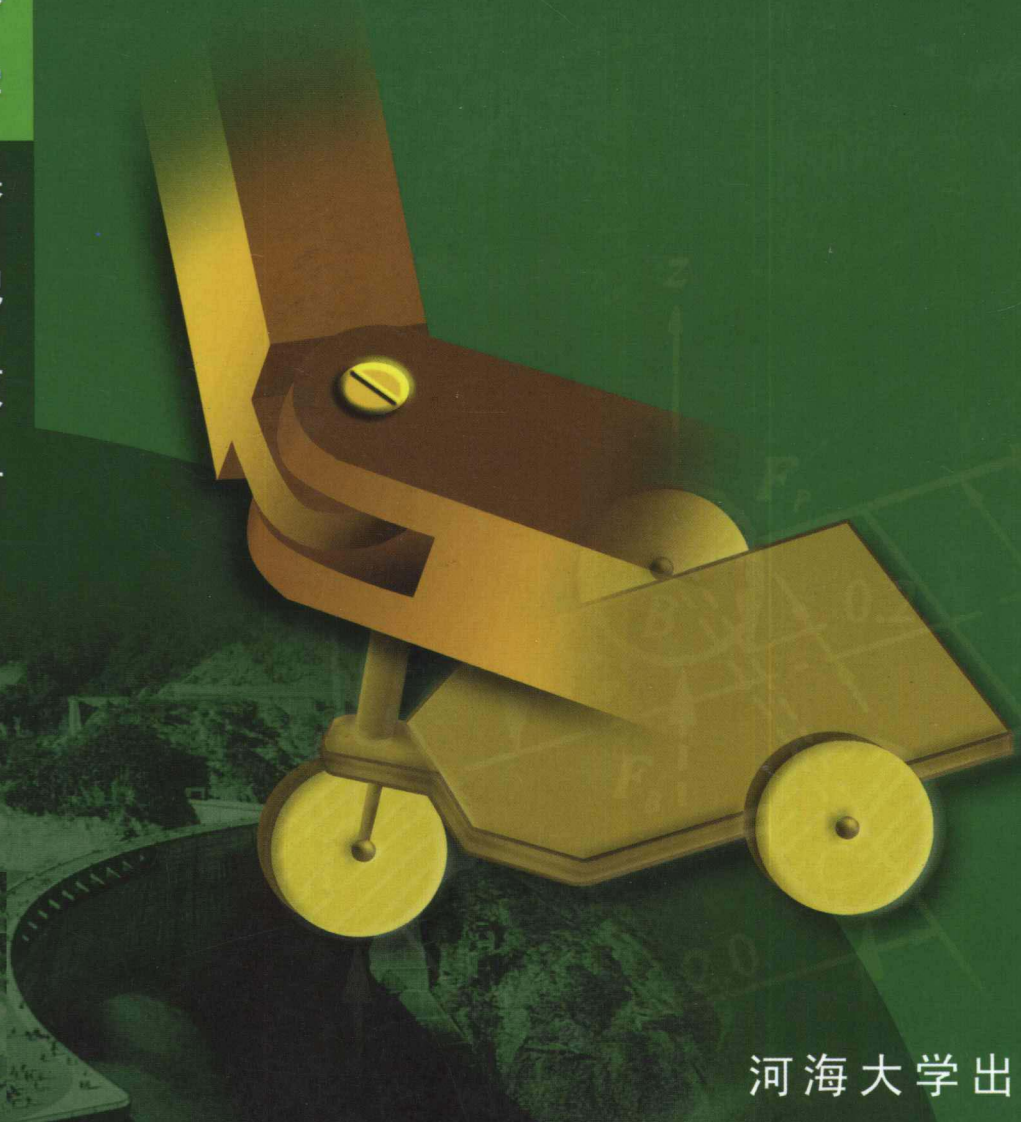


工 程 力 学 教 程 之 一

工
科
力
学
课
程
教
学
基
地
教
材

静力学 基础

武清玺 陆晓敏



河海大学出版社

18/

工科力学课程教学基地教材

0312
wjs

工程力学教程之一

静力学基础

武清玺 陆晓敏

河海大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

静力学基础/武清玺,陆晓敏.—南京:河海大学出版社,2001.8

ISBN 7-5630-1672-4

I. 静... II. ①武...②陆... III. 静力学-高等学校-教材 IV. 0312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 055643 号

出 版	河海大学出版社
地 址	南京市西康路 1 号(邮编: 210098)
电 话	(025) 3737852(总编室) (025) 3722833(发行部)
经 销	江苏省新华书店
印 刷	丹阳教育印刷厂
开 本	787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张	12.00
字 数	289 000
版 次	2001 年 8 月第 1 版
印 次	2001 年 8 月第 1 次
定 价	21.00 元

