

高等学校教学用书

电 路 理 论

下 册

铁道部教材編輯組选編

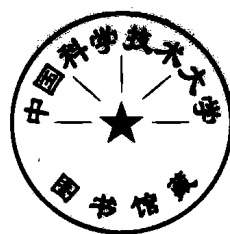
人 民 鐵 道 出 版 社

高等学校教学用书

电 路 理 論

下 册

铁道部教材編輯組选編



人 民 鐵 道 出 版 社

一九六一年·北京

本書系鐵道部教材編輯組選編，分上下兩冊，推荐作高等学校教學用書。

上冊适用于鐵道有綫通信及信号等專業，下冊只适用于鐵道有綫通信專業。

上冊內容包括：复頻率概念、二端網的分析与綜合、四端網的分析与綜合、均匀傳輸綫、均衡器及按組合法設計濾波器等章。下冊分柯干法設計濾波器、按工作参数設計濾波器的綜合法，以及晶体濾波器等三章，并附有夏可宾橢圓函数、契比雪夫多項式，以及邹摩他略娃第三解等三个附录。

主編单位：北京鐵道学院电信系电信基础教研組。

主 編 人：杜錫钰、王文煊。

高等学校教學用書

电 路 理 論

下 冊

鐵道部教材編輯組選編

人民鐵道出版社出版

(北京市霞公府17号)

北京市书刊出版业營業許可証出字第 010 号

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

人民鐵道出版社印刷厂印

书号1821 开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ 印张 $8 \frac{1}{4}$ 字数227千

1961年9月第1版

1961年9月第1版第1次印刷

印数 0,001—800 冊 定价 (10) 1.15元

目 录

第七章 柯干法設計滤波器	1
§7—1 概論	1
§7—2 滤波器的衰耗級及最佳衰耗特性的求法	1
§7—3 μ 式相移网的傳輸常数	3
§7—4 μ 式相移网的最佳 μ 值	6
§7—5 保証最小衰耗要求的最小衰耗級数 N 的确定	14
§7—6 各种滤波器的最佳 m 值	17
§7—7 滤波器的最佳衰耗函数	22
§7—8 滤波器的阻抗級及阻抗級的选择	26
§7—9 滤波器的設計步驟	29
§7—10 設計举例	33
第八章 按工作参数綜合設計滤波器	50
§8—1 概述	50
§8—2 对称滤波器特性函数的規律	51
§8—3 特性函数的构成	52
§8—4 实现网络的方法	57
§8—5 契比雪夫式低通滤波器	61
§8—6 邵尔式低通滤波器	65
§8—7 高通, 带通和带阻滤波器的設計	79
§8—8 損耗的影响	87
§8—9 按电流比电压比或电势比設計滤波器	84
第九章 晶体滤波器	83
§9—1 概念	83
§9—2 压电效应	86
§9—3 石英晶体片的割切及各种系数	87
§9—4 晶体諧振体的等效电路	88
§9—5 人造晶体	90
§9—6 压电諧振体的計算	92
§9—7 晶体窄带通滤波器	94
§9—8 晶体窄带通滤波器的匹配半节	99
§9—9 晶体寬带通滤波器	102
§9—10 晶体带阻滤波器	107
附录 I 夏可宾椭圆函数	110
§I—1 椭圆积分	110
§I—2 夏可宾椭圆函数	112
§I—3 夏可宾椭圆函数的微分及加法定則	115
§I—4 某些变数的夏可宾椭圆函数及其周期平行四边形	117
§I—5 夏可宾椭圆函数的变换	118
§I—6 夏可宾椭圆函数的近似計算	121
附录 II 关于契比雪夫多項式	123
附录 III 关于邵摩他略夫第三解	125

第七章 柯干法設計滤波器

§7-1 概 論

在第六章中曾对各种滤波器的格形及梯形基本节电路的特性进行了較比詳細的討論，并举例說明如何根据給定的要求，用拼凑法进行設計。但拼凑法的缺点是要經過多次試算，不能一下就能選擇好所要求的电路；而且最后选定的电路也很难保証最佳的。什么是最佳的电路呢？**最佳电路**就是既能满足技术要求而又使电路的元件最少。因为元件最少，一方面体积小、成本低；另外因为元件中損耗的影响，多余的元件会使通带的衰耗加大。由于元件中損耗影响在通带中所产生的衰耗值不是一样的，而是离截頻愈近愈大，因此多余的元件也要增加振幅畸变。

近代技术对滤波的要求愈来愈高，因此滤波器的設計方法也愈来愈多，而日趋完善。在广泛的基础上，柯干提出一种設計最佳电路的分析方法。这种方法是以前式相移网为基础，根据給定的对通带及阻带衰耗要求，找出前式相移网络的最佳电路，然后利用不等效頻率变换，变成各种滤波器的电路。

从以下的討論可知，这种方法的**优点**是有一定的設計程序，按照規定的步驟，一次便可算出最佳电路的元件值；而且比綜合法的計算簡易，比样板法的設計精确。其**缺点**則是以特性参数为基础，不如按工作参数綜合法的設計更反映实际运用情况；并对过渡頻带的特性不能事先控制；当对阻带各处的最小衰耗值要求不同时，柯干法只能設計最小衰耗值相等的滤波器，为了满足要求，就必需按較大的最小衰耗值来設計，浪費了元件。此外，用柯干法設計梯形电路时，所求得的结果有时不是最佳的，比如按衰耗要求已选好最佳电路后，如果需要2級以上的特性阻抗，往往需要另加匹配半节。对最后三点來說，样板法則較比适用。最后应指出，当具有半节时，柯干法并不能彻底地求出最佳的电路。因为这个半节衰耗峰被固定在有效阻带的界限頻率处。如果把這個衰耗峰向阻带內移动，最小衰耗仍会提高。

虽然柯干法尚具有这些缺点，但在一般的情况下，毕竟是計算簡易，設計精确的一种方法，而且既能設計格型电路，也能設計梯型电路，因此被广泛采用。以下将分节介紹这种設計滤波器的方法。

