高等学校教材

无綫电技术基础

下 册

管致中 何振亚 貢 璧 編

人民教育出版社

无綫电技术基础

下　册

管致中　何振亚　貢　璧　編

人民教育出版社

本书系根据1962年6月审訂的高等工业学校“无綫电技术基础”教学大綱（試行草案）編写的，与上册內容相衔接。上册的內容是綫性系統，本册的內容則是非綫性系統。

本书首先討論非綫性系統的近似分析方法，然后研究高頻信号通过非綫性系統的各种頻率变換作用，包括諧振放大、倍頻、調制、檢波、变頻、拍頻等过程的基本原理，再轉入到正弦波自激振蕩器以及振蕩理論的研究，最后研究稳定理論。全书着重闡明物理概念；各章中均插有例題。

本书第十、十一、十四、十五、十六等章由管致中同志編写，第十二、十三章由何振亚同志編写。全书經馮秉銓同志审校。

本书可作为高等工业学校无綫电技术类专业“无綫电技术基础”課程的試用教科书，也可供相近专业的师生和有关科技工作人員参考。

无綫电技术基础

下　　册

管致中　何振亚　貢　璧　編

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

統一书号K15010·1128　开本 850×1168 1/32　印张 8

字数 207,000　印数 0,001－8,500　定价（7）¥0.90

1963年12月第1版　1963年12月北京第1次印刷

下册目录

注: * 教学大綱中的机动內容
** 教学大綱中未列入的內容
† 比教学大綱要求較高的內容

第十章 非綫性电路的分析方法

§10.1 引言

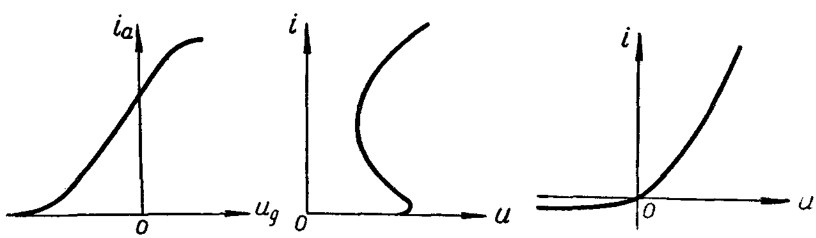
在本书第二章曾經指出，組成无綫电綫路的元件可以分为綫性的和非綫性的。严格地說，所有的綫路元件都是非綫性的，也就是它們的参数 R、L、C 总是要随外加电压或通过其中的电流而改变的。但是在正常工作状态下，这种参数的改变，对有些元件来說表現得很不显著，对另外一些元件来說則十分显著。事实证明，按照其参数是否可变来建立元件和电路的类別是方便的。

如果所有元件在正常情况下的参数都是常数，則由这些元件所組成的电路或系統，可用常系数綫性微分方程来描述。如果电路或系統中含有这样的元件，其参数随时間而变化，但变化規律与加于元件的电压或通过元件的电流无关，則此电路或系統可以用变系数綫性微分方程来描述。以上两种都是屬于綫性电路或綫性系統，因其綫路方程都是綫性微分方程；但在許多文献中，也往往将后者另称为参变量（簡称参量）电路或系統。如果电路或系統中含有这样的元件，其参数随加于元件两端的电压或通过元件的电流而变化，則此电路或系統是非綫性的，它須以非綫性微分方程来描述，即方程的系数随所求函数（电压或电流）之值而变。一般的参量元件都是利用非綫性元件电流和电压間的非綫性特性获得的，因此从获取参量元件的角度看，則由参量元件构成的电路又是非綫性的。同时又因为参量系統具有与非綫性系統相同的放大和频率变换等作用，所以有时也可将参量元件放在非綫性系統中研究。在无綫电技术的实际应用中，也会遇到非綫性的参量系統，其中包含非綫性元件和参量元件，还有一些元件既具有非綫性特性，它

