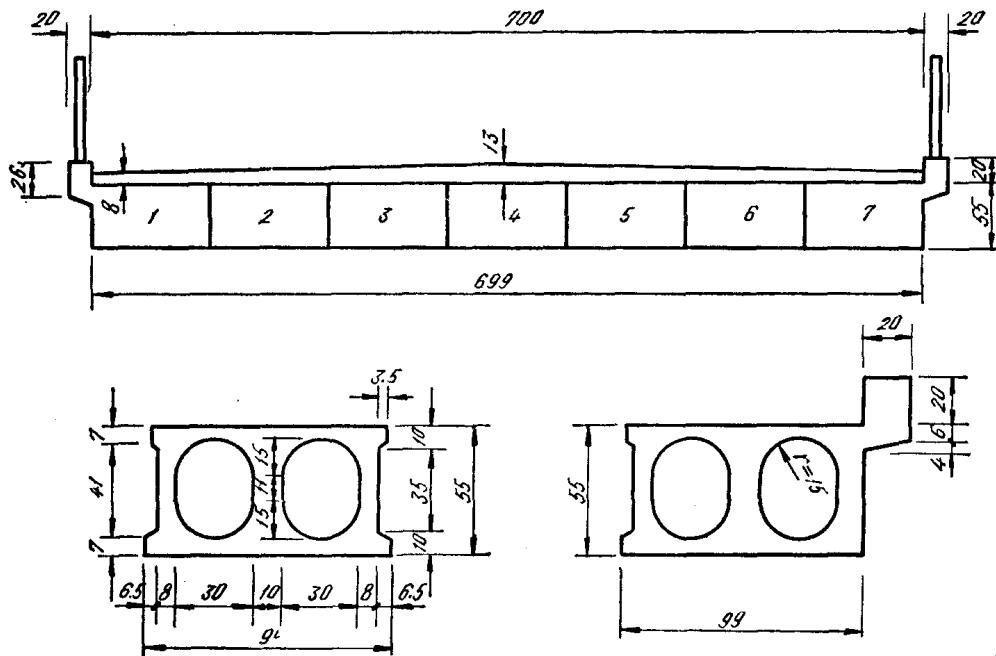


图 1-1  
尺寸单位：厘米

## 三、荷载横向分布系数的计算

设计本桥时，考虑有两类荷载，一是恒载，一是活载。前者又有先加的和后加的区别。所谓先加恒载，就是各空心板联结成整体之前所加的恒载（如板自重和桥面铺装）。这部分恒载将由各空心板分别承担。至于后加恒载（如栏杆），则需要按荷载横向分布的原理，分配给各板。为此，本节先求各种荷载的荷载横向分布系数，然后再求恒载和活载在空心板中产生的最大内力。

荷载横向分布系数有跨中的 ( $m_c$ ) 和支点的 ( $m'_c$ ) 两种。计算弯矩  $M$  时，只需考虑跨中横向分布系数  $m_c$ ；而在计算剪力  $Q$ （特别是支点剪力  $Q_{max}$ ）时，应考虑荷载横向分布系数沿桥跨方向的变化（图1-2 b），其变化规律可见图1-2 b)，或按习惯采用图1-2 c)。

跨中荷载横向分布系数  $m_c$  的计算，在本示例中，采用铰接板法，先求出参数  $\gamma$ ，然后查出荷载横向分布影响线座标值，最后算出各种荷载的  $m_c$  值。

### 1. 求参数 $\gamma$ 值

按教材式 (2-6-18)

$$\gamma = 5.8 \cdot \frac{I}{I_T} \cdot \left( \frac{b}{l} \right)^2$$

式中： $b$ ——为邻近两铰中到中的距离，等于  
 $99 + 1$ (联结缝宽度) = 100厘米；  
 $l$ ——为主梁计算跨径，等于970厘米；  
 $I$ ——为板横截面（包括全部混凝土，  
 但不计钢筋截面积）对中性轴的  
 惯性矩（图1-3）；  
 $I_T$ ——为板横截面抗扭惯矩（图1-4）。

在计算  $I$  时，由于截面特征对计算  $m_c$  的精度影响不大，可以近似地认为截面上下对称，且上面的尺寸和下面的相同。其中性轴在半高 ( $55/2$  厘米) 的位置上。估计这种简化计算误差很小。

$$\begin{aligned} I &\cong \frac{BH^3}{12} - 2 \times \frac{d \cdot c^3}{12} - 2 \left( \frac{\pi d^4}{64} + \frac{c \cdot d^3}{6} + \frac{\pi \cdot c^2 \cdot d^2}{16} \right) - 2 \cdot \frac{b_1 h_1^3}{12} \\ &= \frac{99 \times 55^3}{12} - 2 \cdot \frac{30 \times 11^3}{12} - 2 \cdot \left( \frac{\pi \times 30^4}{64} + \frac{11 \times 30^3}{6} + \frac{\pi \times 11^2 \times 30^2}{16} \right) - 2 \cdot \frac{6.5 \times 35^3}{12} \\ &= 10.98 \cdot 10^6 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

在计算  $I_T$  时，可将截面简化为图1-4所示，并忽略中间肋板按单箱进行。

按高等学校《桥梁工程》上册图2-6-13，当  $b/t_1 = 78/7 = 11.14$  时， $\alpha_1 = 0.315$ ；当  $a/t_3 = 48/8 = 6$  时， $\alpha_3 = 0.299$ 。