§7-2 滤波器的衰耗級及最佳衰耗特性的求法

当設計滤波器时，总是希望在有效阻带內获得最大可能的衰耗值。而**最大可能的衰耗值是与衰耗峯頻率位置有关**。以低通滤波器为例，图

7-1 繪出两个衰耗峰位置不同的一节低通滤波器的衰耗特性曲线。显然曲线a是最好的，因为它的衰耗峰位置适当，使得有效阻带的两个界限頻率上的衰耗相等（最小衰耗相等）；而曲线b在 η_a 处衰耗虽較大，但 η_c 处則不能满足要求。因此在单节滤波器中，如果有效阻带一定，則有一个最佳的衰耗峰使它的防护性能最好。因衰耗峰与 m 值有关，故也可說有一个最佳 m 值。当采用两节滤波器鏈接时，則图7-2所示的两个衰耗峰是最佳的位置，因为这时它的三个最小衰耗落在同一水平綫上。如果改变任一衰耗峰的位置，則三个最小衰耗点至少要有一个落在水平綫以下，結果使防护性能变坏。因此图7-2所选的两个衰耗峰是最佳的，也可說被鏈接的两个基节的 m 值

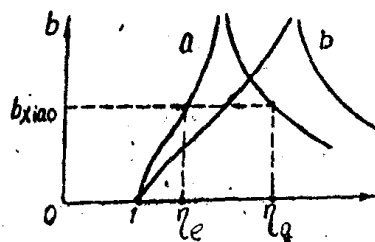


图 7-1

是最佳的。如果要在图7-2内增加最小衰耗值，必須再鏈接一个基节，也就是再增加一个衰耗峰，而且为了使有效阻带内最小衰耗值最大，必需选择三个最佳的 m 值。通过以上的分析可知选择有效阻带内最佳衰耗特性的問題，实际上是选择最佳 m 值的問題。通常称有一个衰耗峰的滤波器为一級衰耗滤波器，两个衰耗峰的滤波器为兩級衰耗的滤波器。余类推。

已知格型滤波器的特性公式是：

$$z_{po} = \sqrt{z_a z_b},$$

$$\text{th} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{z_a}{z_b}},$$

或

$$\theta = b + ja = \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{z_a}{z_b}}}{1 - \sqrt{\frac{z_a}{z_b}}} \quad (7-1)$$

以 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 除分子分母得

$$\theta = b + ja = \ln(-1) \frac{1 + 1/\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}}{1 - 1/\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}} \quad (7-2)$$

可見当 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}} = 1$ 时，也就是电桥平衡时，衰耗为无限大；

当 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}} = \sqrt{k'}$ 或 $\frac{1}{\sqrt{k'}}$ (現在 $\sqrt{k'}$ 可看成一個定数，具体意义以后可讲到) 时，

衰耗相等。为了使有效阻带内得到最大可能的衰耗，必須使 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 比值尽量接近于1，也就

是使电桥尽量接近平衡。因为 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 的特性是随频率改变的，由图7-3及图7-4所示的一級

衰耗的低通滤波器及二級衰耗的低通滤波器都可看出。(在兩图內， a 是 z_a, z_b 的频率特性， b 是衰耗频率特性， c 是 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 的频率特性， d 是 $\ln \sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 的频率特性)；欲使最小衰耗相等，必

須使这些点的 $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 等于 $\sqrt{k'}$ 或 $1/\sqrt{k'}$ ，如图7-3c及7-4c，也就是說为了得到最佳衰

耗特性， $\sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 必需在1上下波动，且与1最大偏差应分别为 $\sqrt{k'}$ 及 $\frac{1}{\sqrt{k'}}$ 。因为 $\ln 1 =$

0， $\ln \frac{1}{\sqrt{k'}} = -\ln \sqrt{k'} = -\Delta$ ，故也可說为了得到最佳衰耗特性，必須使 $\ln \sqrt{\frac{z_a}{z_b}}$ 在

零上下作等偏波动，如图7-3d及图7-4d所示。通常称在零上下作等偏波动的函数为契比雪夫最佳近似函数。

由以上的討論可知，寻求最佳衰耗函数或最佳 m 值的問題，乃是寻求一些 m 值，使組成滤波器的衰耗函数，具有契比雪夫最佳近似的性質。或者說，在給定頻带內，滤波器的衰耗

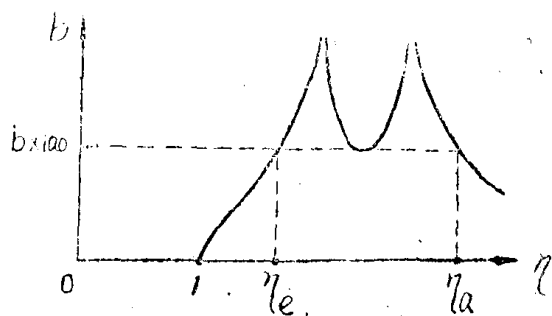


图 7-2

函数应该是契比雪夫近似函数。进行这种工作，有人以低通滤波器为基础，导出低通滤波器的最佳电路的 m 值或其衰耗函数，当设计别种滤波器时，可先求出辅助低通的最佳电路，然后利用不等效频率变换求得所要求滤波器的最佳电路。柯干所提出的方法是用电路比低通更简单的 μ 式相移网为基础。

