

初級中學課本

平面几何

PINGMIAN JIHE

(暫用本)

第一册

人民教育出版社

初級中學課本

平 面 几 何

(暫 用 本)

第 一 冊

北京市書刊出版業營業許可證出字第貳號

人民教育出版社編輯出版(北京景山東街)

河北人民出版社重印

河北省新華書店發行

河北人民出版社印刷廠印刷

統一書號: K7012·1268 字數: 180 千

開本: 850×1168 毫米 1/32 印張: 8¹/₂

1961 年第一版 1963 年第二版

第二版 1963 年 7 月第二次印刷

天津: 70,001—98,000 冊

定價 0.65 元

引 言

在生产劳动中,常常要研究和确定物体的形状、大小和相互的位置关系。例如,制造各种生产工具和生活用具,都要根据它们的不同的用途,确定它们的不同的形状和大小;规划耕地、兴修水利、铺设铁路、建筑厂房,都要考虑最适当的位置。在进一步学习数学、物理以及其他各种科学技术的时候,也经常要接触到各种物体的形状、大小和相互的位置关系。因此,研究物体的形状、大小和相互间的位置关系,可以为进一步学习和参加社会主义建设作好必要的准备。

研究物体的形状、大小和相互间的位置关系的科学叫做几何学。

目 录

引 言

第一章 緒論.....1

I 基本概念.....1

II 直綫.....6

III 圓和弧.....18

IV 角.....21

V 定义、公理、定理.....49

第二章 平行綫.....67

第三章 三角形.....95

I 三角形和它的內角和.....95

II 等腰三角形.....110

III 全等三角形.....123

IV 綫段的垂直平分綫和角的平分綫.....147

V 三角形的作图.....154

VI 三角形的边角关系.....164

第四章 四边 形.....185

I 多边形的內角和.....185

II 平行四边 形.....185

III 几种特殊的平行四边 形.....203

IV 以平行四边形的性质为基础的一些定理.....211

V 梯 形.....223

第五章 多 边 形 的 面 积.....235

第一章 緒論

I 基本概念

1.1 體、面、綫、點

1. 體 我們來看圖 1.1 所示的紙盒、木塊和鐵絲架子，它們的顏色、重量、硬度以及製造它們的材料都不相同，但是它們的形狀和大小相同。

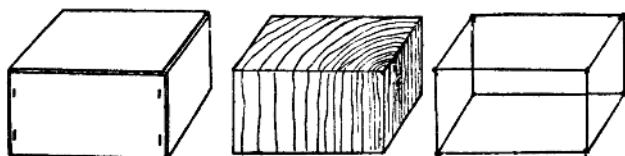


圖 1.1

如果只研究一個物體的形狀和大小，而不考慮它的其他性質，我們就把這個物體叫做**幾何體**，簡稱**體**。

體都有長短、寬狹和高低（厚薄），都占有一定的空間。我們說：

體有長、寬和高。

2. 面 一個長方體的木塊是用它的六個面作為界限的。一個鉛球也是用它的表面作為界限的。

面是體的界限。

面只有長和寬，沒有高。

3. 綫 長方體的每一個面是用它的四條棱來和相鄰接的

• 1 •

面分开的，这四条棱就是这个面的界限。如果把一张白纸上的一部分涂上某种颜色（图 1.2），涂着颜色的部分和白色的部分是由一条封闭的线分开的，这条封闭的线就是这张纸面上涂着颜色的部分的界限。



图 1.2

线是面的界限。

线只有长，没有宽和高。

4. 点 长方体的每一条棱是用它的两个端点来和相邻接的棱分开的，这两个端点就是这条棱的界限。

点是线的界限。

点只有位置，没有大小。

在几何中，用大写字母来表示点。例如，在图 1.3 中，画出了 A 点、B 点、C 点、D 点、E 点。

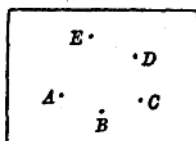


图 1.3

练习

1. 几何学研究的是什么？

2. 在几何学中研究一个物体，我们考虑它下列的哪些性质？

它是绿的，

它是脆的，

它是甜的，

它是球形的，

它的体积是 4 立方分米，它重 3 公斤。

3. 举出一些实例来说明体、面、线、点。

1.2 直线 把一张纸对折过来，折痕成为直线的形状（图 1.4），紧紧拉着的细线也成直线的形状



图 1.4

(图 1.5), 如果把这条細綫放松, 就变成曲綫的形状(图 1.6).