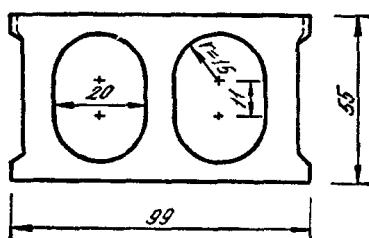


图 1-3  
尺寸单位：厘米

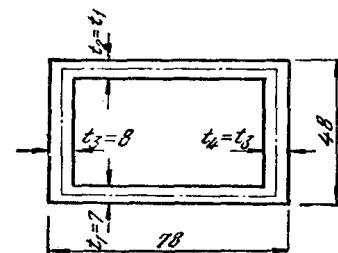


图 1-4  
尺寸单位：厘米

$$I_T = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} + \sum \alpha_i \cdot b_i \cdot t_i^3, \text{ 而}$$

$$\frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4a^2 \cdot b^2}{2 \cdot \frac{b}{t_1} + 2 \cdot \frac{a}{t_3}} = \frac{4 \times 48^2 \times 78^2}{2 \times \frac{78}{7} + 2 \times \frac{48}{8}} = 16.35 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

及

$$\begin{aligned} \sum \alpha_i \cdot b_i \cdot t_i^3 &= 2 \times 0.315 \times 78 \times 7^3 + 2 \times 0.299 \times 48 \times 8^3 \\ &= 0.32 \times 10^5 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\therefore I_T = (16.35 + 0.32) \cdot 10^5 = 16.67 \cdot 10^5 \text{ cm}^4$$

$$\text{最后 } \gamma = 5.8 \times \frac{10.98}{16.67} \times \frac{100^2}{970^2} = 0.0405$$

## 2. 荷载横向分布影响线

按《公路桥梁荷载横向分布计算》213~214页，查出七块板铰接桥梁的荷载横向分布影响线，并根据  $\gamma = 0.0405$  求出内插值如下表：

表1-1

板块号	荷载作用点(板块中心)							校核
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0.310	0.236	0.159	0.109	0.078	0.059	0.051	1.002
2	0.236	0.233	0.185	0.127	0.091	0.069	0.059	1.000
4	0.109	0.127	0.167	0.193	0.167	0.127	0.109	0.999

在板块2和4之间，板块3的荷载横向分布系数一般不起控制设计作用；所以，《公路桥梁荷载横向分布计算》一书中没有列出其影响线座标值。

### 3. 荷载横向分布系数 $m_c$ 和 $m'_c$

图1-5示出板块1、2、4的荷载横向分布影响线，及其对各板的荷载最不利的位置与相应轮重下的影响线座标值。对于板块1和2，轮重宜尽量按《桥规》规定的最小距离靠近缘石；对于板块4，因影响线为凸曲线，最好有一列荷载布置在影响线座标值最大的位置上，以便取得最大的  $m_c$  值。

各种荷载横向分布系数  $m_c$ ，计算列于表1-2中。

由表1-2可见，板块4的  $m_c$  最小，不控制设计。

支点截面荷载横向分布系数  $m'_c$  采用杠杆法求得（图1-6），荷载布置采用最大值。

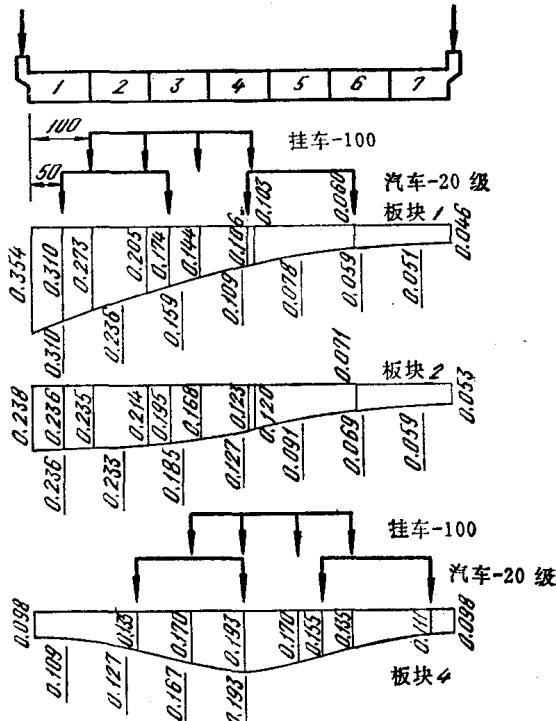


图 1-5  
尺寸单位：厘米

表1-2

荷载种类 板号	$M_c$ 汽车-20级 (两行)	$m_c$ 挂车100	$m_c$ 栏
1	$\frac{1}{2}(0.310 + 0.174 + 0.106 + 0.060) = 0.325$	$\frac{1}{4}(0.273 + 0.205 + 0.144 + 0.103) = 0.181$	$0.354 + 0.046 = 0.4$
2	$\frac{1}{2}(0.236 + 0.195 + 0.123 + 0.071) = 0.312$	$\frac{1}{4}(0.235 + 0.214 + 0.168 + 0.120) = 0.184$	$0.238 + 0.053 = 0.291$
4	$\frac{1}{2}(0.135 + 0.193 + 0.155 + 0.111) = 0.297$	$\frac{1}{4}(0.170 + 0.193 + 0.170 + 0.135) = 0.167$	$0.098 + 0.098 = 0.196$

