

高等学校试用教材

结构力学

上册

第一分册

清华大学结构力学教研组编

龙驭球 包世华 主编

人民教育出版社

高等学校试用教材

结 构 力 学

上 册

第 一 分 册

清华大学结构力学教研组编

龙驭球 包世华 主编

人 民 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本书是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科力学教材会议讨论的《结构力学》编写大纲编写的,适用于五年制土建、水利类专业。

全书共十三章,分上、下两册出版。上册讨论静定结构和超静定结构的基本计算方法,包括:绪论和构造分析、静定结构的受力分析、虚功原理和结构的位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线以及结构的计算简图和计算方法等八章。下册讨论结构分析中的能量方法、矩阵方法和几个专题,包括:能量原理、结构矩阵分析、结构的动力计算、结构的稳定计算以及结构的弹塑性概念和极限荷载等五章。关于专题弹性地基梁的计算的内容,考虑到教学上的方便,将单独成册另行出版。

本书作为五年制土建、水利类专业试用教材,也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

高等学校试用教材

结 构 力 学

上 册

第一分册

清华大学结构力学教研组编

龙驭球 包世华 主编

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新华书店北京发行所发行

山东新华印刷厂德州厂印装

*

开本787×1092 1/16 印张 16.25 字数 373,000

1979年8月第1版 1981年4月第2次印刷

印数 8,301—16,300

书号 15012·0179 定价 1.35 元

序

本书是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科力学教材会议讨论的《结构力学》编写大纲编写的，适用于五年制土建、水利类专业。本书在编写时主要参考了我们以前编写的三本教材：《结构力学》（清华大学建筑工程系编，中国建筑工程工业出版社一九七四年出版），《结构力学》（龙驭球、包世华合编，高等教育出版社一九六六年出版），《有限元法概论》（龙驭球编，人民教育出版社一九七九年出版）。

全书共十三章，分上、下两册。上册讨论静定结构和超静定结构的基本计算方法，包括：绪论和构造分析、静定结构的受力分析、虚功原理和结构的位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线以及结构的计算简图和计算方法等八章。下册讨论结构分析中的能量方法、矩阵方法和几个专题，包括：能量原理、结构矩阵分析、结构的动力计算、结构的稳定计算以及结构的弹塑性分析和极限荷载等五章。关于专题弹性地基梁的计算的内容，考虑到教学上的方便，将单独成册另行出版。

全书中的内容可区分为必学与选学两部分。凡是我们可以列入选学的章节，都用星号加以标志。其中包括：第十二章结构的稳定计算、第十三章结构的弹塑性概念和极限荷载的章节，第十章结构矩阵分析和第十一章结构的动力计算的后半章，以及分散在其他各章中的有关各节。应当指出，必学与选学的区分并不是绝对的，对于不同的专业、不同的学制、不同的教学条件，显然在教材内容的取舍上可以而且应当有所不同。

本书上册由清华大学结构力学教研组龙驭球、包世华、支秉琛编写，下册由龙驭球、包世华、支秉琛、沈恒滋、匡文起编写，全书由龙驭球、包世华修改定稿，全部习题的解答和校核工作由教研组集体完成。

本书由同济大学朱宝华、西安冶金建筑学院锺朋主审，参加审稿的有同济大学、西安冶金建筑学院、重庆建筑工程学院、郑州工学院、湖南大学、哈尔滨建筑工程学院、天津大学、大连工学院、北京工业大学、北京建筑工程学院、华东水利学院、武汉水利电力学院、西安空军工程学院和山东建筑工程学院等十四个院校的同志。参加审稿的同志对本书提出了许多很好的意见，在此深表谢意。

本书一定还存在不少问题，请读者提出意见，以便进一步提高。

编者

一九七九年六月

30591/01

目 录

第一章 绪论和构造分析	1
§ 1-1 结构力学的任务和学习方法	1
§ 1-2 结构的计算简图	2
§ 1-3 结构和荷载的分类	6
§ 1-4 几何构造分析的几个概念	8
§ 1-5 几何不变体系的组成规律	11
*§ 1-6 平面杆件体系的计算自由度	15
*§ 1-7 几何构造与静力特性的关系	19
习题	21
第二章 静定结构的受力分析	24
§ 2-1 杆件的受力分析	24
§ 2-2 静定多跨梁及刚架	36
§ 2-3 三铰拱	52
§ 2-4 静定平面桁架	63
§ 2-5 静定空间桁架	87
§ 2-6 静定结构总论	94
习题	102
第三章 虚功原理和结构的位移计算	117
§ 3-1 应用虚位移原理求静定结构的内力	117
§ 3-2 应用虚力原理求刚体体系的位移	124
§ 3-3 结构位移计算的一般公式	129
§ 3-4 荷载作用下的位移计算	132
§ 3-5 荷载作用下的位移计算举例	136
§ 3-6 图乘法	140
§ 3-7 温度作用时的位移计算	148
§ 3-8 广义位移的计算	149
*§ 3-9 变形体的虚功原理	153
§ 3-10 互等定理	156
§ 3-11 结语	160
习题	161
第四章 力法	169
§ 4-1 超静定结构的组成和超静定次数	169
§ 4-2 力法的基本概念	171
§ 4-3 力法计算举例	178
1. 超静定刚架和排架	178