图 1.5



图 1.6

作直綫可以用直尺, 把直尺放在紙上, 沿着直尺的边可以作出直綫.

經過一点可以作无数条直綫, 經過两点就只可以作一条直綫. 这說明了直綫有下面的性质:

經過两点可以作一条直綫, 并且只可以作一条直綫.

在實踐中經常用到直綫的性质, 例如, 要在平地上确定一条直綫, 我們先把一根标杆插到地上, 然后在另一个地方插上第二根标杆, 这两根标杆着地的两点就确定了一条直綫, 根据这两根标杆可以确定直綫上的其他各点 (图 1.7). 又如, 鋸木料时, 我們先在木料两端的两点之間, 彈出一条直綫, 然后根据这条

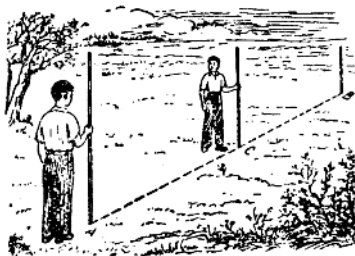
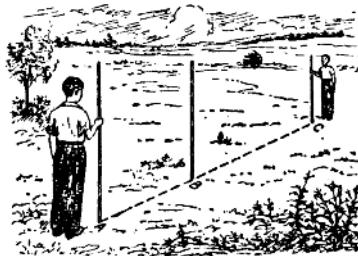


图 1.7

直綫来鋸开木料(图 1.8).

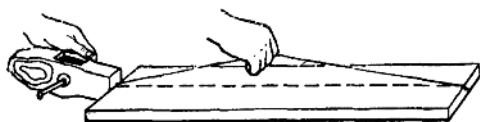


图 1.8

应用直綫的性质,还可以檢查直尺的边直不直. 方法是: 先选定两个点,让尺边紧靠这两点,經過这两点沿尺边画一条綫,再把尺調轉过来,放在所画的綫的另一側,經過这两点沿尺边再画一条綫. 如果两次画出的綫相重合,就可以确定尺边是直的(图 1.9 甲),否則就不直(图 1.9 乙).



图 1.9

从上面所說的性质,可以推出:

两条直綫相交,只有一个交点.

这是因为,如果有两个交点,那么这两条直綫就要重合成一条直綫.

练习

1. 在紙上取一点 A , 經過这点用直尺任意作 4 条直綫. 能不能經過这点再作几条直綫?
2. 在紙上取两点 A 、 B , 經過这两点用直尺作一条直綫. 能不能經過这两点再作一条直綫?
3. 应用直綫的性质檢查你的直尺的边直不直.

1.3 平面 平靜的水面、磨平的鏡面都成为平面的形状.

把一根直尺的边放在磨平的鏡面上，無論把这根尺的边放在什么地方，只要經過鏡面上的两点，边上所有的点就都紧贴在鏡面上。这說明了平面有下面的性质：

經過平面內任意两点作一条直綫，这条直綫上所有的点都在这个平面內。

练习

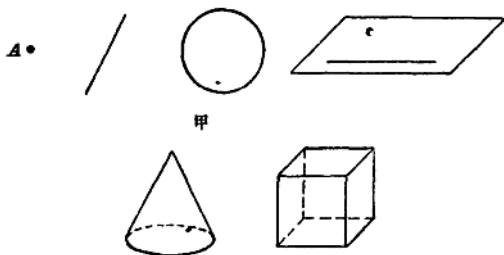
1. 說明怎样用一根直尺来檢驗木板刨平了沒有。
2. 用直尺檢驗一下你用的課桌面是不是一个平面。
3. 根据平面的性质来檢驗图中圆柱的底面是不是平面，圆柱的侧面是不是平面。