的参数又随时間按某种規律改变。

无綫电技术中常用的非綫性元件有各种电眞空器件、离子器件、半导体器件(晶体管)、导磁系数 μ 不为常数的(即具有铁心的)綫圈、介电系数 ε 不为常数的电容器等。其中电眞空器件、离子器件以及在低頻下工作的半导体器件通常都是电阻性的，其他各种器件則为电感性的或电容性的。本章将只研究具有电阻性的非綫性元件的电路分析方法，因为这种电路是最基本的和常見的。在以后几章中，还会涉及参数随时間变化的元件的应用。

非綫性元件的参数随着外加电压或通过元件的电流而变化，这时它的电流和外加电压間的关系，可以用画在直角坐标上的伏安特性曲綫 $i=f(u)$ 来表示。显然，这种特性曲綫不是直綫，如图 10.1 所示，其中(*a*)、(*b*)、(*c*)分别表示电子管、充气管及半导体二极管的伏安特性。



(*a*)电子管的伏安特性　(*b*)充气管的伏安特性　(*c*)半导体二极管的伏安特性

图 10.1 非綫性元件的伏安特性。

伏安特性既然不是綫性的，則元件中电流的波形与外加电压的波形就将不同。外加电压常常是該非綫性电路的輸入，而輸出則由上述通过元件的电流流經某一負載获得，所以在一般情况下，輸出波形就将与輸入波形不同。

例如在一电路的輸入端加一由两个不同頻率的正弦振蕩組成的电压，即

$$u=U_{1m}\cos\omega_1 t+U_{2m}\cos\omega_2 t, \tag{10-1}$$

若这电路是綫性的，则流經該电路各支路的电流以及在各元件上的压降将同样由此二頻率的正弦振蕩构成，也就是說信号通过綫性系統，不会产生新的頻率分量。但是当将这电压加于一非綫性元件时，如果后者的伏安特性为

$$i=a_0+a_1u+a_2u^2, \tag{10-2}$$

则此时流过非綫性元件的电流可将(10-1)式代入(10-2)式求得为

$$\begin{aligned} i &= a_0+a_1(U_{1m}\cos\omega_1 t+U_{2m}\cos\omega_2 t) \\ &\quad +a_2(U_{1m}\cos\omega_1 t+U_{2m}\cos\omega_2 t)^2 \\ &=\left(a_0+\frac{a_2}{2}U_{1m}^2+\frac{a_2}{2}U_{2m}^2\right)+a_1(U_{1m}\cos\omega_1 t+U_{2m}\cos\omega_2 t) \\ &\quad +\frac{a_2}{2}(U_{1m}^2\cos 2\omega_1 t+U_{2m}^2\cos 2\omega_2 t) \\ &\quad +a_2U_{1m}U_{2m}[\cos(\omega_1-\omega_2)t+\cos(\omega_1+\omega_2)t]. \end{aligned} \tag{10-3}$$

由此可見，在流过非綫性元件的电流中，除輸入电压原有的頻率分量外，还产生了輸入电压中所沒有的諧波頻率分量以及其值为原有頻率的和与差的組合頻率分量。新頻率分量的产生必然使輸出波形与輸入波形之間发生差异，显然，这种波形变化与无綫电信号通过綫性系統所产生的波形畸变是根本不同的。非綫性元件的这种頻率变換的作用具有十分重要的意义。

任何一个无綫电設备，都是由綫性元件和非綫性元件配合組成的。綫性电路的基本任务是傳送具有一定頻带寬度的无綫电信号，这已在前面数章作过詳細的分析；非綫性电路的基本任务则是进行頻率变換。例如在发送設备中，由交流市电經过整流变成直流电能、直流电能經过振蕩器轉变为高頻振蕩的电能、高頻振蕩經过調制使它的某一参数按調制信号的規律变化等过程；在接收設备中，接收下来的高頻已調振蕩經过变頻变为中頻已調振蕩、已調振蕩經过檢波檢拾出其中含有的原始信号等过程，都是頻率变換的过程。由前面(10-1)到(10-3)式可以看出，如果在非綫性元件上加入单頻率的交流电压，则在通过元件的电