序

本教程是河海大学承担教育部《面向 21 世纪力学系列课程内容和课程体系改革的研究与实践》教改项目和《国家级力学教学基地》建设项目研究的成果。该教程以优化高校工科土木、水利类专业的固体力学系列课程知识结构为目标,按照“重组基础、反映现代、融入前沿、综合交叉”原则,建立由系列模块组成有机联系的一体化力学课程新体系。原有土木、水利类专业设立的 4 门力学课程(即理论力学、材料力学、结构力学及弹性力学),由于自成系统、各自为政,缺乏沟通和整合,存在知识结构中不该有的割裂或不必要的重复现象,现代信息和应用实践也较薄弱,不利于进行完整的力学素质教育和创造性思维的培养。本教程按新组建的课程体系分为 7 门:静力学基础、动力学基础、材料力学、结构静力学、结构动力学、弹性力学基础、计算力学基础等,依序编为高校工科教材——工程力学教程之一到之七。

由新体系组建的工程力学教程具有以下一些特点:

(1) 本教程体系采用了小型模块化和分层系列化的结构,精化了基础,增加了组合的灵活性,便于适应不同专业、不同层次的要求。

本教程将静力问题和动力问题分别设置模块集中论述,使教材内容紧凑、重点突出,避免不必要的重复;同时又将静定问题和超静定问题以及结构分析的经典理论和现代发展的电算方法分别设置在不同模块,以便循序渐进地安排教学内容,使该教程的层次分明,条理清晰,前后连贯,易为读者掌握。

本教程涵盖了不同性质固体(刚体和变形体)、不同形体结构(杆件、杆系和实体结构)的力学分析问题,加强了不同研究对象的各门课程之间的共性联系,又突出了各自的个性差异,有利于学生整体力学素质的提高和创新能力的培养。

本教程以基础力学为主体内容,这部分内容通过反复精选,力求突出基础力学的精华,可以保持内容的相对稳定性。另一些内容则是根据水利、土木类专业的需求而编写的应用性基础内容。这部分内容着眼于加强力学素质教育和应用能力的培养,力求融入现代信息、扩大视野、余留思维空间。因此,根据不同的教学要求,可由本教程各模块适当组合,得到合适的课程体系教材。

(2) 本教程内容的选取和组织体现了整体力学知识的融会贯通和整合优化,既强化了力学知识的完整性,又达到了精减篇幅、提高效率的目的。

新教程中对于力学中一些重要的概念、原理和方法的论述按照其内涵的完整性和外延的逻辑性进行有机的贯通连接、交叉融会和整合优化。例如书中将考察体的平衡概念、平衡条件以及静定问题的求解等内容统一在本教程之一《静力学基础》中作严密完整的阐述,实现了刚体和变形体平衡问题的连贯以及各类静定问题求解条件和方法的统一。又如结构分析理论的平衡律、协调律和本构律等三大定律的提出、相应方程的建立和应用等始终贯穿于不同形体结构问题的分析求解全过程,既突出了工程力学中这一最重要、最基本的理论工

具,又强化了对工程力学问题的求解能力和正确思维方法的培养与训练。本教程中有关虚位移原理、质量几何与面积几何以及静、动力学等内容也体现了其贯通性和统一化。

(3) 本教程中内容的阐述方法不囿于一种模式。对于基本概念的提高和分析计算模型的建立等一类不易理解的内容,采用从特殊到一般的方法论述;对于有关力学的理论分析和推导公式等一类比较严密的数学性较强的内容,则采用从一般到特殊的方法演示,并留下一些内容给读者练习。这种因问题不同而采用不同的叙述、展开方式既体现了认识论的规律,又有利于培养抽象思维、逻辑推理的能力,还可提高授课的质量和效率。与过去传统教材相比,新教程的起点是提高了。

(4) 本教程刻意加强了工程概念、实验和上机计算等实践性内容,并增添了一些现代知识、实验技术和教学软件(本教程各门课的计算程序集中在“工程力学教程计算软件”光盘内),以便强化学生的工程应用、创造性思维和动手能力,提高学生的综合素质。