$$m'_{c\text{汽}} = \frac{1}{2} \times 1.00 = 0.5$$

$$m'_{c\text{挂}} = \frac{1}{4}(1 + 0.1 + 0.1) = 0.3$$

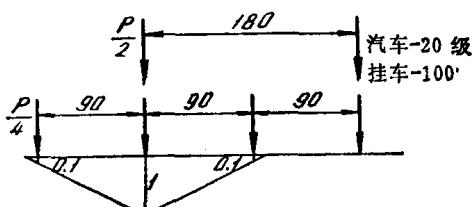


图 1-6  
尺寸单位：厘米

## 四、内力计算

### (一) 恒载内力(先加恒载)

#### 1. 恒载估算

按图1-1所给尺寸估算恒载，列于表1-3。板的容重采用 $2.5\text{t}/\text{m}^3$  ( $24.5\text{kN}/\text{m}^3$ )，铺装层和铰— $2.4\text{t}/\text{m}^3$  ( $23.5\text{kN}/\text{m}^3$ )。

表1-3

项 目	序 号	重 量	
		按 公 制 (tf/m)	按 国 际 单 位 制 (kN/m)
预制中板 $g_1$	(1)	$[0.99 \times 0.55 - 2 \times 3.14 \times 0.15^2 - 2 \times 0.11 \times 0.3 - 2 \times 0.45 \times 0.03 - 2 \times 0.38 \times 0.035] \times 2.5 = (0.5445 - 0.1413 - 0.066 - 0.027 - 0.027) \times 2.5 = 0.2836 \times 2.5 = 0.709$	$0.2836 \times 24.5 = 6.95$
预制边板 $g_1'$	(2)	$[0.995 \times 0.55 - 2 \times 3.14 \times 0.15^2 - 2 \times 0.11 \times 0.3 - 0.027 + \frac{1}{2}(0.06 + 0.1) \times 0.2 + 0.2 \times 0.2] \times 2.5 = [0.5473 - 0.1413 - 0.066 - 0.027 + 0.016 + 0.040] \times 2.5 = 0.3690 \times 2.5 = 0.922$	$0.3690 \times 24.5 = 9.04$
桥面铺装 (中板) $g_2$	(3)	$\frac{1}{2}(0.094 + 0.109) \times 2.4 = 0.1015 \times 2.4 = 0.244$	$0.1015 \times 23.5 = 2.39$
桥面铺装 (边板) $g_2'$	(4)	$\frac{1}{2}(0.080 + 0.094) \times 2.4 = 0.087 \times 2.4 = 0.209$	$0.087 \times 23.5 = 2.04$
铰 缝 $g_3$	(5)	$(0.027 + 0.027) \times 2.4 = 0.054 \times 2.4 = 0.130$	$0.054 \times 23.5 = 1.27$
中板恒载 $g$	(1) + (3) + (5)	1.083	10.61
边板恒载 $g'$	(2) + (4) + $\frac{(5)}{2}$	1.196	11.72

#### 10米预制板吊装重量

$$\text{中板 } 0.709 \times 10 = 7.09\text{tf} \quad (69.48\text{kN})$$

$$\text{边板 } 0.922 \times 10 = 9.22\text{tf} \quad (90.37\text{kN})$$

#### 2. 恒载内力计算 $l_p = 9.70\text{m}$ (见表1-4)

表1-4

单 位 制	$g$	弯 矩 $M$		剪 力 $Q$	
		$M_{0.55} = \frac{1}{8}gl_p^2$	$M_{0.25} = \frac{3}{32}gl_p^2$	$Q_0 = \frac{1}{2}g \cdot l_p$	$Q_{0.55}$
公 制	中板 $1.083\text{t}/\text{m}$	12.74t·m	9.55t·m	5.25t	0
	边板 $1.196\text{t}/\text{m}$	14.07t·m	10.55t·m	5.80t	0
国 际 制	中板 $10.61\text{kN}/\text{m}$	124.8kN·m	93.59kN·m	51.5kN	0
	边板 $11.72\text{kN}/\text{m}$	137.8kN·m	103.4kN·m	56.8kN	0

### (二) 活载内力计算

#### 1. 弯矩计算

##### 1) 汽车-20级产生的弯矩

## 计算公式

$$M_{汽-20} = (1 + \mu) m_c \cdot q_{汽} \cdot \phi \cdot \omega$$

式中:  $1 + \mu$ ——冲击系数, 其值为  $1 + \frac{0.3}{40}(45 - 9.7) = 1.265$

$m_c$ ——横向分布系数, 对中板0.312, 边板0.325

$q_{汽}$ ——一列汽车-20级的等代荷载, 对跨中弯矩  $4.42\text{tf/m}$  ( $43.4\text{kN/m}$ ), 对四分点弯矩  $4.76\text{t/m}$  ( $46.66\text{kN/m}$ )

$\omega$ ——弯矩影响线面积;

$\phi$ ——考虑两行汽车-20级的折减系数,  $\phi = 0.9$ 。

现列表计算如下:

表1-5

单位制	计算位置	$q_{汽}$	$\omega$ (m <sup>2</sup> )	$M_{汽-20}$	
				中板	边板
公制	跨中	$4.42\text{tf/m}$	$\frac{1}{8}l_p^2 = \frac{1}{8} \times 9.7^2 = 11.76$	18.46tf·m	19.23tf·m
	四分点	$4.76\text{tf/m}$	$\frac{3}{32}l_p^2 = \frac{3}{32} \times 9.7^2 = 8.82$	14.91tf·m	15.53tf·m
国际制	跨中	$43.40\text{kN/m}$	11.76	181.3kN·m	188.8kN·m
	四分点	$46.66\text{kN/m}$	8.82	146.2kN·m	152.2kN·m