2. 超静定桁架和组合结构·····	183
3. 超静定拱·····	186
*4. 空间刚架·····	191
§ 4-4 力法计算的简化·····	193
1. 对称性的利用·····	193
*2. 广义未知力的利用·····	198
3. 弹性中心法·····	201
*4. 数值积分法·····	211
§ 4-5 支座移动和温度改变时的计算·····	217
§ 4-6 超静定结构的位移计算和力法计算的校核·····	225
§ 4-7 超静定结构的特性·····	230
§ 4-8 结语·····	237
习题·····	237
附录 习题答案 ·····	247

第一章 绪论和构造分析

§1-1 结构力学的任务和学习方法

建筑物中支承荷载而起骨架作用的部分叫做结构。房屋中的梁柱体系, 水工建筑物中的闸门和水坝, 公路铁路上的桥梁和隧洞等, 都是结构的典型例子。

从几何角度来看, 结构可分为三类:

(1) 杆件结构——这类结构是由杆件所组成。杆件的几何特征是横截面尺寸要比长度小得多。

(2) 板壳结构——这类结构也叫做薄壁结构, 它的厚度要比长度和宽度小得多。

(3) 实体结构——这类结构的长、宽、厚三个尺度大小相仿。

结构力学与理论力学、材料力学、弹性力学有密切的关系。理论力学着重讨论物体机械运动的基本规律。其余三门力学着重讨论结构及其构件的强度、刚度和稳定问题, 其中材料力学以单个杆件为主要研究对象, 结构力学以杆件结构为主要研究对象, 弹性力学以实体结构和板壳结构为主要研究对象。

结构力学的任务包括以下几个方面:

(1) 讨论结构内力和变形的计算方法, 以便进行结构强度和刚度的验算。

(2) 讨论结构的稳定性以及在动力荷载作用下的结构反应。

(3) 讨论结构的组成规律和合理形式, 以及结构计算简图的合理选择。

本书分成上、下两册。上册讨论结构力学中的基本内容和基本方法, 其中第二、三章讨论静定结构的内力和位移计算, 第四、五、六章讨论超静定结构的三个主要方法(力法、位移法和渐近法)。下册讨论一些专题, 包括能量和矩阵方法, 动力和稳定问题, 等等。

结构力学中介绍的计算方法是多种多样的, 但所有各种方法有一个共同点, 即都要考虑下列三方面的条件:

(1) 力系的平衡条件或运动条件;

(2) 变形的几何连续条件;

(3) 应力与变形间的物理条件(或叫做本构方程)。有时为了方便, 可将几何连续条件与物理条件综合起来, 称为变形条件。

电子计算机的出现, 对结构力学产生了巨大的影响。过去由于缺乏现代化的计算手段, 结构分析都是靠“手算”。现在情况不同了, 过去无法解决的许多大型结构的计算问题, 现在已经成为“电算”中的常规问题了。“电算”提高了结构力学解决问题的能力, 同时也对结构力学提出了新的要求, 即“电算”方法必须适应“电算”的特点。因此, 一些与“电算”关系密切的内容, 例如能量原理、矩阵分析、有限元法、程序设计等等, 已经在结构力学中取得了愈来愈重要的地位。为了反

映这种趋势,本书在下册中将比较详细地介绍有关“电算”方面的内容。但是,“电算”并不排斥力学的基本理论,而是需要更加重视基本理论。因此,为了使初学者打好坚实的基础,在上册中将以讨论结构力学中基本内容和基本方法为主,并且在讲解上详细一点,习题也多一点。

学习时要注意结构力学与其他课程的联系。在学习结构力学的过程中,经常要运用高等数学、理论力学、材料力学等先修课程的知识,因此,应当根据情况进行必要的复习,并在运用中得到巩固和提高。在后续课程中,结构力学除与弹性力学性质相近外,又为钢筋混凝土结构、钢结构、水工结构等专业课程提供力学基础。

学习时要注意理论联系实际。从解决工程实际问题的角度来看,结构力学的内容可分为三个部分:

- (1) 将实际结构简化为计算简图;
- (2) 研究各种计算简图的计算方法;
- (3) 将计算结果运用于实际结构的设计和施工。

显然,从份量来看,第二部分所占的比重最大。但从理论联系实际的角度来看,第一、三两部分则是重要环节,应予以充分的重视。

学习时要注意分析方法与解题思路。在结构力学教材中讲述了各种具体的计算方法,学习时要着重掌握它的解题思路,特别是要从这些具体的算法中学习分析问题的一般方法,例如如何由已知领域逐步过渡到未知新领域的方法,如何将整体分解成局部再由局部综合成整体的方法,如何把有关几个问题加以对比的方法,等等。

学习时要注意多练。作题练习,是学习结构力学的重要环节。不作一定数量的习题,是很难掌握其中的概念、原理和方法的。但是作题也要避免各种盲目性:例如不看书,不复习,埋头作题,这是第一种;贪多求快,不求甚解,这是第二种;只会对答数,不会自己校核,这是第三种;错题不改正,不会从中吸取教训,这是第四种。