本教程的编写工作是由河海大学国家力学教学基地的教师们合作分工完成,并由主编统一协调定稿的。各模块的编者分别为:《静力学基础》为武清玺和陆晓敏;《动力学基础》为武清玺、许庆春和赵引;《材料力学》为徐道远、黄孟生、朱为玄和王向东;《结构静力学》为蔡新和孙文俊;《结构动力学》为张子明、杜成斌和江泉;《弹性力学基础》为陈国荣;《计算力学基础》为杨海霞、章青和邵国建。本教程由卓家寿、孙文俊和张子明任主编。

本教程由教育部基础力学课程指导小组组织专家评审,参加审稿的专家有胡增强教授、王鑫伟教授、赵光恒教授、余颖禾教授、单建教授等。以上专家们提出的宝贵审稿意见,为本书的修改起了重要的指导作用。特别要提出的是教育部基础力学课程指导小组组长范钦珊教授多次审阅了本书稿,提出了指导性的意见,为本书的定稿起了很大的作用。在此特向他们致以诚挚的谢意。

由于水平所限、时间匆忙,书中肯定存在不少缺陷和差错,敬请读者不吝指正。

卓家寿 孙文俊 张子明

2001年8月

目 录

第一篇 刚体静力学

第一章 绪 论	(3)
§ 1-1 静力学的研究对象及任务	(3)
§ 1-2 工程实际问题的简化及力学模型的建立	(4)
§ 1-3 结构的构件与分类	(5)
第二章 基本概念及基本原理	(7)
§ 2-1 力的概念	(7)
§ 2-2 静力学基本原理	(9)
§ 2-3 力的分解与力的投影	(10)
§ 2-4 力 矩	(11)
§ 2-5 力 偶	(16)
§ 2-6 约束与约束反力	(17)
§ 2-7 计算简图和示力图	(25)
思考题	(31)
习 题	(31)
第三章 力系的等效简化	(36)
§ 3-1 力系的分类	(36)
§ 3-2 力的平移定理	(40)
§ 3-3 力系的简化	(41)
§ 3-4 重心和形心	(50)
§ 3-5 平行分布力的简化	(53)
思考题	(56)
习 题	(56)
第四章 力系的平衡	(62)
§ 4-1 汇交力系的平衡	(62)
§ 4-2 力偶系的平衡	(64)
§ 4-3 任意力系的平衡	(65)
§ 4-4 静定与超静定问题 物体系统的平衡问题	(70)
思考题	(75)
习 题	(75)
第五章 摩擦及有摩擦的平衡问题	(86)
§ 5-1 引 言	(86)

§ 5-2 滑动摩擦	(87)
§ 5-3 滚动摩擦	(93)
思考题	(96)
习 题	(97)

第二篇 变形体静力学基础

第六章 杆件的内力与内力图	(103)
§ 6-1 内力的概念	(103)
§ 6-2 轴力及轴力图	(104)
§ 6-3 扭矩与扭矩图	(108)
§ 6-4 剪力和弯矩	(110)
思考题	(123)
习 题	(123)
第七章 静定结构的内力计算	(128)
§ 7-1 杆件结构的分类及静定结构的分析方法	(128)
§ 7-2 静定平面刚架	(130)
§ 7-3 三铰拱	(139)
§ 7-4 静定桁架	(146)
§ 7-5 静定组合结构	(153)
§ 7-6 静定结构的特性	(156)
思考题	(159)
习 题	(159)
附录 A 静力学内、外约束力计算程序(光盘)	(166)
附录 B 梁的内力计算程序(光盘)	(172)
习题参考答案	(176)
参考文献	(182)

第一篇 刚体静力学

物体受到力的作用,机械运动状态要发生变化,同时物体形状也会发生改变。平衡是物体运动状态的一种特殊情况,在一般工程问题中,平衡是指物体相对于地球的静止。物体受力的平衡问题是工程力学中首先研究的最基本的问题。研究这个问题时,如果同时考虑物体变形引起的物体上点和力的位置的改变对平衡的影响,则会使问题变得十分复杂,不利于揭示物体平衡的基本规律,而且这种做法也是没有必要的。因为,在工程实际中,大多数结构物在正常工作状态下变形通常很小,如果忽略其变形,将物体看作是不变形的“刚体”来考虑平衡问题完全能够满足工程精度要求。因此,在研究物体受力平衡问题时,将采用研究对象为刚体的假设来建立力学模型。本篇的内容就是研究刚体在静力作用下的平衡问题,称为刚体静力学,也简称为静力学。

实际物体都是可以变形的,属于变形体。当变形体处于平衡时,可以将其刚体化而不改变其平衡状态。这就是说,平衡的变形体上所受的力仍然必须满足刚体静力学中的平衡条件。因此,刚体静力学有着广泛的应用范围。