## 2)挂车-100产生的弯矩

### 计算公式

$$M_{挂-100} = m_c \cdot q_{挂} \cdot \omega$$

式中:  $m_c$ ——横向分布系数, 对中板0.184, 边板0.181, 由于两者在数值上差别不大, 故取用同一数值, 即  $m_c = 0.184$ , 偏安全。

$q_{挂}$ ——挂车-100的等代荷载, 对跨中弯矩为  $9.94\text{t/m}$  ( $97.5\text{kN/m}$ ), 对四分点  $11.53\text{tf/m}$  ( $113.1\text{kN/m}$ )

对中板和边板

$$M_{挂-0.5L} = 0.184 \times 9.94 \times 11.76 = 21.51\text{tf·m} (211\text{kN·m})$$

$$\begin{aligned} M_{挂-0.25L} &= 0.184 \times 11.53 \times 8.82 \\ &= 18.71\text{tf·m} (183.5\text{kN·m}) \end{aligned}$$

### 2. 剪力计算

#### 1) 跨中剪力

##### 计算公式

$$Q_{汽} = (1 + \mu) \phi \sum m_c \cdot P_i \cdot \eta_i$$

$$Q_{挂} = \sum m_c \cdot P_i \cdot \eta_i$$

式中:  $P$ ——轮轴重;

$\eta$ ——与  $P$  相对应的剪力影响线座标值 (图1-7);

$m_c$ ——荷载横向分布系数。

汽车荷载

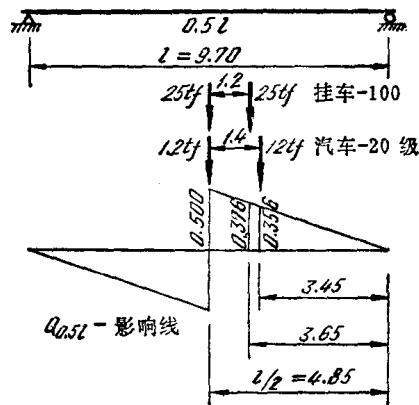


图 1-7

尺寸单位: 米

对中板  $Q_{汽} = 1.265 \times 0.9 \times (12 \times 0.5 + 12 \times 0.356) \times 0.312$   
 $= 3.65\text{tf} (35.8\text{kN})$

对边板  $Q_{汽} = 1.265 \times 0.9 \times 12 \times 0.856 \times 0.325$   
 $= 3.80\text{tf} (37.3\text{kN})$

### 挂车荷载

对中板和边板  $Q_{挂} = 25 \times (0.5 + 0.376) \times 0.184 = 4.03\text{tf} (39.5\text{kN})$

### 2) 支点剪力

计算支点剪力时，应考虑荷载横向分布系数沿桥跨方向的变化，图 1-8 表示荷载位置及相应的  $\eta$  和  $m_c$  座标值。

### 汽车荷载

中板  $Q_{汽} = 1.265 \times 0.9 (12 \times 1 \times 0.5 + 12 \times 0.856 \times 0.39_1 + 6 \times 0.443 \times 0.312)$   
 $= 1.1385(6 + 4.02 + 0.83) = 12.35\text{tf} (121.1\text{kN})$

边板  $Q_{汽} = 1.265 \times 0.9 (6 + 0.856 \times 12 \times 0.399 + 6 \times 0.443 \times 0.325)$   
 $= 1.1385(6 + 4.10 + 0.86) = 12.48\text{tf} (122.4\text{kN})$

### 挂车荷载

中板和边板  $Q_{挂} = 25 (1 \times 0.3 + 0.876 \times 0.243 + 0.464 \times 0.184 + 0.340 \times 0.184)$   
 $= 25(0.3 + 0.213 + 0.085 + 0.063) = 25 \times 0.661$   
 $= 16.52\text{tf} (162.1\text{kN})$

### (三) 后加恒载——栏杆

单侧栏杆  $q = 0.1\text{t/m} (0.98\text{kN/m})$

#### 1. 弯矩计算

跨中 对中板  $M_{栏} = \frac{1}{8} \times 0.1 \times 9.7^2 \times 0.291$   
 $= 0.342\text{tf}\cdot\text{m} (3.36\text{kN}\cdot\text{m})$

对边板  $M_{栏} = \frac{1}{8} \times 0.1 \times 9.7^2 \times 0.40$   
 $= 0.47\text{tf}\cdot\text{m} (4.61\text{kN}\cdot\text{m})$

四分点 对中板  $M_{栏} = \frac{3}{32} \times 0.1 \times 9.7^2 \times 0.291$   
 $= 0.257\text{tf}\cdot\text{m} (2.52\text{kN}\cdot\text{m})$

$M_{栏} = \frac{3}{32} \times 0.1 \times 9.7^2 \times 0.40$   
 $= 0.353\text{tf}\cdot\text{m} (3.46\text{kN}\cdot\text{m})$