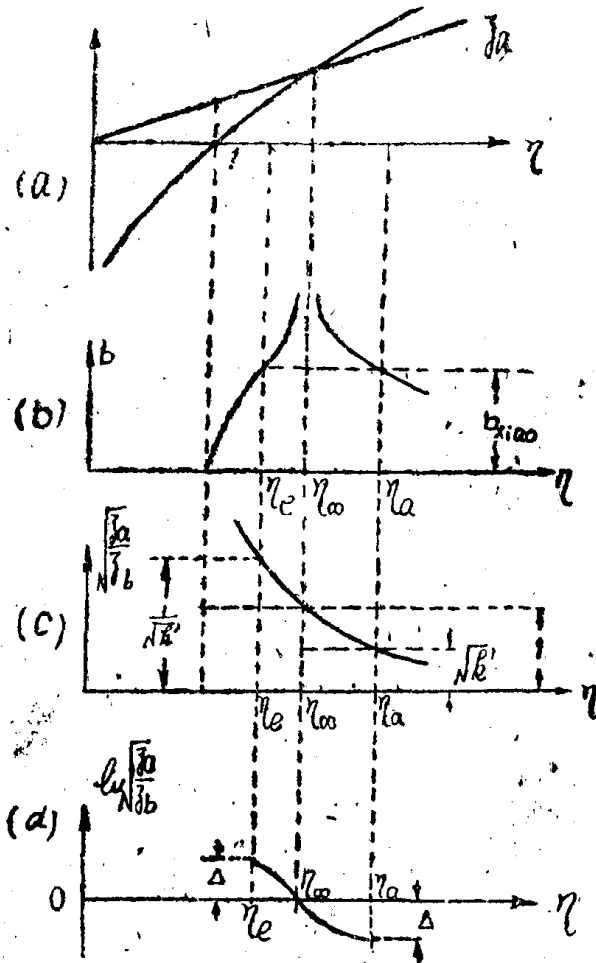


图 7-3

§7-3 μ 式相移网的传输常数

当格型四端网的直臂只有一个电感（或电容），斜臂只有一个电容（或电感），且数值都等于 μ 时，如图7-5所示，称为 μ 式相移网络。

根据图7-5，可以列出这种电路两臂的标称阻抗的公式分别为

$$z_{1\mu} = p_{\eta\mu}\mu,$$

$$z_{2\mu} = \frac{1}{p_{\eta\mu}\mu}.$$

式中各变量都缀以角码 μ 表示系属于 μ 式相移网络的量。从两臂的阻抗公式，可求得 μ 式相移网的特性阻抗公式为

$$z_{p0} = \sqrt{z_{1\mu}z_{2\mu}} = 1, \quad (7-3)$$

传输常数公式为

$$\text{th } \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{z_{1\mu}}{z_{2\mu}}} = \mu p_{\eta\mu} = j\mu\eta_{\mu}, \quad (7-4)$$

或

$$\theta = \ln \frac{1 + \mu p_{\eta\mu}}{1 - \mu p_{\eta\mu}} = \ln \frac{1 + j\mu\eta_{\mu}}{1 - j\mu\eta_{\mu}}.$$

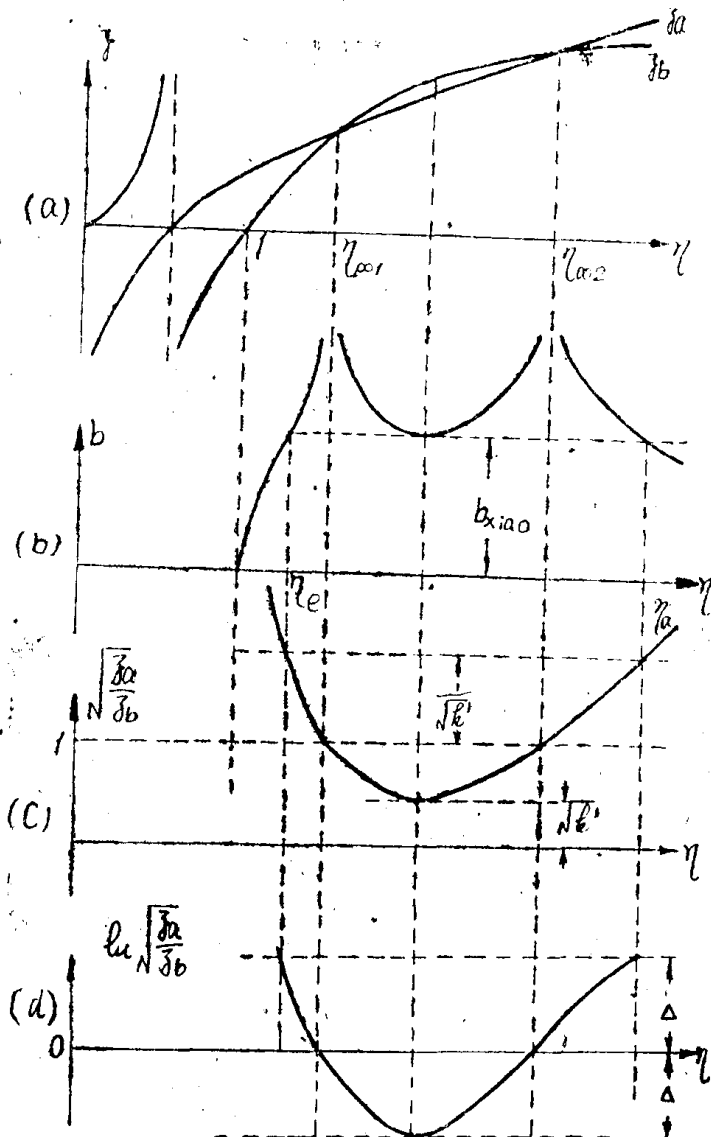


图 7-4

由上式看出，在全部实频范围（ η 由0至 ∞ ）内， μ 式相移网的衰耗永远是零，只是位移随频率的不同而发生变化，即 $a = 2 \operatorname{tg}^{-1} \mu \eta \mu_0$ 。因此管这种网络叫 μ 式相移网络。

我们研究 μ 式相移网的目的，是要以 μ 式相移网为基础，先求出具有最佳特性的 μ 式相移网的电路及特性公式，然后再利用不等效频率变换式，将求得的结果变换成各种滤波器的电路及特性公式。但滤波器的特性包括衰耗及相移，也就是说应该有通带及阻带。显见，只有相移变化的 μ 式相移网是不能完成这项任务的。因此我们还必需导入复频率的概念。

在第六章讨论元件中的损耗影响时，曾谈到当电感线圈中具有电阻时，阻抗公式为

$$z_L = p_{\eta L} \alpha = (p_{\eta} + d_L) \alpha, \quad (7-5)$$

当电容中具有漏导时，导纳公式为

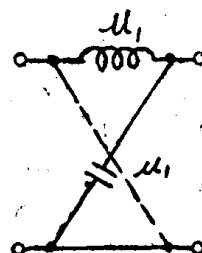


图 7-5

$$y_c = p_{\eta c} \beta = (p_{\eta} + d_c) \beta, \quad (7-6)$$

式中 $d_L = \frac{r}{\omega_0 L}$, $d_c = \frac{G}{\omega_0 C}$ 。

由以上两式看出，当虚频 d 为零时，(7-5)及(7-6)两式就代表 μ 式相移网的两个臂的电抗，这时 $p_{\eta} \alpha = p_{\eta} \mu$ 与 $p_{\eta} \beta = p_{\eta} \mu$ 。当实频 p_{η} 为零时，

$$z_L = d_L \alpha = \frac{r}{\omega_0 L} \cdot \frac{L \omega_0}{R} = \frac{r}{R}, \quad (7-7)$$

$$y_C = d_c \beta = \frac{G}{\omega_0 C} \cdot R \omega_0 C = G R. \quad (7-8)$$

在全部虚频范围内，即当 $d_L d_c$ 变化时 μ 式相移网变成 rG 变化的电阻电桥。这时

$$\left. \begin{aligned} z_{1\mu} &= d_L \mu, \\ z_{2\mu} &= d_c \mu, \\ \operatorname{th} \frac{\theta}{2} &= \sqrt{d_L d_c} \mu = d \mu, \\ \theta &= b + ja = \ln \frac{1+d \mu}{1-d \mu}. \end{aligned} \right\} \quad (7-9)$$