本章明确了静力学研究的对象和任务,对于工程实际问题,首先应抓住其主要矛盾,进行科学抽象与合理简化,以建立用于进一步分析的力学模型;在建立力学模型时,实际物体可抽象成为质点或刚体,并根据每个物体的几何形状,分别简化为杆、板、壳或块体。本书主要研究物体的受力分析和力系等效简化的方法;力系的平衡条件及其应用;杆件与杆系结构的内力计算。板、壳和块体结构的内力分析超出了本书的要求,这部分内容将在后继课程中讲述。

绪 论

§ 1-1 静力学的研究对象及任务

§ 1-2 工程实际问题的简化及力学模型的建立

§ 1-3 结构的构件与分类

§ 1-1 静力学的研究对象及任务

静力学主要研究物体在力的作用下的平衡问题。

平衡是机械运动的一种特殊情形,即物体相对于惯性坐标系^①处于静止状态或作匀速直线运动的情形。在一般工程问题中,所谓平衡则是指相对于地球的平衡,特别是指相对于地球的静止。实践证明,对于这些问题,应用静力学的理论来解答,得到的结果是足够精确的。

对多数工科专业的学生来说,静力学是从纯数理学科过渡到专业学科过程中要学习的与工程技术有关的第一门力学课程。在这里,我们将接触到一些不太复杂的工程问题,通过学习,可初步懂得怎样将工程问题简化,并应用基本原理和方法来解决问题。静力学不但在实际工程中有广泛应用,而且是学习许多后继课程(如材料力学、结构力学、弹性力学等)的基础。

通常,作用于物体的力都不止一个而是若干个,这若干个力总称为力系(force system)。作用线位于同一平面内的力系称为平面力系(force system in a plane),否则称为空间力系(force system in space)。如果一个力系作用于某一物体而使它保持平衡,则该力系称为平衡力系(force system of equilibrium)。有时作用于物体上的一个力系可以用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体作用的效应,则这两个力系称为等效力系(equivalent force system)。

^① 惯性坐标系是指适用牛顿定律的坐标系,在动力学里将详细说明。

如果一个力与一个力系等效,则该力称为此力系的**合力**(resultant force),而此力系的各力称为该力的**分力**(component force)。

作用于物体的力系往往较为复杂,在研究物体的运动或平衡问题时,需要将复杂的力系加以简化,然后再讨论物体的运动或平衡规律。因此,静力学主要研究下列问题:

- (1) 物体的受力分析与力系的等效简化;
- (2) 力系的平衡条件及其应用;
- (3) 杆件与杆系结构的内力计算。

在各种工程中都有大量的静力学问题。例如,在土建和水利工程中,用移动式吊车起吊重物时,必须根据平衡条件确定起重量不超过多少才不致翻倒;设计屋架时,必须将所受的重力、风雪压力等加以简化,再根据平衡条件求出各杆所受的力,据以确定各杆截面的尺寸。其他如闸、坝、桥梁等建筑,设计时都须进行受力分析,以便得到既安全又经济的设计方案,而静力学理论则是进行受力分析的基础。在机械工程中,进行机械设计时,也往往要应用静力学理论分析机械零、部件的受力情况,作为强度计算的依据。对于运转速度缓慢或速度变化不大的零、部件的受力分析,通常都可简化为平衡问题来处理。除此以外,静力学中关于力系简化的理论,将直接应用于动力学中;而且动力学问题也可在形式上变换成为平衡问题,可用静力学理论来求解。可见,静力学理论在生产实践中应用很广,在力学理论上也是很重要的。

§ 1-2 工程实际问题的简化及力学模型的建立

在工程实际问题中,我们所考察的物体有时很复杂,且各自具有一些特性。但是,对于不同的问题,物体的某些特性只是次要因素,可以撇弃,而只考虑它们的某些共性,此即将工程实际问题简化为合理的力学模型。将一个实际问题抽象成为力学模型并不是很容易的事,须要在实践中锻炼和不断提高这方面的能力,一般来说须从三方面加以简化:物体的几何尺寸、受到的约束和承受的荷载(力),简化的方法将在后面章节中叙述,本节仅介绍由实际问题抽象而得到的质点、刚体和质点系三种理想模型。

1. **质点**(particle) 如果一个物体的大小和形状对所讨论的问题无关紧要,可以忽略不计,而只需计其质量,就可将物体作为只有质量没有大小的点则称为**质点**。

