教育部審定

高級工業職業學校教科書

材 料 力 學

全一册

陳 健　編著

興業圖書股份有限公司印行

教育部審定

高級工業職業學校教科書

材 料 力 學

全一册

陳 健 編著

興業圖書股份有限公司印行

出版登記證局版台業字第○四一○號

材料力學

新台幣壹佰元

編著者：陳健
發行者：王志康
出版者
總經銷：興業圖書股份有限公司
地址：臺南市勝利路一一八號
電話：臺南市五三二五三號

中華民國六十八年一月出版

編輯大意

一、本書遵照中華民國教育部頒佈之高級工業職業學校課程標準編輯之。

二、本書除供高級工業職業學校教科書外尚可作從事工程人員之參考，並可爲高普者自修之用。

三、本書所採用名詞均依五十一年教育部公佈之機械工程名詞及土木工程名詞爲準，並附有原文，所用單位悉爲公制。

四、本書共分十三章，爲二年級下學期課程，每週授課四小時，一學期可講授完畢。

五、本書例題，習題各在一百題以上，每一習題均附有答案，以便於讀者參照。

六、本書雖經多次校訂，但錯誤之處，仍將難免，尚望採用者時予指正。

編者識

材料力學　目錄

第一章　概論

第二章　拉伸及壓縮

第三章　應力及應變

第四章　鉚接與焊接

第五章　梁之剪力與彎曲力矩

第六章　平面之性質

第七章 梁之應力

第八章 等强度之梁

第九章 梁之撓曲

第十章 靜不定梁

第十一章　柱

第十二章　扭轉

第十三章　應變能

第一章 材料力學概論

§1-1 引言

物體是由小質點或分子組成，諸分子間有力互相作用著，分子力必能抵抗物體之變形，此變形為外力作用時所生，當外力作用時物體之質點產生變位，此變位持續至外力與內力成平衡狀態為止，此時該物體處於應變狀態（ State of strain ）。在變形過程中，作用於物體之外力作功，而此功全部或部份轉變為應變勢能（ Potential energy of strain ），如錶內彈簧為變形物體中勢能積聚之例，當使物體產生變形之外力逐漸減小，則此物體全部或部份回復原狀，在反變形過程中，積聚於物體之應變勢能必以外功形式恢復例如考慮一稜柱形桿，如圖 1－1所示，末端負有載重，在此載重作用之下，桿將產生一固定之伸長，於是載重之作用點向下移動，在此移動過程中，載重作正功，當載重減少時，桿之伸長亦減少，桿末端向上移動，應變勢能將變變為功，使載重向上移動。

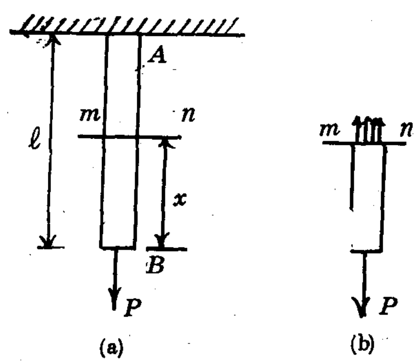


圖 1 － 1

物體因除去載重而恢復原狀之性質稱為彈性（ elasticity ），假如除去載重後能完全恢復原狀，則此物體稱為完全彈性（ perfectly elastic ）體。如除去載重後，外力所產生之變形不能完全消失，則稱此物體為部份彈性（ partially elastic ）體。完全彈性體在變形過程中，外力所作之功可完全轉變為應變勢能。而部份彈性體在變形時外力所作之功則部份轉變

爲熱能而消失。由實驗得知，鋼，木頭，石頭在某種限度內可視爲完全彈性體。所謂某種限度必須由材料本身的性質來決定，假定作用於結構上之外力已知，設計者最主要的工作爲使結構桿件在各種條件下均能達到完全彈性體的狀態。而在結構桿件中不產生永久變形（permanent set）。所謂永久變形爲部份彈性體在除去外力後所留下之變形。

§1－2 虎克定律與彈性模數

用稜柱形桿作伸長之直接試驗，對許多結構材料而言已建立一關係，即在某種限度內，桿之伸長與其所受之張力成正比。此力與力所生之伸長間有一簡單直線關係。爲英國科學家虎克（Robet Hooke）在 1678 年所創，故命名爲虎克定律。虎克由實驗所得之定律得公式如下：

$$\delta = \frac{P\ell}{AE} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1\cdot1)$$