§ 1-2 结构的计算简图

实际结构是很复杂的,完全按照结构的实际情况进行力学分析是不可能的,也是不必要的。因此,对实际结构进行力学计算以前,必须加以简化,略去不重要的细节,显示其基本特点,用一个简化的图形来代替实际结构,这种图形叫做结构的计算简图。

选择计算简图的原则是:

- (1) 从实际出发——计算简图要反映实际结构的主要性能;
- (2) 分清主次,略去细节——计算简图要便于计算。

计算简图的选择是力学计算的基础,极为重要。在下面几章讨论各种结构时,将说明从实际结构到计算简图的简化过程。在第八章里,将总结计算简图选择的一些规律。这里先对支座和结点的简化作一些说明。

把结构与基础联系起来的装置叫做支座。支座的作用是把结构固定于基础上;同时,结构所

受的荷载通过支座传于基础和地基。支座对结构的反作用力称为支座反力。平面结构的支座构造形式很多,但在计算简图中常用的有下列三种:

1. 铰支座

图 1-1 所示为一弧形闸门的铰支座。闸门启动时绕一固定圆轴的中心旋转。

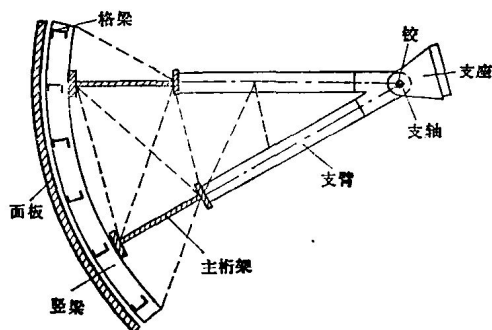
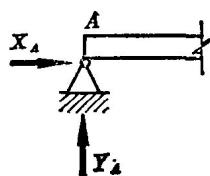
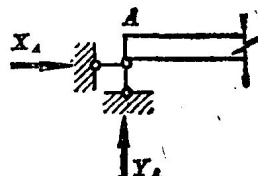


图 1-1



(a)



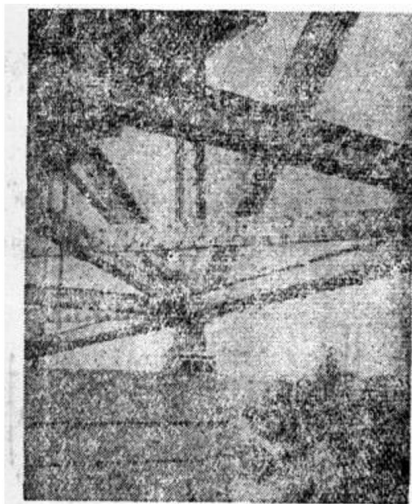
(b)

图 1-2

铰支座通常用图 1-2a 所示方式表示。结构可以绕 A 点转动,但 A 点的水平移动和竖向移动则被限制。因此,结构受荷载作用时, A 点有水平反力 X_A 和竖向反力 Y_A 。略去摩擦力的作用,反力 X_A 和 Y_A 都通过铰 A 的中心。图 1-2b 所示为用支杆表示的铰支座的简图。支杆是专门用来表示支座的链杆。支杆通常被认为是刚性的,即不考虑其长度的改变。

2. 滚轴支座

图 1-3a 和 b 所示为一桥梁的滚轴支座的照片。滚轴支座常用图 1-4a 所示的方式表示。



(a)



(b)

图 1-3

轴支座既容许结构绕铰 A 转动,又容许结构沿支承面在水平方向滑动,但 A 点的竖向移动则被限制。因此,结构受荷载作用时, A 点有竖向反力 Y_A 。图 1-4b 所示为用支杆表示的滚轴支座的简图。由此简图可知,结构可绕铰 A 转动,并可沿着以 B 为圆心、AB 为半径的圆弧移动;如果移动

很微小, 则其方向可以看作是水平的。



图 1-4

3. 固定支座

图 1-5 所示为一现浇钢筋混凝土基础。当土质很硬、地基的变形很小时, 柱子可视为完全固

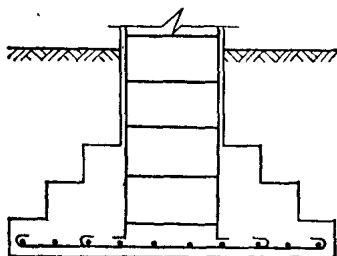


图 1-5

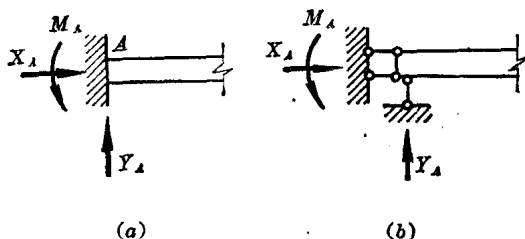


图 1-6

定于基础的顶面, 柱子的支座为固定支座。固定支座常用图 1-6a 所示方式表示。结构 A 端的水平移动、竖向移动和转动全被限制。在荷载作用下, A 端有水平反力 X_A 、竖向反力 Y_A 和反力偶 M_A 。图 1-6b 所示为用支杆表示的固定支座的简图。