或

显見，随着 $d\mu$ 乘积的变化， μ 式相移网的衰耗亦发生变化。当 $ad = 1$ ，或 $d = \frac{1}{\mu}$ 时，电桥完全平衡， μ 式相移网发生衰耗峰。当 $ad < 1$ 时，相移为零，衰耗 $b = 2\text{th}^{-1}\mu d$ ，当 $ad > 1$ 时，相移为 π ，衰耗 $b = 2\text{cth}^{-1}\mu d$ 。

从以上的討論可知，如果把频率的范围扩大， μ 式相移网即可具有滤波器的特性。在全部实频率范围内，它具有滤波器通带的性质，在全部虚频率范围内，它具有滤波器阻带的性质。这样，便有可能通过适当的公式，将 μ 式相移网的特性变成各种滤波器的特性。例如令 μ 式相移网的传输常数公式与低通滤波器的传输常数公式分别相等，即

$$\mu p_{\eta\mu} = \frac{m p_{\eta d}}{\sqrt{1 + p_{\eta d}^2}} \quad (7-10)$$

式中 $p_{\eta d}$ 代表低通滤波器的标称频率。

如果再令

$$m = \gamma \mu, \quad (7-11)$$

可得

$$p_{\eta\mu} = \frac{\gamma p_{\eta d}}{\sqrt{1 + p_{\eta d}^2}} \quad (7-12)$$

通过以上的公式就可把 μ 式相移网的频率特性转换成低通滤波器的频率特性，即两者具有以下关系：

$$\left. \begin{aligned} 0 &\rightarrow p_{\eta d} \rightarrow j1 \\ 0 &\rightarrow p_{\eta\mu} \rightarrow j\infty \end{aligned} \right\} \text{通频带,}$$

$$\left. \begin{aligned} j1 &\rightarrow p_{\eta d} \rightarrow j\frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \rightarrow j\infty \\ \infty &\rightarrow p_{\eta\mu} = d \rightarrow \frac{1}{\mu} \rightarrow \gamma \end{aligned} \right\} \text{阻频带.}$$

上式说明，通过 (7-12) 式的关系，就将 μ 式相移网在全部实频率范围内特性，转换成低通滤波器由 0 到截频 f_j 的一段特性；将 μ 式相移网在虚频率 d 由 ∞ 至 γ 的一段特性，转换成低通滤波器由截频 f_j 至 ∞ 的一段特性。因此，为了研究各种滤波器的最佳衰耗特性，只需先研究 μ 式相移网的最佳衰耗特性，然后利用不等效频率变换，就可求出该滤波器的频率特性。

当把两节不同 μ 值的 μ 式相移网按特性阻抗匹配链接时，如图7-6所示。则总的传输常数公式为

$$\begin{aligned} \text{th} \frac{\theta}{2} &= \text{th} \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\text{th} \frac{\theta_1}{2} + \text{th} \frac{\theta_2}{2}}{1 + \text{th} \frac{\theta_1}{2} \text{th} \frac{\theta_2}{2}} \\ &= \frac{\mu_1 p_{\eta\mu} + \mu_2 p_{\eta\mu}}{1 + \mu_1 \mu_2 p_{\eta\mu}^2} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \frac{p_{\eta\mu}}{p_{\eta\mu}^2 + \frac{1}{\mu_1 \mu_2}} \\ &= h_2 \frac{p_{\eta\mu}}{p_{\eta\mu}^2 + y_1^2} \end{aligned} \quad (7-13)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} h_2 &= \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \\ y_1^2 &= \frac{1}{\mu_1 \mu_2} \end{aligned} \right\} \quad (7-14)$$

由 (7-13) 式可知，当 $p_{\eta\mu} = d_1 = \frac{1}{\mu_1}$ 及 $p_{\eta\mu} = d_2 = \frac{1}{\mu_2}$ 时，发生两个衰耗峰。

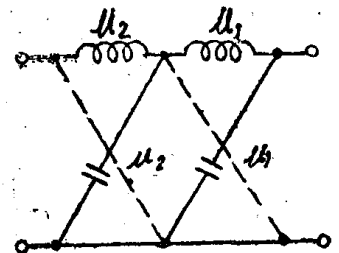


图 7-6

当将三节不同 μ 值的 μ 式相移网按特性阻抗匹配链接时, 依照上面的方法, 可得

$$\operatorname{th} \frac{\theta}{2} = \operatorname{th} \frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{2} = h_3 \frac{p_{\eta\mu}(p_{\eta\mu}^2 + y_1^2)}{p_{\eta\mu}^2 + y_1^2}, \quad (7-15)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} h_3 &= \frac{\mu_1 \mu_2 \mu_3}{\mu_1 \mu_2 + \mu_2 \mu_3 + \mu_3 \mu_1}, \\ y_1^2 &= \frac{1}{\mu_1 \mu_2 + \mu_2 \mu_3 + \mu_3 \mu_1}, \\ y_1^2 &= \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\mu_1 \mu_2 \mu_3}. \end{aligned} \right\} \quad (7-16)$$

且当 $p_{\eta\mu} = d_1 = \frac{1}{\mu_1}$, $p_{\eta\mu} = d_2 = \frac{1}{\mu_2}$ 及 $p_{\eta\mu} = d_3 = \frac{1}{\mu_3}$ 时, 发生三个衰耗峰。

同理, 可推得任意 N 节按阻抗匹配链接时的传输常数公式为

$$\operatorname{th} \frac{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n}{2} = h_N p_{\eta\mu} F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2), \quad (7-17)$$

当 N 为偶数时, 式中

$$F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2) = \frac{\prod_{n=1}^{N-1} (p_{\eta\mu}^2 + y_1^2)}{\prod_{n=1}^{N-1} (p_{\eta\mu}^2 + y_1^2)}, \quad (7-18)$$

当 N 为奇数时, 式中

$$F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2) = \frac{\prod_{n=1}^{N-1} (p_{\eta\mu}^2 + y_1^2)}{\prod_{n=1}^{N-1} (p_{\eta\mu}^2 + y_1^2)}, \quad (7-19)$$