流中包含有直流分量和基波及諧波分量。当将所有的交流分量都設法用滤波器加以滤除时，就可以得到直流輸出；这一过程就是整流。如果(10-1)式所示两个振蕩的頻率中，ω_1 代表載波角頻率，ω_2 代表調制信号的角頻率，則在(10-3)式的电流中即有角頻率为 ω_1 的載波分量以及角頻率为 $\omega_1\pm\omega_2$ 的上、下边頻分量。当将这些分量用諧振电路分出并滤除其他頻率分量时，就可以得到調幅振蕩輸出；这一过程就是調幅。又如輸入电压中 ω_1 代表接收信号中的載波角頻率，ω_2 为接收机中一个自备高頻振蕩器的振蕩角頻率，則在电流中有角頻率为 $\omega_1-\omega_2$ 的中頻分量存在。当以諧振电路将此分量分出，就可以得到中頻輸出；这一过程称为变頻。再如輸入电压中有已調振蕩的載頻和上、下边頻分量，則在輸出处可由选頻网絡分出調制信号頻率的分量；这一过程就是檢波。此外，倍頻是将輸入振蕩頻率提高若干整数倍，也屬于頻率变换。由上述可見，各种頻率变换，都必需由非綫性元件和綫性元件来共同完成，沒有这两类元件的联合运用，无綫电技术的傳輸信号的目的就无法达到。

无論是綫性电路或非綫性电路，电路分析的任务通常是給定电路特性及某种輸入，要求得在此輸入时电路的輸出。电路特性在綫性电路中是阻抗、导納或傳輸系数等，在非綫性电路中通常給出的是元件的伏安特性；輸入和輸出則可以是电压，也可以是电流。具有复杂波形的激励电源作用于綫性电路的分析方法，是建立在諧波分析法和叠加原理联合应用的基础之上的；但是由于非綫性元件的伏安特性不是綫性的，所以上述分析綫性电路的方法就不适用于非綫性电路了。本章将对稳定状态下的非綫性电路的分析方法作一綜合討論，以供在以后几章中分别研究各种非綫性頻率变换时之用。

§10.2　分析非綫性电路的基本方法

在第九章中已經討論了綫性系統的分析方法。綫性系統的分析方

法有很多种，但均可归結为一个基本步驟，即首先将激励电动势（或电流）分解为若干单元激励电动势（或电流），其次根据系統的特性求出系統对各单元激励的响应，最后应用叠加原理求出系統的总响应，即得所求結果。从数学上說，如果单元激动呈正弦形，則这个过程只是一个正弦振蕩相加的过程。但是因为非綫性元件的伏安特性曲綫不是直綫，由頻譜角度看，在輸出处产生了輸入处所沒有的新頻率分量，所以以叠加原理为基础的分析方法也就不再适用。在数学上来說，由(10-3)式可以看出，分析过程不仅包含正弦振蕩的相加，还有振蕩的相乘。因而对于非綫性电路的分析，必須另外建立一套新的方法。

如前节所述，非綫性电路的分析任务通常是給定电路特性及某种輸入，要求得在此輸入时电路的輸出。电路特性对于綫性元件只須給出其参数即可，对于非綫性元件則常給出由实驗測得的伏安特性；輸入电源在常見的电子器件中多系电压形式，輸出則是由通过非綫性元件的电流流經一以綫性元件組成的負載获得；所以只要求得通过非綫性元件的电流，非綫性部分的分析任务即已完成。这一电流流經負載所得的結果，包括負載上的电压、負載吸收的功率以及效率的計算等，均可以綫性系統分析方法处理。为了从頻譜的角度来研究輸出振蕩的特性，在求得通过非綫性元件的电流以后，还要求出此电流的頻譜，也就是将它表示为不同頻率的正弦振蕩之和。因此非綫性系統的分析工作，主要可以归結为两个步驟：第一，設法求得通过非綫性元件的电流的时間函数；第二，根据这函数求出其頻譜。

非綫性电路中的电流，从理論上說，也可利用基尔霍夫定律列出电路的微分方程，并且設法求解此微分方程得到。例如，当一串联迴路中包含有铁心綫圈时（图 10.2），則因铁心的导磁系数 μ 是磁感应 B 的函数，因而也是迴路电流 i 的函数，于是綫圈的电感量 L 也是电流 i 的函数，記为