结构中两个或两个以上的杆件共同联结处称为结点。钢结构、木结构和钢筋混凝土结构的结点构造方式很多, 但在计算简图中常归纳为铰结点和刚结点两种。

1. 铰结点

图 1-7a 所示为一个木屋架的结点, 在计算中常视为铰结点, 其计算简图如图 1-7b 所示。铰结点的特征是各杆都可以绕铰结点自由转动。这种理想情况, 实际上很难遇到。木屋架的结点比较接近于铰结点。

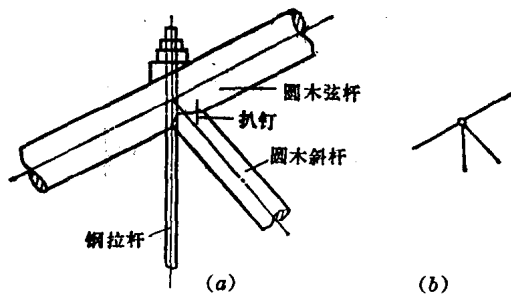


图 1-7

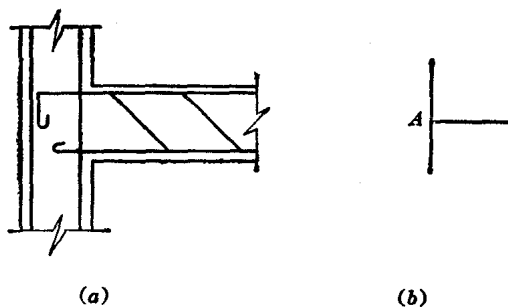


图 1-8

2. 刚结点

图 1-8a 所示为一钢筋混凝土多层框架边柱与梁的结点。上柱、下柱与梁用混凝土浇成整

体, 钢筋的布置使各杆可以抵抗结点加于杆端的弯矩。计算中这种结点常视为刚结点, 其计算简图如图 1-8b 所示。刚结点的特征是在结点处各杆之间的夹角保持不变。在钢筋混凝土结构中, 刚结点很容易实现。

下面给出几个选取结构计算简图的例子。

图 1-9a 所示为一装配式钢筋混凝土门式刚架, 两个 Γ 形构件是预制的, 将构件插入杯口基础后, 四周缝隙用沥青麻刀填实, 允许柱脚在杯口内可有微小的转动。因此在计算简图中, 柱脚 A 和 B 可设为铰支座。在中间结点 C , 用合页式的铰将两个构件连接 (见图 1-9b), 因此结点 C 可取为铰结点。至于结点 D 和 E 则可取为刚结点。计算简图示于图 1-9c, 这种结构叫做三铰刚架。

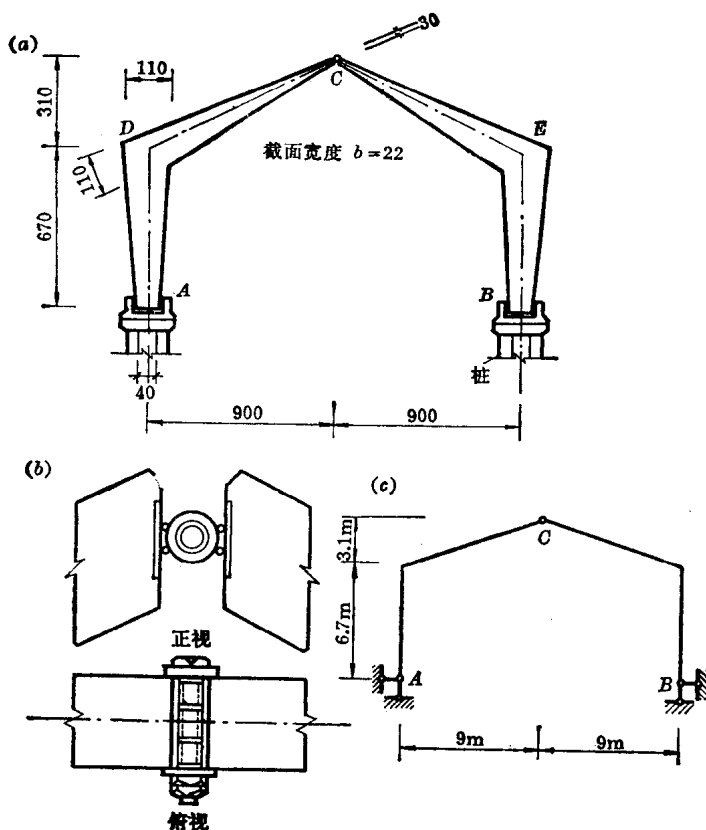


图 1-9

图 1-10a 所示为一水利工程中的钢筋混凝土渡槽。在纵向计算中, 整个槽身可视为支承在支架上的简支梁, 梁的截面是 U 形, 所受荷载是均布的水重和自重, 计算简图如图 1-10b 所示。为了进行横向计算, 我们用两个垂直于纵向轴线的平面从槽身截出单位长度的一段。这是一个 U 形刚架, 如图 1-10c 所示。刚架所受的内部水压力, 在底部为均匀分布, 在两侧为三角形分布。显然, 每段槽身是整个槽身的一部分, 每段槽身上的竖向荷载靠整个槽身横截面上的竖向剪力来支承, 实际上主要靠渡槽的两侧壁板内的竖向剪力来支承。图 1-10c 中所示的两侧支座实际上代表两侧壁板内竖向剪力所起的支承作用。