Π 是连乘的符号, h_N 及 y_1 全是 μ 的函数。

将 (7-17) 式改成指数形式, 得

$$e^\theta = e^{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n} = \frac{1 + h_N p_{\eta\mu} F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2)}{1 - h_N p_{\eta\mu} F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2)}, \quad (7-20)$$

或由 (7-9) 式直接写出

$$b = \sum_{n=1}^N \ln \left| \frac{1 + \mu_n p_{\eta\mu}}{1 - \mu_n p_{\eta\mu}} \right|. \quad (7-21)$$

以上证明了 F_N 、 h_N 及 y_1 全是 μ 的函数, 且 N 个衰耗峰的位置是 $p_{\eta\mu} = d_n = \frac{1}{\mu_n}$ 。所以寻求 μ 式相移网的最佳衰耗函数的問題, 实际上是寻求最佳 μ 值的問題。

§7-4 μ 式相移網的最佳 μ 值

在第二节中, 曾对最佳衰耗函数的条件进行了討論。即最佳衰耗函数的条件应该是在有效阻带内 $\ln \sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$ 在零上下作等偏波动。对 μ 式相移网來說, 比較 (7-1) 与 (7-20) 式可知, 应该是

$$\ln h_N p_{\eta\mu} F_N(p_{\eta\mu}^2, y_1^2) \quad (7-22)$$

在零上下等偏波动。

这种性质可利用双周期的夏可宾椭圆函数来实现*。

在夏可宾椭圆函数中, 有一种 d 函数, 其定义为:

注*, 詳見附录 I

$$\operatorname{dn}(u, k) = 1 / \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2(u, k)}, \quad (7-23)$$

式中 k 为模数, $\operatorname{sn}(u, k)$ 是夏可宾椭圆数中的幅角正弦。 $\operatorname{dn}(u, k)$ 具有二个周期, 即

$$\operatorname{dn}(u + 2rk + j4sk') = \operatorname{dn}(u, k), \quad (7-24)$$

式中 r 及 s 为任意整数,

$$\left. \begin{aligned} K &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \\ K' &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - (k')^2 \sin^2 \theta}}, \\ k' &= \sqrt{1 - k^2}. \end{aligned} \right\} \quad (7-25)$$

k' 称补肋模数;

K 称为全椭圆积分;

K' 称为补肋全椭圆积分。

$\operatorname{dn}(u, k)$ 在复平面 u 的实轴上的周期是 $2K$, 当 u 由零至 $2K$ 时, $\operatorname{dn}(u, k)$ 依图 7-7 所示的曲线变化, 且具有下面的关系:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{dn}(0, k) &= 1; \\ \operatorname{dn}\left(\frac{K}{2}, k\right) &= \sqrt{k'}; \\ \operatorname{dn}(K, k) &= k'; \\ \operatorname{dn}(K \pm u) &= \frac{k'}{\operatorname{dn}(u, k)}. \end{aligned} \right\} \quad (7-26)$$

由 (7-26) 式可知, 函数 $\operatorname{dn}(u, k)$ 对 K 点来说是对称的, 且在 $u = K$ 点上, 具有最小值 k' 。

如果我们选

$$p_{\eta\mu} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}(u, k)}, \quad (7-27)$$

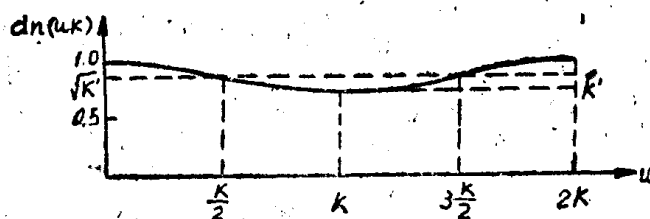


图 7-7

则当 $u = 0$ 时, $p_{\eta\mu} = \sqrt{k'}$, $u = \frac{K}{2}$ 时, $p_{\eta\mu} = 1$, $u = K$ 时, $p_{\eta\mu} = \frac{1}{\sqrt{k'}}$ 。因而

$\ln p_{\eta\mu} = \ln \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}(u, k)}$ 在零上下等偏波动。

如果在一节 μ 式相移网络中, 取 $\mu = 1$, 即令

$$\mu = \frac{1}{p_{\eta\mu\infty}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{K}{2}, k\right)}{1/\sqrt{k'}k} = 1, \quad (7-28)$$

(因 $u = \frac{K}{2}$ 时, $\operatorname{dn}(u, k) = 1/\sqrt{k'}$),

这时衰耗公式为

$$b = \ln \frac{1 + \mu p_{\eta\mu}}{1 - \mu p_{\eta\mu}} = \ln \frac{1 + p_{\eta\mu}}{1 - p_{\eta\mu}}. \quad (7-29)$$

根据 (7-27) $p_{\eta\mu}$ 的表示式, 显见在 $u = \frac{K}{2}$ (这时, $p_{\eta\mu} = d = \frac{1}{\mu} = 1$) 时,

(7-29) 式的衰耗是无限大; 当 $u = 0$ 及 $u = K$ 时, $p_{\eta\mu}$ 分别等于 $1/\sqrt{k'}$ 及 $1/\sqrt{k'}$ 。由图 7-7 可见, 这是两个与 1 偏差最大的数值, 因而当 $u = 0$ 及 $u = K$ 时要产生两个相等的最小衰耗, 其值由 (7-29) 式可知

$$b_{xiao} = \ln \left| \frac{1 + 1/\sqrt{k'}}{1 - 1/\sqrt{k'}} \right| = \ln \left| \frac{1 + 1/\sqrt{k'}}{1 - 1/\sqrt{k'}} \right|, \quad (7-30)$$