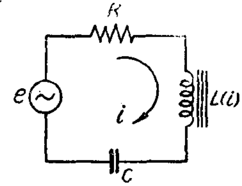


图 10.2 含有铁心綫圈的串联迴路。

$L(i)$；此时迴路的微分方程为

$$L(i)\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int i\,dt=e.$$

将上式对 t 微分并經整理，得

$$\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{R+\frac{d}{dt}L(i)}{L(i)}\cdot\frac{di}{dt}+\frac{1}{CL(i)}i=\frac{1}{L(i)}\frac{de}{dt}.$$

这是一个非綫性微分方程，即使知道了电感量 L 对电流 i 的函数关系，求解也很困难。这种非綫性微分方程的解法，大多未作詳細研究；有些虽已作了研究，設法求出了解答，也因結果甚为繁复，不合工程实用。所以在实际工作中，求电流常常不是用解非綫性微分方程的办法，而是采用近似分析法。

非綫性电路中电流的近似求解法可用解析的方法，也可用图解的方法。在采用解析法时，外加电压的时間函数 $u(t)$ 是已知的，如果非綫性元件的伏安特性的解析表示式 $i=f(u)$ 也知道，則元件中电流的时間函数即可由直接代入法求得为 $i=f[u(t)]=\phi(t)$。所以，求解电流的关鍵在于如何将非綫性元件的伏安特性用一解析函数表示出来。在采用图解法时，若已知外加电压波形和元件的伏安特性曲綫，則可用逐点繪制的办法将电流波形画出。

求得非綫性电路中电流以后，要求出其中所包含的頻率分量，包括基波分量、諧波分量以及組合頻率分量，还需应用頻譜分析法；这种分析法也可以是解析的或图解的。

本章以后几节，将首先研究如何用解析函数来近似地表示非綫性元件的伏安特性，然后按照不同函数所表示的伏安特性分别研究在給定外加电压下如何去求解电流及其所包含的頻率分量。

§10.3 非綫性元件伏安特性的近似表示法

近代无綫电技术中，应用着具有各种伏安特性的非綫性元件，而电

子管是其中最主要而基本的元件，因此这里以电子管的伏安特性为主进行研究。但这里所述的方法，很容易推广到具有其他非綫性元件的場合。

为了分析和計算电子管綫路，必須知道电子管的靜特性曲綫。这些曲綫如图 10.3 所示，通常均由电子管的制造单位供給。图 10.3 中只列举了一些典型的特性曲綫，其中(a)是二极管的特性曲綫；(b)是氧化物阴极的三极管或多极管的板流和柵压特性曲綫（簡称板柵特性），在一般工作情况下，它沒有明显的飽和現象；(c)是鎢阴极电子管的板柵特性曲綫，它有明显的飽和現象，其中 i_s 即为飽和电流。板柵特性只有当板压很高因而柵流影响可以忽略不計时才具有图 10.3(c) 的形状；如果柵流甚大而其影响必須計及，則板流 i_a 將随柵压 u_g 的增加而減小，如图 10.3(d) 所示，該图中的虛綫是表示柵流和柵压間关系的特性曲綫。