(第3題)

1.4 几何图形 点、綫、面、体或者若干个点、綫、面、体合在一起，叫做几何图形，简称图形(图 1.10)。

几何图形分平面的和立体的两种，如果图形上所有的点都在一个平面內，这个图形叫做**平面图形**(图1.10甲)；如果图形上所有的点不都在一个平面內，这个图形叫做**立体图形**(图1.10乙)。



乙
图 1.10

只研究平面图形的几何学叫做**平面几何学**。

习 題 一

1. 在几何学中,我們研究物体的哪些性质?
2. 体的界限是什么?面的界限是什么?綫的界限是什么?
3. 面有沒有长短,有沒有寬狹,有沒有厚薄?綫呢?点呢?
4. 在紙上任意取四个点,分別用字母 A 、 B 、 C 、 D 来表示它們.
5. 經過一点可以作几条直綫?經過两点呢?在紙上任意取三个点,能不能經過这三个点作一条直綫?
6. 要在墙上釘穩一根橫木条,至少要釘几个釘?为什么?
7. (1) 在紙上任意取不在一条直綫上的三个点,經過每两点用直尺作一条直綫. 一共可以作几条直綫?
(2) 在紙上任意作不經過一点的三条直綫,使每两条都相交,一共有几个交点?
8. 作两条相交于 A 点的直綫,在这两条直綫外任意取一点 B ,經過 A 、 B 两点作一条直綫.
9. 平面有什么性质?如果一条直綫上所有的点都在一个面內,这个面一定是平面嗎?为什么?
10. 什么叫做几何图形?什么叫做平面图形?什么叫做立体图形?各举一个例子.

II 直綫

1.5 直綫、射綫、綫段 几何中所說的直綫,都是向两方无限伸长着,它沒有端点.

直綫用表示它上面任何两点的两个大写字母来表示,如“直綫 AB ”(图 1.11);也可以用一个小写字母来表示,如“直綫 l ”(图 1.12).



图 1.11

图 1.12

在直线上某一点一旁的部分叫做射线。射线是向一方无限伸长着的，它有一个端点。

射线用表示它的端点和射线上另外一个点的大写字母来表示，表示端点的字母写在前面，如“射线 OC ”(图 1.13)。

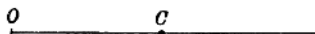


图 1.13

直线上任意两点间的部分叫做线段。线段有两个端点。

线段用表示它的两个端点的大写字母来表示，如“线段 AB ”(图 1.14)；也可以用一个小小写字母来表示，如“线段 a ”(图 1.15)。



图 1.14

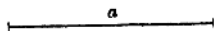


图 1.15

利用直尺，我们可以把一条线段向两方任意延长。例如，我们可以从 B 点把线段 AB 延长(图 1.16)，也可以从 A 点把这条线段延长(图 1.17)。照前一种情形，我们说延长 AB ；照后一种情形，我们说延长 BA ，或者说反向延长 AB 。延长部分叫做原线段的延长线(图 1.16 和 1.17 中用虚线表示的部分)。

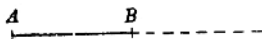


图 1.16

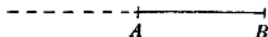


图 1.17

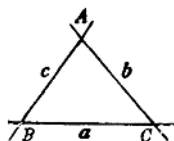
练习

1. 图中的直线 a 和直线 b 相交于哪一点？ b 和 c 呢？ c 和 a

呢? 分別用兩個大寫字母來表示直線
 a 、 b 和 c 。

2. 取一點 O , 以 O 點為端點作兩條射線, 用大寫字母表示這兩條射線。

3. 一條綫段有幾個端點? 一條射線呢? 一條直線呢?