式中

$$k' = \sqrt{1 - k^2}.$$

为了以后设计查用, 由 (7-30) 式可绘出衰耗级 $N = 1$ 时, 最小衰耗 b_{xiao} 与 k 的关系曲线如图 (7-8)。

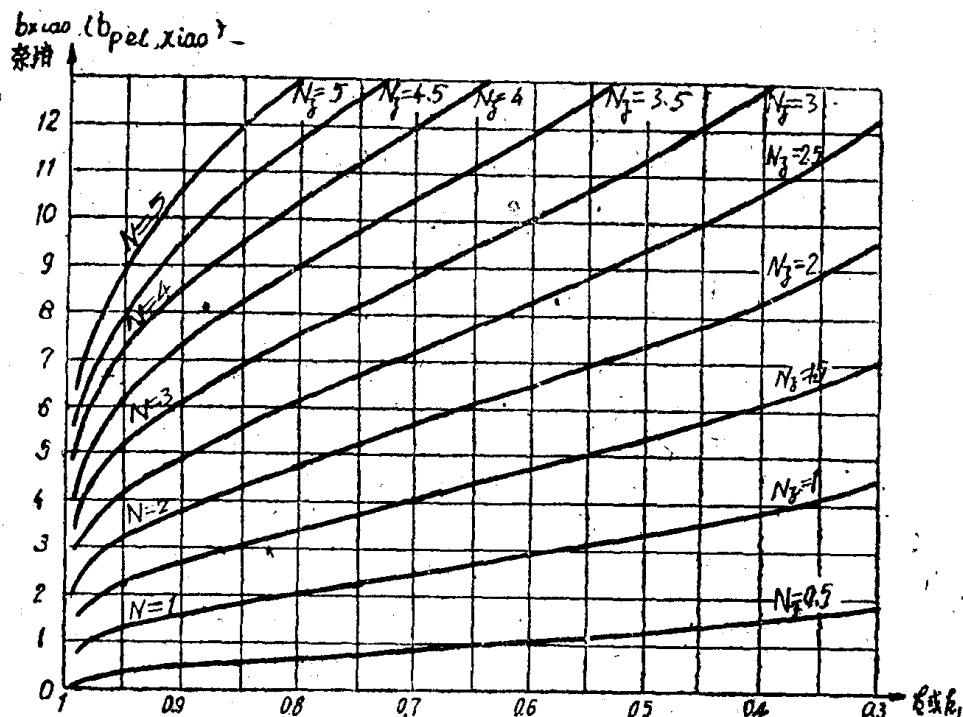


图 7-8

参看图 7-1, 可知在一级衰耗曲线中, 发生相等最小衰耗的两个频率: $p_{\eta\mu} = d_1 = 1/\sqrt{k'}$ 及 $p_{\eta\mu} = d_2 = 1/\sqrt{k'}$ 分别代表有效阻带的两个界限频率。仿照 μ 值与衰耗峰的关系, 可写出在最小衰耗时 (衰耗谷) 相当于 μ 值的参量为

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{1}{p_{\eta\mu xiao1}} = \frac{\operatorname{dn}(0, k)}{1/\sqrt{k'}} = \sqrt{k'} \\ \delta_2 &= \frac{1}{p_{\eta\mu xiao2}} = \frac{\operatorname{dn}(K, k)}{1/\sqrt{k'}} = \sqrt{k'} \end{aligned} \right\}. \quad (7-31)$$

当两节 μ 式相移网按阻抗匹配链接时, 这时(7-20)式中由(7-17)所代表的函数应该是(7-13)式的形式。为了讨论方便, 我们令(7-13)式 $N=2$ 时的传输函数为 x_2 , 则

$$b = \ln \left| \frac{1+x_2}{1-x_2} \right| = \ln \left| \frac{1+\mu_1 p_{\eta\mu}}{1-\mu_1 p_{\eta\mu}} \right| + \ln \left| \frac{1+\mu_2 p_{\eta\mu}}{1-\mu_2 p_{\eta\mu}} \right| \quad (7-32)$$

由上式可看出, 在 $p_{\eta\mu} = d_1 = \frac{1}{\mu_1}$ 及 $p_{\eta\mu} = d_2 = \frac{1}{\mu_2}$ 发生两次衰耗峰。仿照 $N=1$ 时的(7-27)式, 显见

$$x_2 = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}(u_2, k_2)} \quad (7-33)$$

时, 可满足(7-22)式最佳衰耗函数的条件。

图7-9绘出 $\operatorname{dn}(u_2, k_2)$ 与 u_2 的关系曲线, 由图7-9及(7-33)式更可绘出 x_2 与 u_2 的关系曲线如图7-10。

由图7-10可看出, 当 $u_2 = \frac{K_2}{2}$ 及 $\frac{3K_2}{2}$ 时, $x_2 = 1$, 由(7-32)式可知, 这时产生衰耗峰。当 $u_2 = 0, K_2$ 及 $2K_2$ 时, $x_2 = \sqrt{k'_2}, 1/\sqrt{k'_2}$ 及 $\sqrt{k'_2}$, 发生三次相等的最小衰耗, 其值为

$$b_{xiao} = \ln \frac{1+\sqrt{k'_2}}{1-\sqrt{k'_2}} \quad (7-34)$$

为了求出衰耗峰与衰耗谷的频率, 或者说求两个最佳 μ 值, 首先应求出 u 与 u_2 的关系。

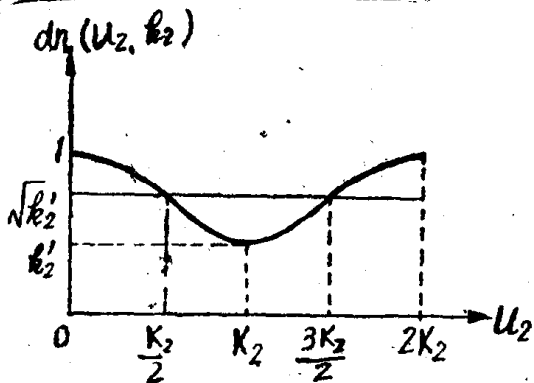


图 7-9

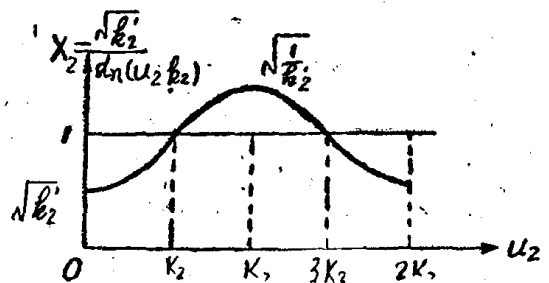


图 7-10

参考图7-2, 可知 $x_2 = 1/\sqrt{k'_2}$ 的两点相当于有效阻带的两个界限频率。由 $N=1$ 时的(7-31)式可知, 这时 u 应为0及 K , 即亦 u_2 由0至 $2K_2$ 相当于 u 由0至 K 。

如设

$$u_2 = Mu, \text{ 则 } u_2 = 2K_2 = Mu = MK,$$

从而得

$$M = \frac{2K_2}{K}, \quad (7-35)$$

因而

$$x_2 = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{2K_2}{K}u, k_2\right)} \quad (7-36)$$