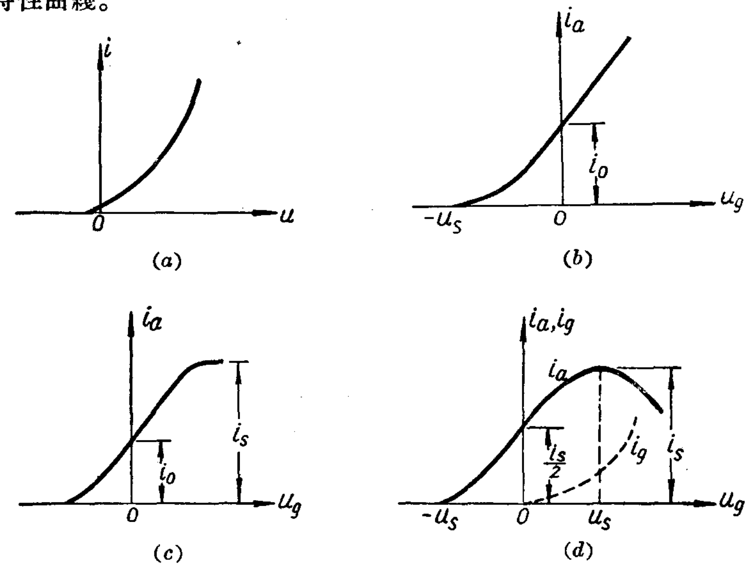


图 10.3 电子管的一些伏安特性曲綫。

到現在为止，对于电子管还沒有从理論上导出各电极电压为任意

值时的管內电流与电极电压的关系，所以上述电子管特性曲綫只能近似地以解析方法来表示。以解析函数近似地表示伏安特性包含两个問題，一为选擇一适当函数来近似地代表該特性曲綫，二为确定此函数的有关系数。所选的函数应能足够准确地代表所給的曲綫，并且要形式簡单，便于工程計算。現在已有不少无綫电技术工作者根据不同的近似目的找出了不少函数，可以用来近似地表示电子管和其他非綫性元件的特性曲綫。这些函数約可分为下列几类：(1)冪多項式或冪級数，(2)指数多項式，(3)三角多項式，(4)其他超越函数，其中以第一类在实用中应用最广。选定了函数以后，这函数总有若干个未定系数，这些系数的确定方法通常和确定积分常数相似，即选擇若干点，以这些点的函数值或导数值(由曲綫上求得)代入該近似表示式，可得一組联立方程式，它的解即为未定系数。

下面对于在无綫电技术中最常用的几种近似表示法分别加以研究。

1. 冪級数近似表示法

任何形状的曲綫均可用冪級数(即泰勒級数)来表示，因为任何函数 $f(x)$，当它的各阶导数均存在时，总可以表示为

$$f(x)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k+\cdots. \tag{10-4}$$

这是函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的泰勒公式。在非綫性元件的伏安特性中，$f(x)=i$，$x=u$，$x_0=U_0$，則电流以电压的冪級数表示的形式为

$$i=f(u)=a_0+a_1(u-U_0)+a_2(u-U_0)^2+\cdots+a_k(u-U_0)^k+\cdots, \tag{10-5}$$

式中 $a_0=f(U_0)$ 为 $u=U_0$ 时函数 $f(u)$ 之值，$a_k=\frac{1}{k!}\left[\frac{d^k i}{du^k}\right]_{u=U_0}$ 为 $u=U_0$ 时函数 $f(u)$ 的 k 次导数之值。在 $U_0=0$ 的特殊情况下，上述冪級数具

有麦克劳林級数的形式，即

$$i=f(u)=a_0+a_1u+a_2u^2+\cdots+a_ku^k+\cdots, \tag{10-6}$$

此时式中 $a_0=f(0)$，$a_k=\frac{1}{k!}\left[\frac{d^k i}{du^k}\right]_{u=0}$.

上述冪級数所取項数的多少应由近似条件来决定，要求近似的准确度愈高或此近似式能表示的曲綫范圍愈寬，所取的項数就愈多。但是在实用上为便于計算，不可能取太多的項数。在一般情况下，可視近似条件分别取到电压 u 的一次項、二次項或三次項，而很少有应用高于五次的多項式。下面再分别就直綫表示法、二次多項式表示法和三次多項式表示法加以討論。

(1)直綫表示法 如果电子管只工作在特性曲綫上近于直綫的部分，或者輸入信号足够小，使电子管只工作在特性曲綫的很小一段上，因而可以把这一小段曲綫近似地看成为直綫，則电子管的特性曲綫都可以用一条直綫来代表。当然在这两种情况下，两条直綫的方程式是不一样的。前一种情况，如图 10.4，对于板极电源电压为 E_a 的 i_a-u_g 特性曲綫，可直接写出其直綫方程式为