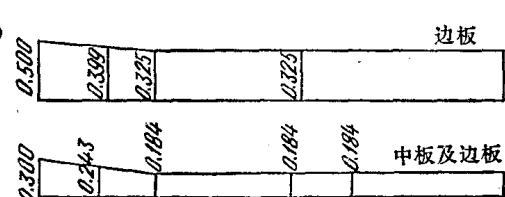
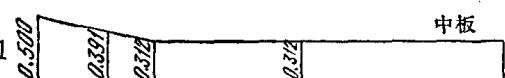
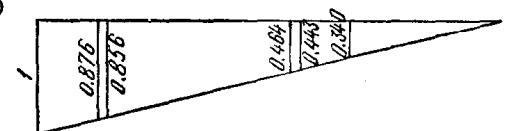
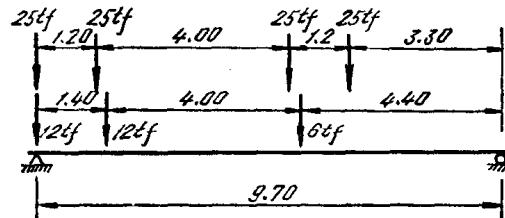


图 1-8

尺寸单位：米

因为栏杆荷载很小，且均布于全跨，因此可粗略地考虑在支点处的荷载横向分布系数仍和跨中一样，因此，

对于中板  $Q_0 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 9.7 \times 0.291 = 0.141\text{tf} (1.38\text{kN})$

$$\text{对于边板 } Q_0 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 9.7 \times 0.400 = 0.194 \text{tf (1.90kN)}$$

#### (四) 内力汇总

表1-6

板位		中 板				边 板			
内 力		$M_{0.5t}$ t·m, (kN·m)	$M_{0.25t}$ t·m, (kN·m)	$Q_0$ t,(kN)	$Q_{0.5t}$ t,(kN)	$M_{0.5t}$ t·m, (kN·m)	$M_{0.25t}$ t·m, (kN·m)	$Q_0$ t,(kN)	$Q_{0.5t}$ t,(kN)
项 目									
先 加 恒 载	(1)	12.74 (124.8)	9.55 (93.6)	5.25 (51.5)	0 0	14.07 (137.8)	10.55 (103.4)	5.80 (56.8)	0 0
汽车-20级	(2)	18.46 (181.3)	14.91 (146.2)	12.35 (121.1)	3.65 (35.8)	19.23 (188.8)	15.53 (152.2)	12.48 (122.4)	3.80 (37.3)
挂车-100	(3)	21.51 (211.0)	18.71 (183.5)	16.52 (162.1)	4.03 (39.5)	21.51 (211.0)	18.71 (183.5)	16.52 (162.1)	4.03 (39.5)
后 加 恒 载	(4)	0.34 (3.4)	0.26 (2.5)	0.14 (1.4)	0 0	0.47 (4.6)	0.35 (3.5)	0.19 (1.9)	0 0
(1)+(2)+(4)	(5)	31.54 (309.5)	24.72 (242.3)	17.74 (174.0)	3.65 (35.8)	33.77 (331.2)	26.43 (259.1)	18.47 (181.1)	3.80 (37.3)
(1)+(3)+(4) 1.25	(6)	27.67 (271.4)	22.82 (223.7)	17.53 (172.0)	3.22 (31.7)	28.84 (282.7)	23.69 (232.3)	18.01 (176.6)	3.22 (31.7)
控制设计值	(7)	31.54 (309.5)	24.72 (242.3)	17.74 (174.0)	3.65 (35.8)	33.77 (331.2)	26.43 (259.1)	18.47 (181.1)	3.80 (37.3)

注：1.表中( )中的数值为国际单位制计算结果；

2.第(6)行中除1.25，表示用附加组合计算时，混凝土和钢筋的容许应力可提高25%。

## 五、钢筋估算和正应力验算

$$\text{最大设计弯矩 } M_{0.5t} = 33.77 \text{tf} \cdot \text{m (331.2kN} \cdot \text{m)}$$

$$M_{0.25t} = 26.43 \text{tf} \cdot \text{m (259.1kN} \cdot \text{m)}$$

估计钢筋截面积，是一种粗略的计算，所以，可以把7厘米厚的桥面板作为整个混凝土的抗压区域，而忽略其它应力较小部分的抗压作用。

尽管我们所设计的是“空心板”梁桥，但就其工作性能而言是属于梁的结构，因此，钢筋的布置，要符合《桥规》有关梁的构造要求，梁内主钢筋至梁底面的净距应不小于3厘米。现初设钢筋直径为 $\text{#20}$ （外径22毫米），则主筋中心离梁底面的距离为4.1cm，梁的有效高度为 $55 - 4.1 = 50.9\text{cm}$ 。所以，内力矩臂长 $z$ 为

$$z = h_0 - 7.00/2 = 50.9 - 3.5 = 47.4\text{cm}$$

跨中所要求钢筋截面积为

$$A_g = \frac{M_{0.5t}}{[\sigma_g] \cdot z} = \frac{3377000}{1850 \times 47.4} = 38.51\text{cm}^2$$

选用6 $\text{#22}$ 和5 $\text{#20}$

$$A_g = 22.81 + 15.70 = 38.51\text{cm}^2 \text{ (与要求刚好符合)。}$$

1/4跨处所要求的钢筋截面积为

$$38.51 \times \frac{M_{0.25t}}{M_{0.5t}} = 38.51 \times \frac{26.43}{33.77} = 30.14\text{cm}^2$$