P = 桿產生伸長所受之外力

ℓ = 桿長

A = 桿之斷面積

δ = 桿之總伸長

E = 材料之彈性常數，稱爲彈性模數（Modulus of lostiсity）。或稱爲楊格（Dr. Thomas Young）爲定此數之第一人。

由此上定律得知，桿之伸長與其所受之張力及桿長成正比，與其斷面積及彈性係數成反比。而桿所受之軸向張力使其本身各部份伸長相同，且力在斷面mm 分佈均匀。此均匀分佈力之合力必通過斷面之形心（centroid），且沿著桿軸作用。如圖 1 (b)所示，考慮此均匀分佈力之合力，其在平衡狀況下必等於P，此均匀分佈力爲每單位面積上之力以σ 表示：得

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1 \cdot 2)$$

此單位面積上之力稱爲單位張應力（Unit tensile stress）簡簡稱應力。P之單位爲公斤（kg），A之單位爲平方公分（cm^2）則則σ之單位爲公斤／平方公分（kg/cm^2）。

桿每單位長度之伸長可以方程式表示之：

$$\epsilon = \frac{\delta}{\ell} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1 \cdot 3)$$

ϵ稱爲單位伸長或張應變（tensile strain）。

由以上(1)(2)(3)三個公式，虎克定律可改寫爲：

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1 \cdot 4)$$

即彈性模數等於單位應力除以單位應變，而單位應變ϵ爲代表二長度比之純數，故公式(4)中之彈性模數E與應力σ單位相同。

公式（1·1）－（1.4）於稜柱形桿受壓力情況下亦可適用。δ代表所有縱向之收縮，ϵ爲壓應變，及σ爲壓應力。極大部份之結構材料在承受張力與壓力時，其彈性模數皆相同。然在計算時則取張應力及張應變爲正。而壓應力及應變則爲負。

例1－1 一圓柱形鎳鋼桿直徑爲3公分，長6公尺，張力$P=10,000$公斤，彈性模數$E=21\times10^5$公斤／平方公分，求總伸長δ。

解：$P=10,000$公斤 $\ell=6\times100=600$公分

$$A=\frac{\pi(3)^2}{4}=7,0686 \text{ 平方公分}$$

$$E=2,100,000 \text{ 公斤／平方公分}$$

$$\delta=\frac{P\ell}{AE}=\frac{10{,}000\times600}{7.0886\times2{,}100{,}100}\doteqdot0.4\text{公分}$$

例1－2　一測量用鋼尺，斷面積爲0.025平方公分，在量度時張力爲爲8公斤，設$E=2\times10^6$公斤／平方公分，$\ell=30$公尺，試求張應力及總伸長。

解：　A＝0.025平方公分　　$P=8$公斤

$$\therefore\sigma=\frac{P}{A}=\frac{8}{0.025}=320\text{公斤／平方公分}$$

又$\ell=30$公尺$=30\times100=3000$公分

$E=2\times10^6$公斤／平方公分

$$\therefore\delta=\frac{P\ell}{AE}=\frac{8\times3000}{0.025\times2\times10^6}=0.48\text{公分}$$

例1－3　一3×8公分鋼環首桿（eye bar）6公尺長，張力爲40,000公斤，E爲2×10^6公斤／平方公分，試求(*a*)單位張應力　(*b*)單位伸長　(*c*)總伸長。

解：　(*a*) $P=40{,}000$公斤　　$A=3\times8=24$平方公分

$$\sigma=\frac{P}{A}=\frac{40{,}000}{24}=1666.7\text{公斤／平方公分}$$

(*b*) $\sigma=1666.7$公斤／平方公分　　$E=2\times10^6$公斤／平方公分

$$\epsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{1666.7}{2\times10^6}=0.00083335$$

(*c*) $\epsilon=0.00083335$

$\ell=600$公分

$\delta=\epsilon\ell=0.00083335\times600=0.5$公分

例1－4　一16×20公分之豎直木柱長3公尺20公分，軸向壓力爲

16,000公斤計算(a)木柱的壓應力，(b)單位軸向壓縮，(c)全部軸向縮短，$E=125000$ 公斤／平方公分

解：(a)　$P=16{,}000$ 公斤　$A=16\times 20=320$ 平方公分

$$\sigma=\frac{P}{A}=\frac{16{,}000}{320}=50\text{ 公斤／平方公分}$$

(b)　$$\epsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{50}{125000}=4\times 10^{-4}=0.0004$$