(第1題)

4. (1) 任意作一條綫段 AB , 再延長 AB 。

(2) 任意作一條綫段 CD , 再延長 DC 。

(3) 任意作一條綫段 EF , 再反向延長 EF 。

1.6 綫段的比較 要比較兩條綫段 AB 、 CD 的長短, 可以把 AB 放到 CD 上, 使 A 點和 C 點重合, 綫段 AB 順着綫段 CD 落下, 如果 B 點和 D 點重合 (圖 1.18), 那麼綫段 AB 和綫段 CD 相等。這時可以寫成: $AB=CD$ 或者 $CD=AB$;



圖 1.18

如果 B 點落在 C 、 D 兩點之間 (圖 1.19), 那麼綫段 AB 較短, 這時可以寫成: $AB<CD$ 或者 $CD>AB$;

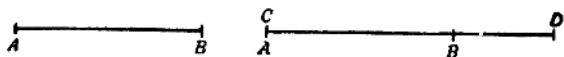


圖 1.19

如果 B 點落在綫段 CD 的延長綫上 (圖 1.20), 那麼綫段 AB 較長。這時可以寫成: $AB>CD$ 或者 $CD<AB$ 。

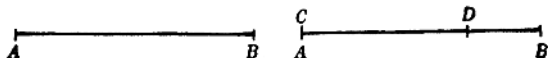


圖 1.20

练习

1. 怎样应用綫段长短的比較方法来比較两枝鉛笔的长短?
2. 已知 $AB < CD$.

(1) 如果把 AB 放到 CD 上, 使 A 点和 C 点重合, AB 順着 CD 落下, 那么 B 点落在什么地方?

(2) 如果把 CD 放到 AB 上, 使 C 点和 A 点重合, CD 順着 AB 落下, 那么 D 点落在什么地方?

1.7 綫段的度量 在算术里, 我們已經学会了用刻度尺(带有刻度的直尺)来度量綫段的长度. 要比較准确地度量綫段, 可以用圓規. 方法是: 把圓規的两个尖端分別放在綫段的两个端点上(图 1.21 甲), 然后不改变圓規張口的大小, 把它移到刻度尺上, 使一个尖端落在刻度尺上記着 0 的刻度上, 这时另一个尖端所指出的刻度綫的讀数就是所量綫段的长度(图 1.21 乙).

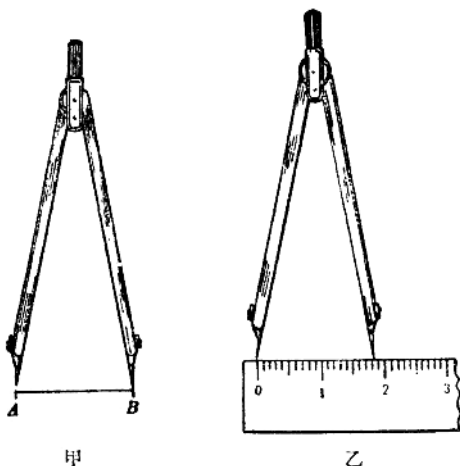


图 1.21

把 A 、 B 两点用不同形状的綫連結起来(图 1.22), 可以看到:

在所有連結两点的綫中, 綫段最短.

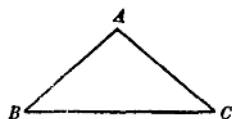


图 1.22

連結两点的綫段的长, 叫做这两点間的距离.

练习

1. 用圆規和刻度尺量出图中綫段 BC 、綫段 BA 、綫段 AC 的长.



(第1題)

2. 上題的图中, 綫段 BC 連結 B 、 C 两点, 由綫段 BA 和 AC 組成的綫也連結 B 、 C 两点. 这两条綫哪一条較短? B 、 C 两点間的距离是这两条綫中哪一条的长?

1.8 綫段的作法 要作一条已知长度的綫段(例如长度是 5cm 的綫段), 我們可以先任意作一条直綫 l , 然后用圆規在刻度尺上量得这个已知长度, 在直綫 l 上截取一条綫段等于这个已知长度.

如果 C 点在綫段 AB 上, 那么綫段 AB 就是綫段 AC 与綫段 CB 的和, 綫段 AC (或 CB) 就是綫段 AB 与綫段 CB (或 AC) 的差. 这时, 如果 $AC = CB$, 那么綫段 AB 就是綫段 AC (或 CB) 的 2 倍, 綫段 AC (或 CB) 就是綫段 AB 的二分之一, C 点叫做綫段 AB 的中点.