考虑在1/4跨处已有两根 $\text{#}22$ 的钢筋弯起，余下钢筋截面积为 $15.20 + 15.70 = 30.70 > 30.14 \text{cm}^2$ ，故与要求符合，但需进一步验算。

按《桥规》所规定的主筋间距的要求，上面所选用的钢筋数量，可以布置在一层。因此，实际钢筋中心至梁底的距离为 $3.0 + 2.4/2 = 4.20 \text{cm}$ ，而梁的实际有效高度为 $55 - 4.2 = 50.80 \text{cm}$ 。

在应力验算时，换算截面中性轴的位置务求正确，但是，板的受压翼缘的形状特殊，准确的计算是繁琐的。因此，我们采用近似计算方法。

初设截面由7cm厚的桥面板和钢筋组成，其中性轴离上翼缘的距离，很容易按下式计算出来。

设 $t$ 为板厚，则

$$\begin{aligned} x &= \frac{nA_g \cdot h_0 + bt^2/2}{nA_g + bt} = \frac{385.1 \times 50.8 + 93 \times 7^2/2}{385.1 + 93 \times 7} \\ &= \frac{19563 + 2279}{385.1 + 651} = \frac{21842}{1036} = 21.08 \text{cm} \end{aligned}$$

这个结果显然是粗糙的，但离精确位置不可能很远。现在我们可以把 $x = 21.08 \text{cm}$ 范围内的肋板截面积 $(8 + 8 + 10)(21.08 - 7) = 366 \text{cm}^2$ 考虑进去，其对板上缘增加的静矩 $\Delta S$ 为 $366 \times (21.08 + 7)/2 = 5139 \text{cm}^3$ ，因此

$$x = \frac{21842 + \Delta S}{1036 + \Delta F} = \frac{21842 + 5139}{1036 + 366} = \frac{26981}{1403} = 19.24 \text{cm}$$

在计算的中和轴位置变动不大时，截面的计算惯性矩 $I$ 的变动可以忽略。但是对抗弯模量 $W$ 来说，变动并不很小。当 $x = 21.08 \text{cm}$ 时，混凝土的压应力比 $x = 19.24 \text{cm}$ 大10%左右，相反，钢筋应力却小6%左右。然而， $x = 19.24 \text{cm}$ 仍是一个近似值。

除了7cm厚的桥面板和厚度为 $8 + 8 + 10 \text{cm}$ 的板肋外，还可以把其余的截面积考虑进去。这些面积一方面离中和轴近，抗压作用不大；另一方面形状复杂而计算繁琐。所以，可在方格图纸上直观地将曲边三角形当作边长为9cm的直角三角形（图1-9）。这样，受压区域增加的截面积 $\Delta F = 2 \times 3 \times 3.5/2 + 4 \times 9^2/2 = 10.5 + 162 = 172.6 \text{cm}^2$ ，对板上缘所增加的静矩 $\Delta S = 10.5 \times 8 + 162 \times 10 = 84 + 1620 = 1704 \text{cm}^3$ 。当取 $x = 19.24 \text{cm}$ ，板面积为 $26(19.24 - 7) = 318$ ，对上缘的静矩 $318 \times 13.12 = 4172 \text{cm}^3$ 。

因此

$$x \approx \frac{21842 + 4172 + 1704}{1036 + 318 + 172.5} = \frac{27718}{1526.5} = 18.16 \approx 18.2$$

按曲边三角形计算面积和静矩所得到的 $x = 18.0 \text{cm}$ 。可见上述结果已达到相当精确的程度，应力误差不超过1%。

中和轴的位置尽可能精确一些，如果按有些计算书计算到 $x = 21.1 \text{cm}$ 为止，其混凝土应力的计算误差达17%，而钢筋应力的计算误差达-10%。如果计算到 $x = 19.24 \text{cm}$ 为止，两者应力的计算误差也分别有+7%和-4%。

当 $x = 18.2 \text{cm}$ 求出后，可按表1-7计算换算截面惯性矩 $I$ 。

钢筋应力

$$\sigma_g = n \cdot \frac{M \times 32.6}{J} = \frac{10 \times 3377000 \times 32.6}{577500} = 1906 \text{kgf/cm}^2 (187 \cdot 10^3 \text{kPa})$$

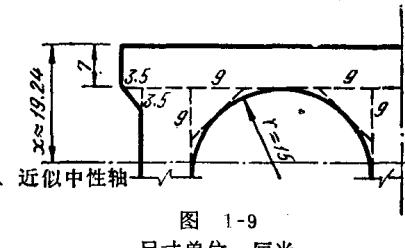


图 1-9  
尺寸单位：厘米

表1-7

项 目	换算截面积 $A_i$ (cm <sup>2</sup> )	换算截面对中和轴距离 $x_i$ (cm)	$x_i^2$ (cm <sup>2</sup> )	$A_i$ 对本截面形心的 惯性矩 $I_0$ (cm <sup>4</sup> )	$A_i \cdot x_i^2$ (cm <sup>4</sup> )	$A_i$ 对中和轴之 惯性矩 $I_i$ (cm <sup>4</sup> )
钢 筋	385.1	$50.8 - 18.2 = 32.6$	1063	$\approx 0$	409360	409360
7cm桥面板	651	$18.2 - 3.5 = 14.7$	216	$\frac{1}{12} \times 93 \times 7^3 = 2658$	104620	143280
(8+8+10) cm宽的板肋	$26 \times 11.2 = 291$	$11.2/2 = 5.6$	31.4	$\frac{1}{12} \times 26 \times 11.2^3 = 3044$	9140	12180
小 三 角 形 (二 块)	10.5	$18.2 - 8 = 10.2$	104	$\approx 0$	1090	1090
曲边三角形 (四 块)	162	$18.2 - 10 = 8.2$	67.2	$\frac{4}{36} \times 9^4 = 729$	10890	11619

$$\Sigma I = 577500 \text{ cm}^4$$

### 混凝土应力

$$\sigma = \frac{3377000 \times 18.2}{577500} = 106.4 \text{ kgf/cm}^2 (10.43 \cdot 10^3 \text{ kPa})$$