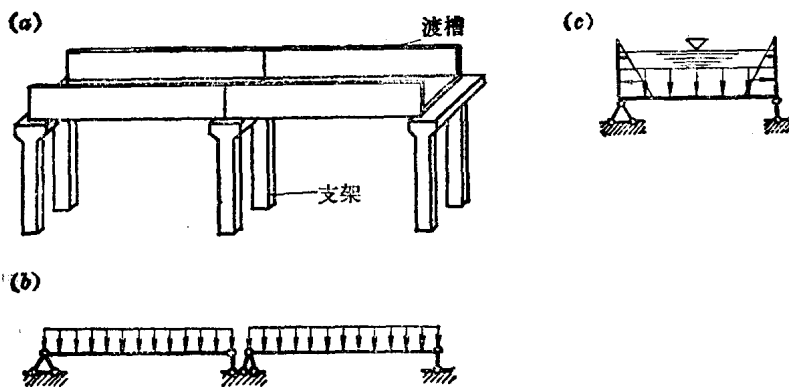


图 1-10

§ 1-3 结构和荷载的分类

1. 结构的分类

结构的分类实际上是指结构计算简图的分类。

杆件结构通常可分为下列几类:

- (1) 梁——梁(图 1-11a)是一种受弯构件, 其轴线通常为直线。梁可以是单跨的或多跨的。
- (2) 拱——拱(图 1-11b)的轴线为曲线, 其力学特点是在竖向荷载作用下有水平支座反力。

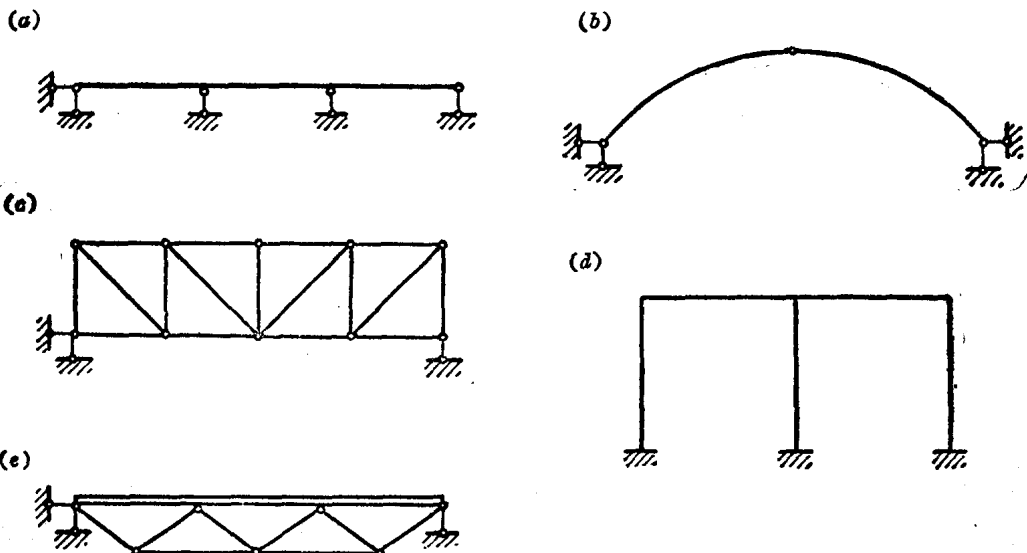


图 1-11

- (3) 桁架——桁架(图 1-11c)由直杆组成, 所有结点都为铰结点。

- (4) 刚架——刚架(图 1-11d)也是由直杆组成的, 其结点为刚结点。

- (5) 组合结构——组合结构(图 1-11e)是桁架和梁或刚架组合在一起形成的结构, 其中含有组合结点。

杆件结构可分为平面结构和空间结构两类。在平面结构中, 各杆的轴线和外力的作用线都在同一平面内, 图 1-12 所示桁架是平面结构的一例。空间结构则不能满足上述条件, 图 1-13 所示为一空间刚架, 各杆的轴线不在同一平面内。大多数结构在设计中通常是按平面结构进行计算的。在有些情况下, 必须考虑结构的空作用。

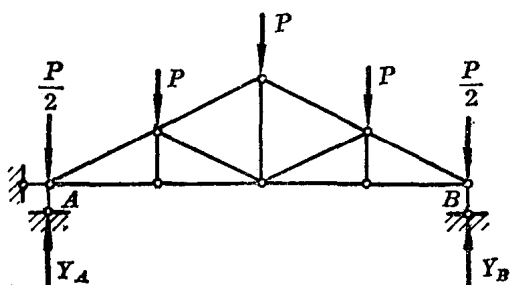


图 1-12

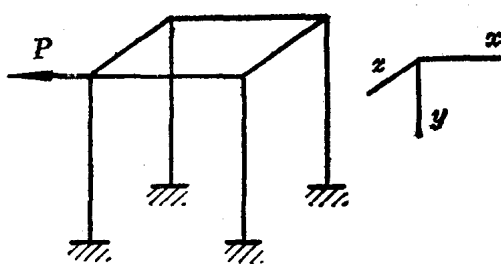


图 1-13

杆件结构也可以分为静定结构和超静定结构两类。

图 1-14a 所示为一简支梁, 其支座反力可由平面力系的三个平衡方程 $\sum X=0$, $\sum Y=0$, $\sum M=0$ 计算出来。支座反力求出以后, 每个截面的内力(剪力和弯矩)便可由截面一边的隔离体的平衡条件计算出来。简支梁是静定结构的一个例子。静定结构的支座反力和内力可以用静力学的平衡条件完全确定。