在上式中, 显见当 $u_2 = \frac{2K_2}{K}u = \frac{K_2}{2}$ 及 $\frac{3K_2}{2}$ 时, 即当 $u = \frac{K}{4}$ 及 $\frac{3K}{4}$ 时, $x_2 = 1$, 将 $x_2=1$ 时的 u 值代入(7-27)式得两衰耗峰的频率为

$$p_{\eta\mu 1\infty} = \frac{1}{\mu_1} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}\left(\frac{K}{4}, k\right)},$$

$$p_{\eta\mu 2\infty} = \frac{1}{\mu_2} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}\left(\frac{3K}{4}, k\right)}.$$

或最佳 μ 值为

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{1}{p_{\eta\mu 1\infty}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{K}{4}, k\right)}{\sqrt{k'}}, \\ \mu_2 &= \frac{1}{p_{\eta\mu 2\infty}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{3K}{4}, k\right)}{\sqrt{k'}}. \end{aligned} \right\} \quad (7-37)$$

由图 7-10 看出, 当 $u_2 = \frac{2K_2}{K}$ $u = 0, K_2$ 及 $2K_2$ 时, $x_2 = \sqrt{k'_2}, 1/\sqrt{k'_2}$ 及 $\sqrt{k'_2}$, 这时的 u 值是 $0, \frac{K}{2}$ 及 K , 因而衰耗谷的频率为

$$p_{\eta\mu \text{ xi } a_{01}} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}(0, k)},$$

$$p_{\eta\mu \text{ xi } a_{02}} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}\left(\frac{K}{2}, k\right)},$$

$$p_{\eta\mu \text{ xi } a_{03}} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}(K, k)}.$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{1}{p_{\eta\mu \text{ xi } a_{01}}} = \frac{\operatorname{dn}(0, k)}{\sqrt{k'}}, \\ \delta_2 &= \frac{1}{p_{\eta\mu \text{ xi } a_{02}}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{K}{2}, k\right)}{\sqrt{k'}}, \\ \delta_3 &= \frac{1}{p_{\eta\mu \text{ xi } a_{03}}} = \frac{\operatorname{dn}(K, k)}{\sqrt{k'}}. \end{aligned} \right\} \quad (7-38)$$

由 (7-37) 式求出最佳 μ 后, (7-34) 式所代表的最小衰耗值更可写成

$$b_{\text{xi } a_0} = \ln \frac{1 + \sqrt{k'_2}}{1 - \sqrt{k'_2}} = \ln \frac{1 + \mu_1 \sqrt{k'}}{1 - \mu_1 \sqrt{k'}} + \ln \frac{1 + \mu_2 \sqrt{k'}}{1 - \mu_2 \sqrt{k'}} \quad (7-39)$$

根据 (7-39) 式在图 7-8 中绘出 $N=2$ 时 $b_{\text{xi } a_0}$ 与 k 的关系曲线。

当 $N=3$ 时, 由图 7-10 可看出, 当 $u_2 = \frac{K_2}{2}, \frac{3K_2}{2}$ 及 $\frac{5K_2}{2}$ 时, $x_2 = 1$, 这时衰耗为无限大。当 $u_2 = 0, K_2, 2K_2$ 及 $3K_2$ 时, 发生四次相等的最小衰耗。即当 $N=3$ 时, 在有效阻带 ($p_{\text{xi } a_0}$ 由 $\sqrt{k'}$ 到 $1/\sqrt{k'}$) 内, 要有四个最小衰耗与三个无限大衰耗相间发生, 相当于 u_2 从 0 经 $\frac{K_2}{2}, K_2, \frac{3K_2}{2}, 2K_2, \frac{5K_2}{2}$ 到 $3K_2$ 。由 (7-27) 式知这时相当于 u 从 0 到 K 。从而可求得 u 与 u_2 的关系为

$$u_2 = 3K_2 = Mu = MK,$$

$$M = \frac{3K_2}{K}, \quad (7-40)$$

$$\text{及} \quad x_2 = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{3K_2}{K}u, k_2\right)}. \quad (7-41)$$

由(7-41)式可知, 当 $u_2 = \frac{3K_2}{K}u = \frac{K_2}{2}, \frac{3K_2}{2}, \frac{5K_2}{2}$, 即当 $u = \frac{K}{6}, \frac{K}{2}$ 及 $\frac{5K}{6}$ 时, $x_2 = 1$, 这时衰耗为无限大。当 $u_2 = \frac{3K_2}{K}u = 0, K_2, 2K_2, 3K_2$ 时, 即当 $u = 0, \frac{K}{3}, \frac{2K}{3}$ 及 K 时, x_2 分别 $\sqrt{k'_2}$ 及 $1/\sqrt{k'_2}$, 这时衰耗是最小值。

仿(7-35)至(7-41)式, 可知当 N 为任意整数时

$$M = \frac{NK_2}{K}, \quad (7-42)$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{NK_2}{K}u, k_2\right)}. \quad (7-43)$$

显见当 $u_2 = \frac{NK_2}{K}u = \frac{2\nu-1}{2}K_2$ 时或当

$$u = \frac{2\nu-1}{2N}K \text{ 时 } (\nu = 1, 2, \dots, N), \quad (7-44)$$

由图7-10可看出, 这时 $x_2 = 1$ (7-20)式要发生 N 次衰耗峰, 而由(7-27)式知衰耗峰频率为

$$p_{\nu, \infty} = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{2\nu-1}{2N}K, k\right)}, \quad (7-45)$$

$$\text{或} \quad \mu_\nu = \frac{1}{p_{\nu, \infty}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{2\nu-1}{2N}K, k\right)}{\sqrt{k'_2}}, \quad (7-46)$$

当 $u_2 = \frac{NK_2}{K}u = SK_2$ 时, 即当 $u = \frac{S}{N}K$ ($S = 0, 1, 2, \dots, N$) 时, (7-43)式的 x_2 分别等于 $\sqrt{k'_2}$ 及 $1/\sqrt{k'_2}$, 发生 $N+1$ 个相等的最小衰耗。即

$$p_{s, \text{min}} = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{S}{N}K, k\right)}, \quad (7-47)$$

$$\text{或} \quad \delta_s = \frac{1}{p_{s, \text{min}}} = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{S}{N}K, k\right)}{\sqrt{k'_2}}, \quad (7-48)$$