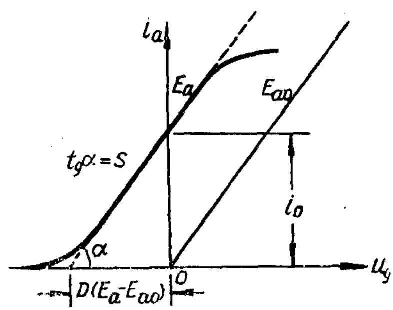


图 10.4 电子管特性曲綫的直綫表示法。

$$i_a=i_0+Su_g, \tag{10-7}$$

式中 i_0 是 $u_g=0$ 时的板流，S 是电子管的静跨导，即其特性曲綫直綫部分的斜率。此式实际为(10-6)式的前两項，只是系数 $a_0=i_0$, $a_1=S$ 而已。电流 i_0 系由板源电压 E_a 决定，故可用 E_a 表出。設 E_{a0} 是起始板极电压，对应于此电压的理想化(即直綫化)了的特性曲綫通过原点，也就是若特性曲綫为直綫，这电压是栅压为零时沒有板流的板源电压。在理想化的特性曲綫系統中，栅压不变而板压由 E_{a0} 增至 E_a 所得的板流

增量，等于板压不变而栅压增加 $D(E_a-E_{a0})$ 所得的板流增量，其值即为 i_0。这是很容易由图 10.4 中看出的。这里 D 是电子管的渗透率，以 $D=\left[-\dfrac{\partial u_g}{\partial u_a}\right]_{i_a=\text{常数}}$ 定义。于是有

$$i_0=SD(E_a-E_{a0})=SDE_a',$$

式中 $E_a'=E_a-E_{a0}$。这样，(10-7)式就具有下列形式:

$$i_a=S(u_g+DE_a'). \tag{10-8}$$

通常栅压 u_g 是由一直流偏压与一交流信号电压組成，可以記为

$$u_g=E_g+u_{g\sim}, \tag{10-9}$$

式中 E_g 是直流偏压，$u_{g\sim}$ 是栅压中的交流分量。将此式代入(10-7)式或(10-8)式，可以看出板流 i_a 中也有直流和交流两部分，其中交流部分为

$$i_{a\sim}=Su_{g\sim}. \tag{10-10}$$

可見在这种情况下，板流和栅压的交流分量間也具有綫性关系。但这里的討論都是由靜特性曲綫引出的，即所考虑的是板极电路中沒有負載的情况；此时电子管上的板压 u_a 等于板源电压 E_a。当板极电路中接有負載时，板压 u_a 将随負載上压降而变化；此时板流中交流分量 $i_{a\sim}$ 将不仅决定于栅压中交流分量 $u_{g\sim}$，并且与板压中的交流分量 $u_{a\sim}$ 有关；但这种关系仍可以一直綫方程式来表示。关于这一問題还将在以后討論。

(2)二次多項式表示法　若取(10-6)式的前三項，可得特性曲綫的二次多項式近似表示式

$$i_a=a_0+a_1u_g+a_2u_g^2. \tag{10-11}$$

这是一頂点不在原点的拋物綫。若此曲綫的頂点在 u_g 軸上并在原点之左，如图 10.5 所示，則曲綫的右枝近頂点部分与图 10.3(b) 所示特性曲綫在接近截止的部分相似，其他部分則差別較大；曲綫的左枝当然是不适用的。若以(10-11)式的右枝(即 AC 段)近似地表示图 10.3(b)

的特性曲綫，并令此近似曲綫上A、B两点与特性曲綫上相应的点重合，則可根据特性曲綫上这些点的函数值及导数值来确定(10-11)式中的系数。比較两曲綫，显然有：

$$\left.\begin{aligned}&\text{当 } u_g=0 \text{ 时，} && i_a=a_0=i_0;\\ &\text{当 } u_g=0 \text{ 时，} && \left[\frac{di_a}{du_g}\right]_{u_g=0}=a_1=S;\\ &\text{当 } u_g=-u_s \text{ 时，} && i_a=a_0-a_1u_s+a_2u_s^2=0.\end{aligned}\right\}$$