计算表明，钢筋应力超过其容许值  $1850 \text{ kgf/cm}^2 (181.4 \cdot 10^3 \text{ kPa})$  的 3.0%，按设计习惯，未超过 5% 者，勉强通过。而混凝土应力则未超过容许值  $130 \text{ kgf/cm}^2 (12.75 \cdot 10^3 \text{ kPa})$ 。

四分跨处的应力验算，与上述相同。在此处已有 2 亾 22 钢筋弯起。

中性轴位置，当仅考虑桥面板和钢筋截面积时，

$$x = \frac{307 \times 50.8 + 2279}{307 + 651} = \frac{17879}{958} = 18.7 \text{ cm}$$

如将板肋考虑进去  $\Delta F = (18.7 - 7) \times 26 = 304 \text{ cm}^2$

$$\Delta S = 304 \times 25.7/2 = 3910 \text{ cm}^3$$

$$x = \frac{17879 + 3910}{958 + 304} = \frac{21789}{1262} = 17.27 \text{ cm}$$

最后将其它面积考虑进去， $\Delta F = 172.5 \text{ cm}^2$ ， $\Delta S = 1704 \text{ cm}^3$ ，其时板肋面积为  $26 \times 10.27 = 267 \text{ cm}^2$ ，静矩为  $267 \times 12.135 = 3240 \text{ cm}^3$ ，因此

$$x = \frac{17879 + 3240 + 1704}{958 + 267 + 172.5} = \frac{22823}{1397.5} = 16.33 \text{ cm}$$

换算截面惯性距计算见表1-8。

表1-8

项 目	换算截面积 $A_i(\text{cm}^2)$	$x_i$ (cm)	$x_i^2$ (cm <sup>2</sup> )	$I_0$ (cm <sup>4</sup> )	$A_i x_i^2$ (cm <sup>4</sup> )	$I_i$ (cm <sup>4</sup> )
钢 筋	307	$50.8 - 16.33 = 34.47$	1188	$\approx 0$	364716	364716
桥 面 板	651	$16.33 - 3.5 = 12.83$	165	2658	107420	110080
板 肋	$26 \times 9.33 = 243$	4.67	21.8	1760	5300	7060
小 三 角 形 (二 块)	10.5	$16.33 - 8 = 8.33$	69.4	$\approx 0$	730	730
曲边三角形 (四块)	162	$16.33 - 10 = 6.33$	40.1	1090	6500	7596

$$\Sigma I = 490200 \text{ cm}^4$$

## 钢筋应力

$$\sigma_a = \frac{10 \times 2643000 \times 34.47}{490200} = 1858 \text{kgf/cm}^2 (182.1 \cdot 10^3 \text{kPa})$$

## 混凝土应力

$$\sigma = \frac{2643000 \times 16.33}{490200} = 88 \text{kgf/cm}^2 (8.63 \times 10^3 \text{kPa})$$

计算表明，钢筋应力略有超过，而混凝土应力远小于容许值。

## 六、剪应力验算

最大剪力 跨中 3.8tf (37.3kN)

支点 18.47tf (181.1kN)

在剪应力验算时，板肋的厚度  $b$  应取中性轴以下（受拉区）最小的肋厚，即  $b = 8 + 8 + 10 = 26 \text{cm}$

### 1. 跨中截面的剪应力

跨中截面的换算惯矩  $I = 577500 \text{cm}^4$ ,  $S = 385.1 \times 32.6 = 12554 \text{cm}^3$ , 因此，内力距的力臂长为

$$z = \frac{I}{S} = 577500 / 12554 = 46.00 \text{cm}$$

剪应力  $\tau = 3800 / (26 \times 46.00) = 3.18 \text{kg/cm}^2 (311 \text{kPa})$  小于容许剪应力  $[\sigma_{st}] = 8.5 \text{kgf/cm}^2 (833 \text{kPa})$

### 2. 支点截面的剪应力

设支点截面保持有4#20的钢筋通过，其钢筋截面积为  $12.56 \text{cm}^2$ 。由于钢筋截面积减少，中性轴将上升。初步估计中性轴的位置

$$x = \frac{125.6 \times 50.8 + 2279}{125.6 + 651} = \frac{8660}{776.6} = 11.15 \text{cm}$$

已接近矩形截面中性轴的位置  $x = 10.46 \text{cm}$  ( $\mu = 12.56 / 50.8 \times 93 = 0.266\%$ , 查表  $\alpha = 0.206$ ,  $x = 0.206 \times 50.8 = 10.46 \text{cm}$ )。因此，内力矩的力臂长可以认为是

$$z = 50.8 - x/3 = 50.8 - 3.49 = 47.3 \text{cm}$$

剪应力  $\tau = 18470 / (26 \times 47.3) = 15.02 \text{kgf/cm}^2 (1.472 \times 10^3 \text{kPa})$  未超过容许值  $[\tau_{st}] = 21 \text{kgf/cm}^2 (2.058 \times 10^3 \text{kPa})$ 。