式中 $S = 0, 1, 2, \dots, N$ 。

仿(7-39)式最小衰耗值应为

$$b_{xi a_0} = \ln \frac{1 + \sqrt{k'_2}}{1 - \sqrt{k'_2}} = \sum_{v=1}^N \ln \frac{1 + \mu_v \sqrt{k'}}{1 - \mu_v \sqrt{k'}}, \quad (7-49)$$

式中 $\sqrt{k'}$ 是有效阻带的一个界限频率，另一个界限频率是 $1/\sqrt{k'}$ 。当 $\sqrt{k'}$ 愈近于 1 时， $1/\sqrt{k'}$ 也愈近于 1，因而有效阻带愈窄，但 $b_{xi a_0}$ 亦愈大。当衰耗级为 N 时，由 (7-46) 式求得 μ_v 后，由 (7-49) 式可算出 $b_{xi a_0}$ 与 k ($k = \sqrt{1 - (k')^2}$) 的关系曲线，如图 7-8。

当链接有梯形半节时，这时令半节的衰耗峰发生在有效阻带的界限频率 $\sqrt{k'}$ 处，总的传输常数公式为

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{k'}} p_{v,u}}{1 - \frac{1}{\sqrt{k'}} p_{v,u}} + \sum_{v=1}^{N_1} \ln \frac{1 + \mu_v p_{v,u}}{1 - \mu_v p_{v,u}} \\ &= \ln \frac{1 + x'}{1 + x'}, \end{aligned} \quad (7-50)$$

式中 N_1 为整节数。

对于 (7-50) 式来说，在有效阻带内最小衰耗相等的条件应该是 $\ln x'$ 在零上下等偏波 h ，或

$$x' = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}(u_2, k_2)}. \quad (7-51)$$

为了求最佳 μ 值，或最佳衰耗峰的频率，首先应求出 (7-51) 式中的 u_2 与 (7-27) 式中 u 的关系。

设 $N = 1.5$ ，因在 (7-50) 中已规定半节衰耗峰发生于 $p_{v,u} = \sqrt{k'}$ 处，故在有效阻带 ($\sqrt{k'}$ 到 $1/\sqrt{k'}$) 内，有两个衰耗峰频率，两个最小衰耗频率。

由 (7-27) 式知有效阻带的两个界限频率相当于 $u = 0$ 及 $u = K$ 。

由 (7-50) 式知，发生衰耗峰时， $x' = 1$ ，衰耗最小时， $x' = \sqrt{k'_2}$ 或 $1/\sqrt{k'_2}$ 。

由 (7-51) 式或图 7-10 知 $x' = 1$ 时， $u_2 = \frac{K_2}{2}$ ， $\frac{3K_2}{2}$ ； $x' = \frac{1}{\sqrt{k'_2}}$ 时， $u_2 = K_2$ ；

$x' = \sqrt{k'_2}$ 时， $u_2 = 2K_2$ 。

因指定半节在 $p_{v,u} = \sqrt{k'}$ 时发生衰耗峰，显见与 $\sqrt{k'}$ 相当的 u_2 是 $\frac{K_2}{2}$ ，即 u 从零至 K ($p_{v,u}$ 由 $\sqrt{k'}$ 到 $1/\sqrt{k'}$) 时，相当于 u_2 从 $\frac{K_2}{2}$ 到 $2K_2$ (从第一个 ∞ ，经过第一个最小衰耗、第二个 ∞ 、到第二个最小衰耗)。显见 u 与 u_2 的关系为：

$$u_2 = \frac{K_2}{2} + Mv = 2K_2 = \frac{K_2}{2} + MK,$$

得

$$M = \frac{1.5K_2}{K}, \quad (7-52)$$

代入 (7-51) 式得

$$x' = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{1.5K_2}{K}u + 0.5K_2, k_2\right)}. \quad (7-53)$$

不难推出当节数为 $N = N_1 + 0.5$ 时,

$$M = \frac{N_1 + 0.5}{K} K_2, \quad (7-54)$$

$$x' = \frac{\sqrt{k'_2}}{\operatorname{dn}\left(\frac{N_1 + 0.5}{K}uK_2 + 0.5K_2, k_2\right)} \quad (7-55)$$

式中 N_1 为整节数。

显见, 当 $u_2 = \frac{N_1 + 0.5}{K} uK_2 + 0.5K_2 = \frac{2v-1}{2} K_2$ 时或当 $u = \frac{2(v-1)K}{2N_1+1}$ 时, $x' = 1$, 这时衰耗为无限大。将这些 u 值代入 (7-27) 式, 得 $N = N_1 + 0.5$ 时諸衰耗峰频率为

$$p_{v\infty} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}\left(\frac{2(v-1)}{2N_1+1}K, k\right)}, \quad (7-56)$$

或諸最佳 μ 值为

$$\mu_v = \frac{1}{p_{v\infty}} = \frac{\operatorname{dn}\left[\frac{2(v-1)}{2N_1+1}K, k\right]}{\sqrt{k'}}, \quad (7-57)$$

式中 $v = 1, 2, 3, \dots, N_1 + 1$ 。

同理可知, 当 $u_2 = \frac{N_1 + 0.5}{K} uK_2 + 0.5K_2 = SK_2$ 时, 或当 $u = \frac{(2S-1)K}{2N_1+1}$ 时, (7-55)

式中 $x' = \sqrt{k'}$ 或 $1/\sqrt{k'}$, 这时衰耗是最小。即最小衰耗的频率为

$$p_{s\infty} = \frac{\sqrt{k'}}{\operatorname{dn}\left(\frac{2S-1}{2N_1+1}K, k\right)},$$

$$\delta_s = \frac{\operatorname{dn}\left(\frac{2S-1}{2N_1+1}K, k\right)}{\sqrt{k'}}, \quad (7-58)$$

或

式中 $S = 1, 2, 3, \dots, N_1 + 1$ 。

由 (7-57) 式求出各最佳 μ 值后, 由 (7-56) 式可求出当 $N = N_1 + 0.5$ 时的最小衰耗为

$$b_{da0} = \ln \left| \frac{1 + \sqrt{k'_2}}{1 - \sqrt{k'_2}} \right| = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{k'}} \frac{1}{\sqrt{k'}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{k'}} \frac{1}{\sqrt{k'}}} \right| +$$

$$+ \sum_{v=1}^{N_1} \ln \left| \frac{1 + \mu_v \frac{1}{\sqrt{k'}}}{1 - \mu_v \frac{1}{\sqrt{k'}}} \right|, \quad (7-59)$$