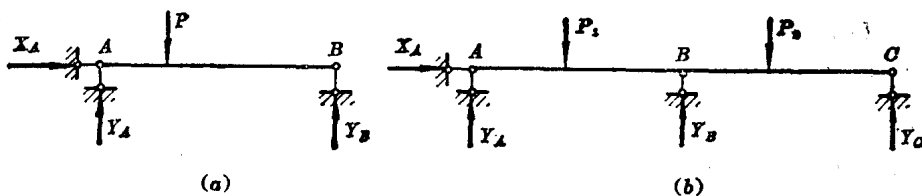


图 1-14

图 1-14b 所示为一连续梁, 有四个未知支座反力, 不能由三个平衡方程计算出来。因此各截面的内力也不能由平衡条件完全确定。连续梁是超静定结构的一个例子。超静定结构的支座反力和内力不能用平衡条件完全确定, 计算时必须考虑结构变形的几何条件和物理条件。

2. 荷载的分类

荷载是主动作用于结构的外力, 例如结构的自重, 加于结构的水压力和土压力。除外力以外, 还有其他因素可以使结构产生内力或变形, 如温度变化、基础沉陷、材料收缩等。从广义上来说, 这些因素也可以叫做荷载。

对结构进行计算以前, 须先确定结构所受的荷载。荷载的确定是结构设计中极为重要的工作。荷载如估计过大, 则设计的结构会过于笨重, 造成浪费; 荷载如估计过低, 则设计的结构将不够安全。确定荷载需要周密的考虑和谨慎的工作。

荷载可以根据不同特征进行分类:

根据荷载作用时间的久暂, 可分为恒载和活载两类。恒载是长期作用在结构上的不变荷载, 如结构的自重或土压力。活载是在建筑物施工和使用期间可能存在的可变荷载, 如楼面荷

载、屋面荷载、吊车荷载、雪载和风载等。

对结构进行计算时,恒载和大部分活载(如雪载、风载)在结构上作用的位置可以认为是固定的,这种荷载叫做固定荷载。有些活载如吊车梁上的吊车荷载、公路桥梁上的汽车荷载,在结构上的位置是移动的,这种荷载叫做移动荷载。

根据荷载作用的性质,可以分为静力荷载和动力荷载两类。静力荷载的数量、方向和位置不随时间变化或变化极为缓慢,因而不使结构产生显著的运动。动力荷载是随时间迅速变化的荷载,使结构产生显著的运动。结构的自重和其他恒载是静力荷载。动力机械运转时产生的荷载或冲击波的压力是动力荷载的例子。车辆荷载、风载和地震力通常在设计中视作静力荷载,但在特殊情况下要按动力荷载考虑。

荷载的确定,常常是比较复杂的。荷载规范总结了设计经验和科学研究的成果,供设计时应用。但在不少情况下,设计者需要深入现场,结合实际情况进行调查,才能对荷载作出合理的确定。

§ 1-4 几何构造分析的几个概念

1. 几何不变体系和几何可变体系

图 1-15a 所示为由两根竖杆和一根横杆绑扎组成的支架。假定竖杆在地里埋得很浅,因此支点 C 和 D 可取为铰支座。又结点 A 和 B 也可取为铰结点。显然,这个支架是不牢固的,容易倾倒,如图中虚线所示。但是,如果我们加上一根斜撑 AD , 就得到图 1-15b 所示的支架,这样就变成一个牢固的体系。

结构受荷载作用时,截面上产生应力,材料因而产生应变。由于材料的应变,结构就会产生变形。这种变形一般是很小的。在几何构造分析中,我们不考虑这种由于材料的应变所产生的变形。这样,杆件体系可以分为两类:

几何不变体系 (图 1-15b)——在不考虑材料应变的条件下,体系的位置和形状是不能改变的;

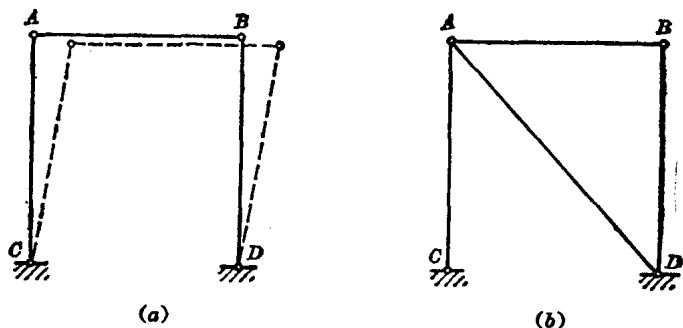


图 1-15

几何可变体系 (图 1-15a)——在不考虑材料应变的条件下,体系的位置或形状是可以改变的。

一般结构都必须几何不变体系，而不能采用几何可变体系。几何构造分析的一个主要目的就是要检查并设法保证结构的几何不变性。

2. 自由度

图 1-16 所示为平面内一点 A 的运动情况。一点在平面内可以沿水平方向(x 轴方向)移动，又可以沿竖直方向(y 轴方向)移动。换句话说，平面内一点有两种独立运动方式(两个坐标 x, y 可以独立地改变)，我们说一点在平面内有两个自由度。