2. **刚体**(rigid body) 刚体是指这样一种物体:它的大小和形状对所讨论的问题来说,不能忽略;但它受到力的作用时,大小和形状都保持不变,即不发生**变形**(deformation)。事实上,刚体是不存在的,因为任何物体受力后都将或多或少地发生变形。但在许多情况下,在研究物体的平衡或运动时,变形只是次要因素,可以忽略不计,因而可将物体看作为刚体。

3. **质点系**(particle system) 质点系是相互间有一定联系的一些质点的总称,有时也称为**机械系统**(mechanical system)。刚体可以认为是不变形的质点系。由若干个刚体组成的系统称为**刚体系统**(rigid body system),有时也称为**物体系统**(body system)。

上述几种理想的力学模型,都是客观存在的实际物体的科学抽象,它们并不特指某些具体物体,而是概括了各种物体。不论物体是金属的、木质的、混凝土的或其他材料的,也不论是土建、水利工程中的建筑物构件或机械的零、部件,在研究它们的平衡或运动时,都可作为上述几种模型之一来加以考察,原则上没有什么差别(须要考虑变形者除外)。这是人们认

识深化的结果,也表明了理论的普遍意义。

本书第一篇主要讨论刚体及刚体系统的平衡问题。关于质点的平衡问题,可作为刚体平衡问题的特例而得到解决。本书第二篇将讨论静定结构变形体的平衡问题,所用到的仍然是刚体静力学的平衡条件。事实上,不论物体的变形情况如何,只要它处于平衡状态,作用于它的那些力就必须满足刚体静力学中的平衡条件。

§ 1-3 结构的构件与分类

工程结构(engineering structure)是由工程材料制成的构件,按合理方式组成,能支承荷载,传递力,起骨架作用的整体或某一部分。如厂房、桥梁、码头、闸、坝、飞机、船舶、车辆、起重机等。一个结构又可看成是由一个或若干个部分组成,如图 1-1 所示的厂房,一般由屋架、梁、柱、基础等部分组成。又如图 1-2 所示的门座起重机,一般由臂梁、人字架转台、转轴、门架、平衡梁、运行台车等部分组成。再如一座水闸,一般由底板、闸墩、闸门、启闭台等部分组成。

工程结构的基本构件按几何特征可分为三类。

1. 杆(rod) 一个方向的尺寸比其他两个方向的尺寸大得多的构件称为杆或杆件,如图 1-3(a)所示。杆的几何形状可用一根中心轴线和与中心轴线正交的横截面表示。根据轴线的形状,可分为直杆和曲杆;根据横截面沿轴线变化的情况,可分为等截面杆和变截面杆。例如组成屋架的杆多为等截面直杆(详见第二章第七节),起重用的吊钩为变截面曲杆。

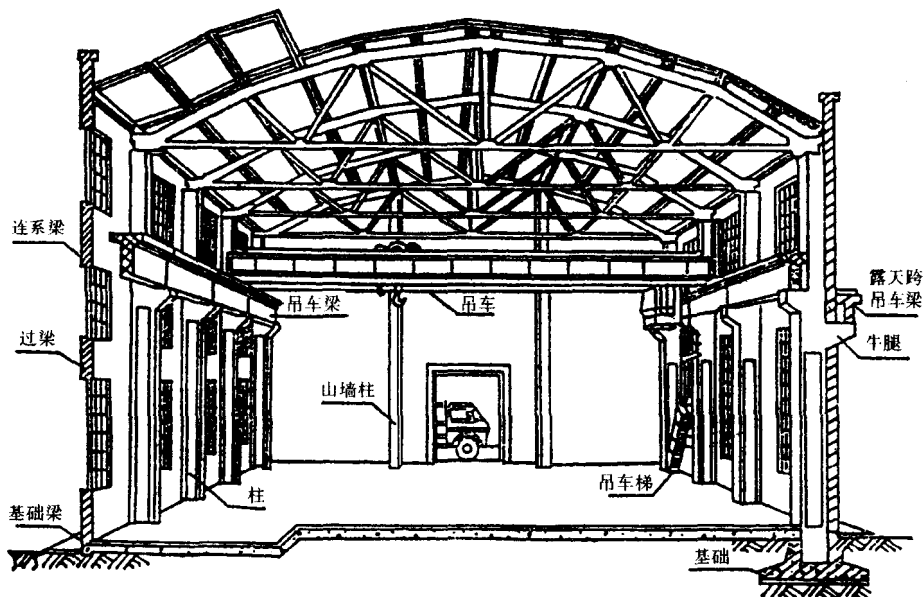


图 1-1 厂房结构

2. **板和壳**(Plate and shell) 一个方向的尺寸(厚度)比其他两个方向的尺寸小得多的构件称为**板**或**壳**。一平分厚度的面称为**中面**(central plane)。当中面为平面时,该构件称为**板**(或**平板**),如图 1-3(b)所示;当中面为曲面时,该构件称为**壳**(或**壳体**),如图 1-3(c)所示。例如楼板为平板,有些建筑物的屋顶为壳体。