解此联立方程式，可得

$$a_0=i_0,$$

$$a_1=S,$$

$$a_2=-\frac{i_0-Su_s}{u_s^2}.$$

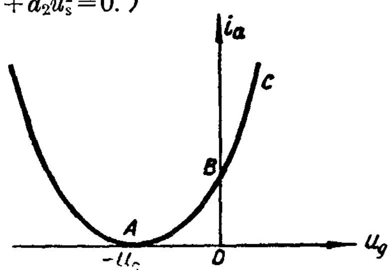


图 10.5 电子管特性曲綫的二次多項式表示法。

于是(10-11)式具有如下的形式：

$$i_a=i_0+Su_g-\frac{i_0-Su_s}{u_s^2}u_g^2.$$

用二次多項式表示特性曲綫的准确度不高，不能作为定量計算的根据，但常在对于非綫性頻率变換作定性的物理說明时应用。

(3)三次多項式表示法　在分析非綫性电路时，有时也用缺少二次方項的三次多項式，即将近似式写为

$$i_a=a_0+a_1u_g+a_3u_g^3. \qquad (10\text{-}12)$$

这是一立方抛物綫。若此曲綫的最小值点在u_g軸上并在原点之左，如图10.6所示，則曲綫的AD段与图10.3(d)計及栅流影响的三极管特性曲綫大致相符。設特性曲綫是对称的，即板流为零及为飽和电流i_s分别出現在栅压u_g为$-u_s$及$+u_s$之处，当栅压为零时，板流为$\frac{i_s}{2}$。令

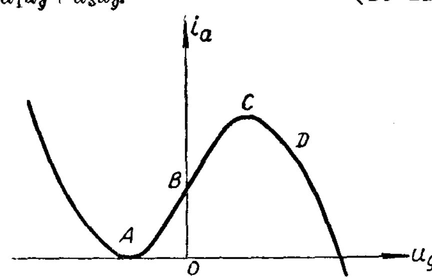


图 10.6 电子管特性曲綫的三次多項式表示法。

图 10.6 曲綫上 A、B、C 諸点与特性曲綫的相应各点重合，則可列出以下諸式:

$$\left.\begin{aligned} &\text{当 } u_g=0 \text{ 时}, && i_a=a_0=\frac{i_s}{2};\\ &\text{当 } u_g=0 \text{ 时}, && \left[\frac{di_a}{du_g}\right]_{u_g=0}=a_1=S;\\ &\text{当 } u_g=u_s \text{ 时}, && \left[\frac{di_a}{du_g}\right]_{u_g=u_s}=a_1+3a_3u_s^2=0. \end{aligned}\right\}$$

由上面的联立方程式中解出 a_0、a_1、a_3，并代入(10-12)式，得

$$i_a=\frac{i_s}{2}+Su_g-\frac{S}{3u_s^2}u_g^3.$$

若由近似曲綫上再找一个条件，还可将上式系数中 u_s 与 i_s 之一消去。若特性曲綫不是对称的，用类似的方法亦可定出近似式的系数。

三次多項式近似表示法可用于振蕩理論的分析，但在工程計算中則不常采用。

2. 折綫近似表示法

这种近似表示法是用几个直綫段所組成的折綫来代替实际的特性曲綫。直綫方程是冪級数的一种特例，所以折綫表示法在实质上是和冪級数表示法一样的，不过此法对于特性曲綫的不同区段是用不同的冪級数来表示而已。图 10.7 中的虚曲綫是电子管的特性曲綫，这曲綫現在用三个直綫段来代表如下:

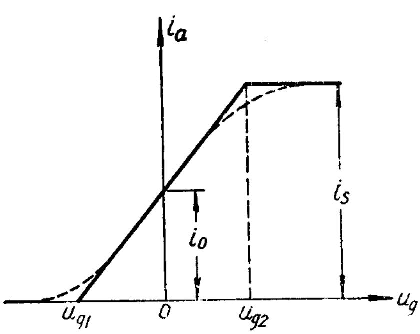


图 10.7 电子管特性曲綫的折綫表示法。

当 $u_g<u_{g_1}$ 时， $i_a=0$; (10-13a)

当 $u_{g_1}<u_g<u_{g_2}$ 时， $i_a=i_0+Su_g$; (10-13b)