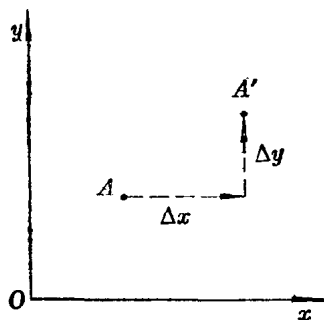


图 1-16

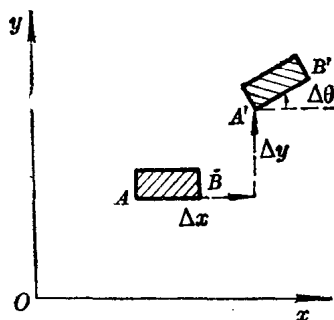


图 1-17

图 1-17 所示为平面内一个刚片(即平面刚体)由原来的位置 AB 改变到后来的位置 $A'B'$ 。这个刚片可以有 x 轴方向的移动(Δx)， y 轴方向的移动(Δy)，还可以有转动($\Delta \theta$)。因为一个刚片在平面内有三种独立的运动方式(三个坐标 x, y, θ 可以独立地改变)，我们说一个刚片在平面内有三个自由度。

一般说来，如果一个体系有 n 个独立的运动方式，我们就说这个体系有 n 个自由度。换句话说，一个体系的自由度，等于这个体系运动时可以独立改变的坐标的数目。

普通机械中使用的机构有一个自由度，即只有一种运动方式。一般工程结构都是几何不变体系，其自由度为零。凡是自由度大于零的体系都是几何可变体系。

3. 约束

图 1-18a 所示为一梁 AB ，用一根支杆 AC 与基础相连。没有支杆时，这个梁在平面内有三个自由度。加上支杆 AC 以后，梁 AB 只有两种运动方式： A 点沿以 C 为圆心、以 AC 为半径画的圆弧移动；梁绕 A 点转动。由此可见，支杆 AC 使梁的自由度由 3 减为 2，即支杆使梁的自由度减少一个。因此，我们说，一个支杆相当于一个约束。

图 1-18b 所示为两个梁 AB 和 BC 用一个铰 B 连接在一起。两个孤立的梁在平面内有 6 个自由度。用铰连接以后，自由度便减为 4；因为我们用三个坐标便可以确定梁 AB 的位置，然后梁 BC 只能绕 B 点转动，只需用一个转角就可以确定梁 BC 的位置。由此可见，一个连接两个物体的铰使自由度减少两个，所以一个铰相当于两个约束。

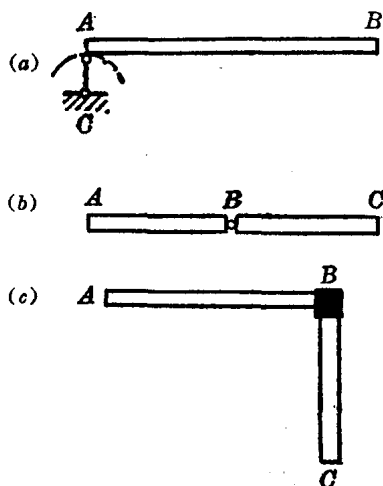


图 1-18

图 1-18c 所示为两根杆件 AB 和 BC 在 B 点连接成一个整体, 其中的结点 B 称作刚性结点。原来的两根杆件在平面内共有六个自由度, 刚性连接成整体后, 只有三个自由度, 所以一个刚性结合相当于三个约束。

4. 多余约束

如果在一个体系中增加一个约束, 而体系的自由度并不因而减少, 则此约束称为多余约束。

举例来说, 平面内一个自由点 A 原来有两个自由度。如果用两根不共线的链杆①和②把 A 点与基础相连(图 1-19a), 则 A 点即被固定, 总共减少两个自由度, 可见链杆①或②都是非多余约束。

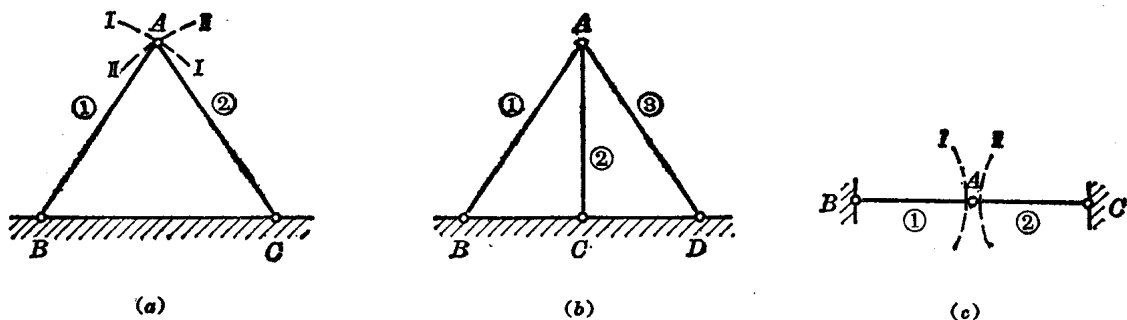


图 1-19

如果用三根不共线的链杆把 A 点与基础相连(图 1-19b), 实际上仍只减少两个自由度, 因此, 这三根链杆中只有两根是非多余约束, 而有一根是多余约束(可把三根链杆中的任何一根视作多余约束)。