3. **块体**(block) 三个方向的尺寸相差不很大的构件称为**块体**。例如机器底座为块体,图 1-3(d)所示的坝体也是块体。

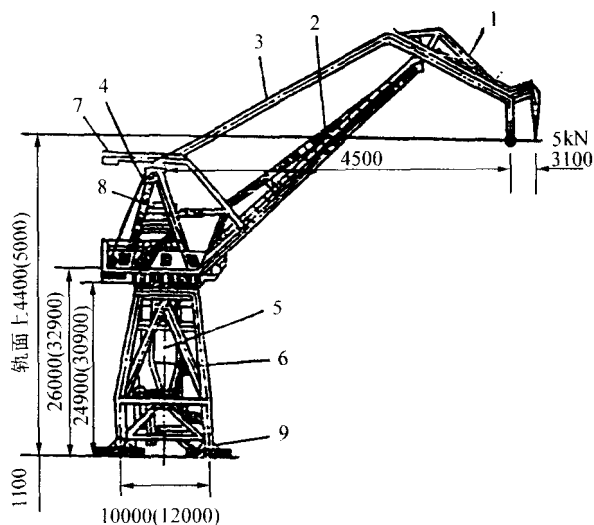


图 1-2 门座起重机

1. 象鼻梁 2. 臂架 3. 大拉杆 4. 人字架转台 5. 转轴
6. 门架 7. 平衡重杠杆 8. 变幅机构 9. 运行台车

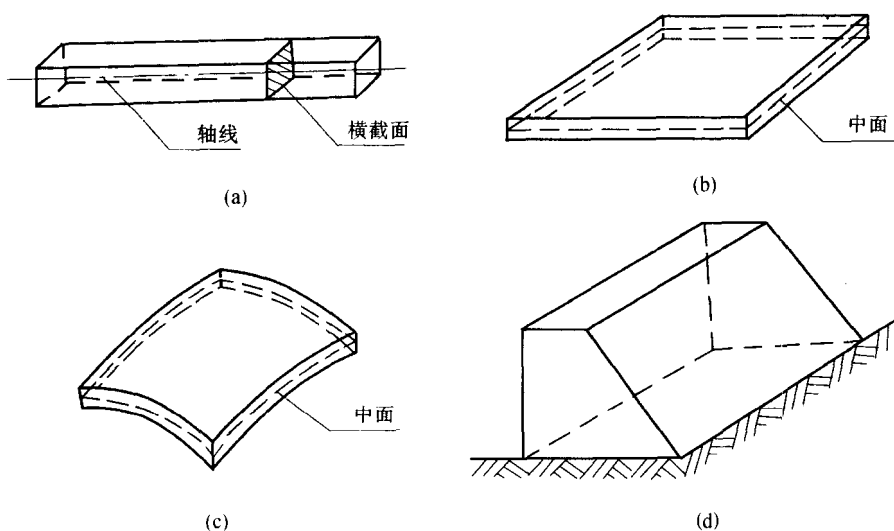


图 1-3 工程结构类型

力与力偶是力学中两个基本物理量,力与力偶使物体产生的运动效应和变形效应是力学分析的基础知识。静力学研究物体在主动力和约束力作用下的平衡问题,通常主动力是已知的,而约束力是要求的,因此,研究工程中常见的约束及产生的约束力,研究如何将工程实际问题简化成为便于分析计算的力学模型是本章的重要内容。



基本概念及基本原理

§ 2-1 力的概念

§ 2-2 静力学基本原理

§ 2-3 力的分解与力的投影

§ 2-4 力 矩

一、力对一点的矩

二、力对一点的矩的矢积表示

及解析表示

三、力对一轴的矩

四、力对点的矩与对轴的矩的关系

§ 2-5 力 偶

§ 2-6 约束与约束反力

§ 2-7 计算简图和示力图

一、计算简图

二、结构计算简图举例

三、示力图

思考题

习 题

§ 2-1 力 的 概 念

力是物体间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或使物体产生变形。力使物体改变运动状态的效应称为力的**运动效应**(effect of motion),使物体产生变形的效应称为力的**变形效应**(effect of deformation)。力对物体作用的效应取决于力的**三要素**(three elements of a force),即力的大小、方向、作用点。