### 3. 应力图及其面积

剪应力图形如图1-10所示，其总面积为

$$A = \frac{1}{2} (15.02 + 3.18) \times 485 \\ = 4414 \text{kgf/cm} (4324 \text{kN/m})$$

现分配如下：

(1) 箍筋按构造设置时，由混凝土承受部分  $a_1$ 。

按《桥规》规定，该部分剪应力应不大于  $[\sigma_{st}] / 2 = 4.25 \text{kgf/cm}^2 (417 \times 10^3 \text{kPa})$ ，且  $a_1 \leq 0.2A = 882.8 \text{kgf/cm} (865 \text{kN/m})$  根据前一条件确定  $a_1$  范围。按三角形相似关系

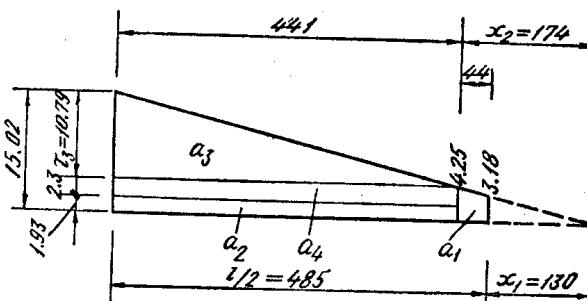


图 1-10  
尺寸单位：厘米

$$\frac{x_1}{3.18} = \frac{485}{15.02 - 3.18} = 40.96, \quad x_1 = 130.3\text{cm} \approx 130\text{cm}$$

当  $\tau = [\sigma_{z1}] / 2 = 4.25$  时,

$$\frac{x_2}{4.25} = 40.96, \quad x_2 = 174.1\text{cm} \approx 174\text{cm}$$

故  $a_1$  沿跨径的长度为  $174.1 - 130.3 = 44\text{cm}$

$$a_1 = \frac{1}{2}(4.25 + 3.18) \times 44 = 163.5\text{kgf/cm} (160.2\text{kN/m}) < 0.2A$$

(2) 其它由混凝土承受部分  $a_2$

按《桥规》规定, 该部分应不大于  $0.2(A - a_1)$ 。其长度为  $485 - 44 = 441\text{cm}$ , 而  $0.2(A - a_1) = 0.2(4414 - 163.5) = 850.1\text{kg/cm}$  ( $834\text{kN/m}$ )。其时, 相当的剪应力值为  $850.1 / 441 = 1.93\text{kg/cm}^2$  ( $189\text{kPa}$ )。

(3) 由斜筋承受部分  $a_3$

《桥规》规定, 该部分不小于  $0.7(A - a_1 - a_2) = 0.7(4414 - 163.5 - 850.1) = 2380\text{kgf/cm}$  ( $2331\text{kN/m}$ )

因为  $\frac{1}{2}(15.02 - 4.25) \times 441 = 2375\text{kg/cm} < 2380\text{kg/cm}$ , 故  $a_3$  为一梯形, 鉴于  $2375 \approx 2380$ ,

故相应于  $a_3$  的支点剪应力为

$$\frac{1}{2}\tau_3 \cdot 441 = 2380 \quad \therefore \tau_3 = 10.79\text{kgf/cm}^2 (1.057 \cdot 10^3\text{kPa})$$

(4) 由箍筋承受部分  $a_4$

《桥规》规定,  $a_4 = 4414 - (a_1 + a_2 + a_3) = 4414 - (163.5 + 850.1 + 2380) = 1020.4\text{kg/cm}$  ( $998.8\text{kN/m}$ )

#### 4. 斜筋和箍筋

$$a_3 = 2380\text{kgf/cm}$$
 ( $2331\text{kN/m}$ )

要求斜筋截面积

$$A_g = 2380 \times 26 / 1850 \times \sqrt{2} = 23.66\text{cm}^2$$

按国际单位制计算

$$A_g = 233.1 \times 10^3 \times 26 / (181.4 \times 10^3 \times \sqrt{2}) = 23.63\text{cm}^2$$

现有 6 Ⅱ22 和 1 Ⅲ20 的主筋弯起, 其截面积为  $22.81 + 3.14 = 25.95\text{cm}^2$ 。尽管总的斜筋截面积足够, 但考虑到《桥规》有关斜筋的构造要求, 故仍需设置若干附加斜筋和两次弯起的主钢筋。关于斜筋布置从略。

设采用 4 支  $\phi 8$  @ 30cm 的箍筋,  $A_g = 2.01\text{cm}^2$ , 则能承受剪应力  $2.01 \times 1350 / (30 \times 26) = 3.48\text{kgf/cm}^2$  [ $341 \cdot 10^3\text{kPa}$ ]。在 441cm 范围内所能承受的剪力为  $3.48 \times 441 = 1535\text{kg/cm}$ , 大于  $a_4 (= 1020.4\text{kgf/cm})$ , 故可用。

## 七、分布钢筋

《桥规》规定, 桥面板内垂直于主筋的分布钢筋, 其截面积在单位长度上不少于单位长度上主筋截面积的 15%。在所有主钢筋的弯折处, 均应设置分布钢筋。在受力钢筋直线段