因此, 一个体系中如果有多个约束存在, 那末, 应当分清楚: 哪些约束是多余的, 哪些约束是非多余的。只有非多余约束才对体系的自由度有影响, 而多余约束则对体系的自由度没有影响。

5. 瞬变体系

我们在图 1-19a 中看到, 用两根不共线的链杆可以把平面上的 A 点完全固定起来。但是要注意图 1-19c 所示两根链杆彼此共线的情况。这种体系具有如下一些特点:

第一, 从微小运动的角度来看, 这是一个可变体系。为了说明这个特点, 可将图 1-19a 与 c 中的体系作如下的对比。首先设想在 A 点把链杆①与②分开, 这时, 链杆①上的 A 点可绕 B 点沿圆弧 I 运动, 链杆②上的 A 点可绕 C 点沿圆弧 II 运动。然后再将两个链杆在 A 点铰结在一起。在图 c 中, 由于两个圆弧在 A 点相切, 故 A 点仍可沿公切线方向作微小的运动。与此相反, 在图 a 中, 由于两个圆弧在 A 点不是相切而是相交, 因此 A 点既不能沿圆弧 I 运动, 也不能沿圆弧 II 运动, 这样, A 点就被完全固定了。

第二, 在图 1-19c 中, 当 A 点沿公切线发生微小位移以后, 两根链杆就不再彼此共线, 因而体系就不再是可变体系。这种本来是几何可变、经微小位移后又成为几何不变的体系可称为瞬变体系。瞬变体系是可变体系的一种特殊情况。为了明确起见, 可变体系还可进一步分为瞬变体系和常变体系两种情况。如果一个几何可变体系可以发生大位移, 则称为常变体系, 图 1-15a 为常变体系的例子。

第三,在图 1-19c 中,自由点 A 在平面内有两个自由度,增加两根共线链杆①和②把 A 点与基础相联结以后, A 点仍然具有一个自由度。可见在链杆①和②这两个约束中有一个是多余约束。一般说来,在任一瞬变体系中必然存在有多余约束。

6. 瞬铰

如图 1-20 所示刚片 I 在平面内本来有三个自由度,如果用两根不共线的链杆①和②把它与基础相连接,则此体系仍有一个自由度。现在对它的运动特点加以分析。由于链杆的约束作用, A 点的微小位移应与链杆①垂直, C 点的微小位移应与链杆②垂直。以 O 表示两根链杆轴线的交点。显然,刚片 I 可以发生以 O 为中心的微小转动, O 点称为瞬时转动中心。这时刚片 I 的瞬时运动情况与刚片 I 在 O 点用铰与基础相连接时的运动情况完全相同。因此,从瞬时微小运动来看,两根链杆所起的约束作用相当于在链杆交点处的一个铰所起的约束作用。这个铰可称为瞬铰。显然,在体系运动的过程中,与两根链杆相应的瞬铰位置也跟着在改变。

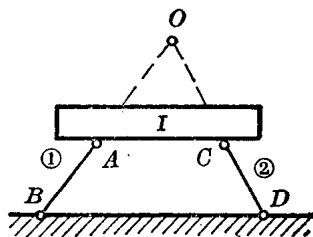


图 1-20

§ 1-5 几何不变体系的组成规律

本节讨论几何构造分析中的主要课题——无多余约束的几何不变体系的组成规律。这里只讨论平面杆件体系最基本的组成规律。以后在 § 2-4 和 § 2-5 中还要讨论复杂体系和空间桁架的几何构造问题。

下面从几个方面讨论平面杆件体系的基本组成规律。

1. 一个点与一个刚片之间的联结方式

一个点与一个刚片(或基础)之间应当怎样联结才能组成既无多余约束又是几何不变的整体呢?图 1-19a 中的联结方式符合上述要求,而图 1-19b 和 c 中的连接方式则不符合(图 b 中有多余约束,图 c 为几何可变)。由此可得下述规律(参看图 1-21a):

规律 1 一个刚片与一个点用两根链杆相连,且三个铰不在一直线上,则组成几何不变的整体,并且没有多余约束。

2. 两个刚片之间的联结方式

在图 1-21a 中,如果把链杆 AB 看作刚片 II ,则得到图 1-21b 所示的体系,它表示两个刚片 I 与 II 之间的联结方式。这样,由规律 1 可得到下述规律:

规律 2 两个刚片用一个铰和一根链杆相联结,且三个铰不在一直线上,则组成几何不变的整体,并且没有多余约束。

3. 三个刚片之间的联结方式

在图 1-21b 中,如果再把链杆 AC 看作刚片 III ,则得到图 1-21c 所示的体系,它表示三个刚片 I 、 II 、 III 之间的联结方式。这样,由规律 2 可得到下述规律:

规律 3 三个刚片用三个铰两两相连,且三个铰不在一直线上,则组成不变的整体,并且没