線段的和、差、几倍或几分之一，可以利用刻度尺来作。先用刻度尺量出已知線段的长度，計算它們的和、差、几倍或几分之一，再用刻度尺作出等于所得結果的線段。

現在我們來說明用直尺（指沒有刻度的，以后同）和圓規作線段的方法。

（1）作線段等于已知線段

已知：線段 a （图 1. 23）。

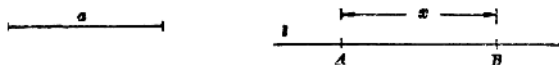


图 1. 23

求作：線段 x ，使 $x=a$ 。

作法：

1. 任意作一条直線 l 。
2. 在 l 上任意取一点 A 。
3. 在 l 上截取線段 $AB=a$ 。

AB 就是所求的線段 x 。

练习

1. 已知線段 a ，在直線 l 上一点 A 的两旁分別截取等于 a 的線段 AB 和 AC （关于作图的习题，現在只要求画出图形，不必写已知、求作和作法。以后有新的要求时，再加說明）。

2. 用圓規和刻度尺作出下列长度的線段：

3 cm； 5.5 cm； 4.8 cm； 23 mm。

3. 在直線上作出一条估計約长 50 mm 的線段，量出它的长度，然后計算这个长度和 50 mm 相差多少。

(2) 作綫段等于几条已知綫段的和

已知: 綫段 a, b, c (图 1. 24).

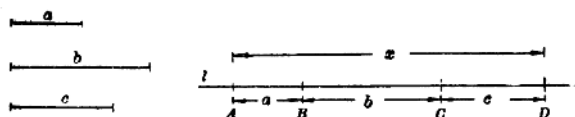


图 1. 24

求作: 綫段 x , 使 $x = a + b + c$.

作法:

1. 任意作一条直綫 l .
2. 在 l 上任意取一点 A .
3. 在 l 上从 A 点起向一方順次截取 $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$. AD 就是所求的綫段 x .

练习

1. 作一条射綫, 然后从端点 O 起, 順次截取 $OA = 2.4$ cm, $AB = 1.9$ cm, $BC = 2.7$ cm, 并且量出 OC 的长度.
2. 已知綫段 a 和 b , 作綫段 $AB = a + b$, 綫段 $CD = b + a$, 并且用圓規比較 AB 和 CD 的长短.

这說明綫段的相加也适用加法的什么定律?

3. 已知綫段 a, b, c .

(1) 作綫段 $m = a + b$, 綫段 $AB = m + c$;

(2) 作綫段 $n = b + c$, 綫段 $CD = a + n$;

(3) 用圓規比較 AB 和 CD 的长短.

这說明綫段的相加也适用加法的什么定律?

(3) 作綫段等于两条已知綫段的差

已知: 綫段 a 和 b , $a > b$ (图 1. 25).



图 1. 25

求作: 綫段 x , 使 $x = a - b$.

作法:

1. 作綫段 $AC = a$.
2. 在 AC 上截取 $AB = b$.

BC 就是所求的綫段 x .

练习

1. 已知綫段 a, b, c , $a > b > c$, 作出下列綫段:

(1) $d = a - b$; (2) $e = a - c$; (3) $f = b - c$.

2. 在射线 OC 上截取 $OA = 2\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. 量出 AB 的长度.

3. 已知綫段 a, b ($a > b$), 任意作一条直线 l , 在 l 上任意取一点 A , 并且从 A 点向一个方向截取 $AB = a$, 再从 B 点向相反的方向截取 $BC = b$, l 上哪一条綫段等于 $a - b$?

(4) 作綫段等于已知綫段的几倍

已知: 綫段 a (图 1. 26).

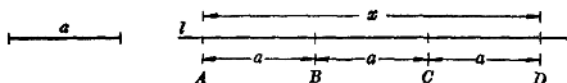


图 1. 26

求作: 綫段 x , 使 $x = 3a$.