度量力的大小通常采用国际单位制(SI),力的单位用牛顿(N)或千牛顿(kN)。

力的方向包含方位和指向两个意思,如铅直向下,水平向右等。

作用点指的是力在物体上的作用位置。一般说来,力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。但是,当作用面积小到可以不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点;而这种作用于一点的力则称为**集中力**(concentrated force)。过力的作用点作一直线,使直线的方位代表力的方位,则该直线称为**力的作用线**。

力既具有大小和方向,而又服从矢量的平行四边形法则(下面即将讲到),所以力是矢量(也称向量)。

在图 2-1 中,矢 $\overrightarrow{AB}$ 表示力 F , F 代表 F 的大小^①,而 A 是 F 的作用点, KL 则是 F 的作用线。

实践经验表明,作用于刚体的力可沿其作用线移动而不致改变其对刚体的运动效应(既不改变移动效应,也不改变转动效应)。例如,用小车运送物品时如图 2-2 所示,不论在车后 A 点用力 F 推车,抑或在车前同一直线上的 B 点用力 F 拉车,效果都是一样的。力的这种性质称为力的可传性(transmissibility of a forcer)。由此可见,就力对于刚体的运动效应来说,若已知力的作用线,则力的作用点将不再是重要因素,也就是说,我们只须知道力的作用线,至于作用线上的哪一点是力的作用点,则无关紧要。

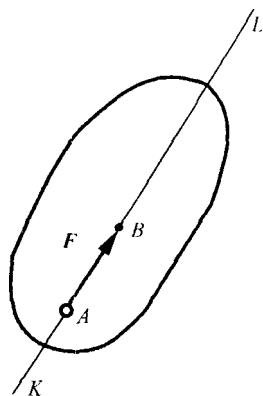


图 2-1 力的作用线



图 2-2 力的可传性

由于力具有可传性,所以力是滑动矢量(sliding vector);用几何方法表示时,可将力矢画在作用线上的任一点。

两个共点力可以合成为一个合力,合成的方法是利用平行四边形法则(parallelogram law),如图 2-3(a)作矢量 $\overrightarrow{AB}$ 及 $\overrightarrow{AD}$ 分别代表力 F_1 及 F_2 ,以 AB 和 AD 为邻边作平行四边形 $ABCD$,则对角线矢 $\overrightarrow{AC}$ 即代表 F_1 与 F_2 的合力 F_R ;力 F_1 及 F_2 则称为 F_R 的分力。

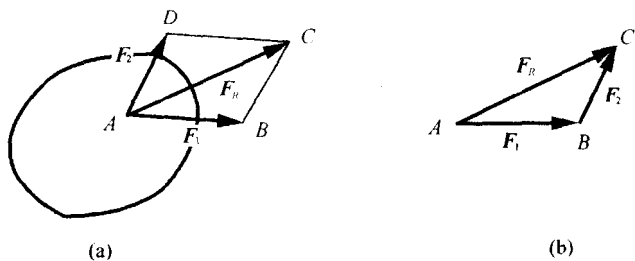


图 2-3 力的合成

平行四边形法则表明,共点的两个力的合力等于这两个力的矢量和,用矢量方程表示,就是

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

自然,合力也作用于两分力的公共作用点 A 。

^① 黑斜体字母均表示矢量,对应的白体字母表示该矢量的模。

有时,我们不用平行四边形法则而用三角形法则(triangle law)求合力的大小和方向:在图 2-3(b)中,作矢 AB 代表力 F_1 ,再从 F_1 的终点 B 作矢 BC 代表力 F_2 ,最后从 F_1 的起点 A 向 F_2 的终点 C 作矢 AC ,则 AC 即为合力 F_R 。但应注意,力三角形只表明力的大小和方向,而不表示力的作用点或作用线。

§ 2-2 静力学基本原理

我们知道,牛顿运动定律是研究物体机械运动一般规律的基础,自然也是研究机械运动的特殊情形——平衡问题的基础。但在这里,我们将不全面讲述牛顿运动定律,而只提出静力学中用到的几个原理。这几个原理,有的就是牛顿定律本身的内容;有的则是可由牛顿定律导出的结论,不过我们在这里将不加证明,而只作为由实践验证的原理提出来。下面就讲述这几个原理。

1. 二力平衡原理(equilibrium principle of two forces) 作用于同一刚体的两个力成平衡的必要与充分条件是:两个力的作用线相同,大小相等,方向相反。

例如,在一根静止的刚杆的两端沿着同一直线 AB 施加两个拉力图 2-4(a)或压力图 2-4(b) F_1 及 F_2 ,使 $F_1 = -F_2$,由经验可知,刚杆将保持静止,既不会移动,也不会转动,所以 F_1 与 F_2 两个力成平衡。反之,如果 F_1 与 F_2 不满足上述条件,即或者它们的作用线不同,或者 $F_1 \neq -F_2$,由刚体将从静止开始运动,就是说,两个力不能平衡。



图 2-4 二力平衡杆件

在土建结构及机械中,常有一些只在两端各受一力作用的直杆,如图 2-4 中的杆 AB ,这种杆件通常称为二力杆。根据二力平衡原理,二力杆平衡时,作用于杆两端的力必须满足作用线相同、大小相等、方向相反的条件。

2. 加减平衡力系原理(principle of added or moved equilibrium force system) 在任一力系中加上一个平衡力系,或从其中减去一个平衡力系,所得新力系与原力系对于刚体的运动效应相同。

这个原理的正确性是显而易见的。因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态,所以,在原来作用于刚体的力系中加上一个平衡力系,或从其中减去一个平衡力系,不致使刚体运动状态发生附加的改变,即新力系与原力系等效。

应用上面两个原理,可从理论上证明力的可传性(请读者自行推证)。

3. 作用与反作用定律(principle of action and reaction) 两物体间相互作用的力(作用力与反作用力)同时存在,大小相等,作用线相同而指向相反。

这一定律就是牛顿第三定律,不论物体是静止的或运动着的,这一定律都成立。这一定律表明,作用力与反作用力是一对矛盾,各以其对立面为自己存在的前提。但应注意,作用力与反作用力是分别作用在两个物体上的。在研究某一物体的运动或平衡时,只应考虑它

所受到的别的物体对它作用的力,而不应考虑它作用于别的物体的力。如图 2-5 中,甲对乙作用一个力 F' ,则乙对甲必同时作用一个力 F ,它们的作用线相同,而且 $F' = -F$ 。力 F 与 F' 互为作用力与反作用力。当研究甲的运动或平衡时,只应考虑 F ,不应考虑 F' ;而当研究乙的运动或平衡时,则只应考虑 F' ,不应考虑 F 。



图 2-5 作用力与反作用力

4. **刚化原理**(principle of rigidization) 如果变形体在某一力系的作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,其平衡状态不变。

此原理建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的联系,它说明了变形体平衡时,作用在其上的力系必须满足把变形体硬化为刚体后刚体的平衡条件。这样,我们就能把刚体的平衡条件应用到变形体的平衡问题中去,从而扩大了刚体静力学的应用范围,这在弹性体静力学和流体静力学中有重要的意义。

应该指出,刚体的平衡条件对于变形体来说,只是必要的,而非充分的。因此,要研究变形体是否平衡,仅有刚体平衡条件是不够的,还需另外附加条件。

§ 2-3 力的分解与力的投影

按照矢量的运算规则,可将一个力分解成两个或两个以上的分力。最常用的是将一个力分解成为沿直角坐标轴 x 、 y 、 z 的分力。设有力 F ,根据矢量分解公式有

$$F = F_x i + F_y j + F_z k \quad (2-1)$$

其中 i 、 j 、 k 是沿坐标轴正向的单位矢量如图 2-6; F_x 、 F_y 、 F_z 分别是力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影。如果已知 F 与坐标轴正向的夹角 α 、 β 、 γ ,则

$$F_x = F \cos \alpha, \quad F_y = F \cos \beta, \quad F_z = F \cos \gamma \quad (2-2)$$

式中的角 α 、 β 、 γ 可以是锐角,也可以是钝角,由夹角余弦的符号即可知力的投影为正或负。有时,若力与坐标轴正向的夹角为钝角,也可改用其补角(锐角)计算力的投影的大小,而根据观察判断投影的符号。

式(2-2)也可写成

$$F_x = F \cdot i, \quad F_y = F \cdot j, \quad F_z = F \cdot k \quad (2-3)$$

就是说,一个力在某一轴上的投影,等于该力与沿该轴方向的单位矢量之标积。这结论不仅适用于力在直角坐标轴上的投影,也适用于在任何一轴上的投影。例如,设有一轴 ξ ,沿该轴正向的单位矢量为 n ,则力 F 在 ξ 轴上的投影为 $F_\xi = F \cdot n$ 。设 n 在坐标系 $oxyz$ 中的方向