(c)　$\delta=\epsilon\ell=0.0004\times 320=0.128$ 公分

§1－3 張力試驗圖（應力應變圖）

張力與伸長在張應力達到某一限度內互成正比，此限度因材料性質不同而異，稱為比例極限（proportional limit）超過此限度，張力與伸長之關係較為複雜。例如建築材料用之結構鋼，載重與伸長間之比例，可保持於相當大之範圍內。又如鑄鐵或軟銅等材料，其比例極限甚低。故對虎克定律之偏差，在低應力時即可察出。

在高於比例極限時，研究材料之機械性質，其應力與應變間之關係可以用張力試驗圖表示之。以圖1－3解釋。

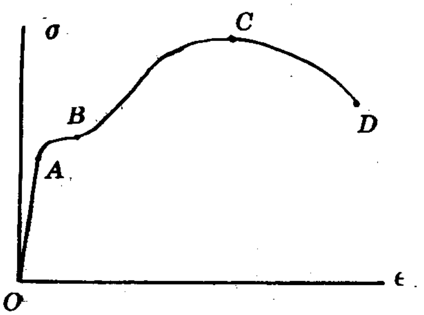


圖1－3(a)

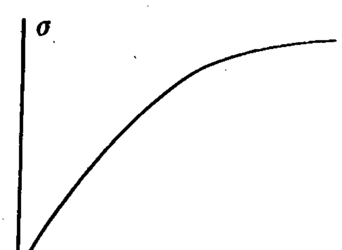


圖1－3(b)

圖1－3(a)所示為結構鋼之代表圖，單位伸長以橫軸表示，其相

當應力則以曲線 $OABCD$ 之縱座標表示之。自 O 至 A 爲一直線，其應力與應變成正比例，超過 A 點時，虎克定律之偏差較爲顯著，因此在 A 點之應力稱爲比例極限。超過此極限時，在載重作用之下伸長增加較速，故圖形變爲曲線。在 B 點桿突然增長，而應力並無顯著的增加。此現象稱爲金屬之屈服（ rielding ）。如圖中曲線幾乎接近水平之部份表示。與 B 點相當之應力稱爲屈服點（ rielding point ）。如再拉伸此桿，則材料恢復其特性，即應變隨應力之增加而增加。到 C 點時應力已達最高限度，C 點之相當應力稱爲材料之極限強度（ ultimate strength ）。超過 C 點時，載重減少而桿仍繼續伸長，此因應力達極限強度後，桿即產生瓶縮（ necking ）。至 D 點時即告斷裂，此點稱爲斷裂點（ Point of rupture ）。在斷裂時結構鋼之總伸長約爲彈性應變（ elastic strains ）之 150 ～ 200 倍。

桿伸長時會同時產生側面收縮（ lateral contraction ），但通常計算屈服點及極限強度則仍採用原斷面積 A。

圖 1 － 3 (b)代表鑄鐵受張力試驗時之應力應變圖，此脆性材料無明顯的屈服點且比例極限相當低。

材料如受壓縮時亦可作一類似圖形如 1 － 3 圖。

§ 1－4 工作應力及安全係數

由張力試驗圖使我們對材料的機械性質有充分的了解，對於各種特殊的工程問題，由材料之比例極限，屈服點及極限強度可得一應力大小視爲安全應力（ Safe stress ），亦稱爲工作應力（ working stress ）。

此工作應力之效用，對於在工程上選用建築材料，可避免材料因承受外力而產生破壞應力。

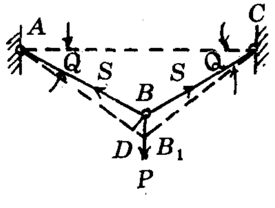
選擇鋼之工作應力大小時，其應力必須低於比例極限，且材料視

爲完全彈性體。如超過此極限，載重除去時則殘留部份應變，稱爲永久變形。欲使結構處於彈性狀態，且避免產生永久變形，則必須使工作應力低於比例極限。以試驗測定此極限時，採用靈敏之測量儀器(伸縮表)，而極限之位置由測量之正確與否而決定。爲免除此項困難，通常採用材料之屈服點或極限強度爲決定工作應力之根據。可用下式求之。

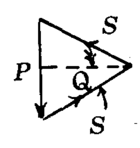
$$\sigma_\omega = \frac{\sigma_{y.P}}{n} \qquad 或 \qquad \sigma_\omega = \frac{\sigma_U}{n_1} \tag{1-5}$$

式中 σ_W ，$\sigma_{Y.P}$ ，σ_U 分別爲材料之工作應力，屈服點及極限強度。而常數 n 及 n_1 稱爲安全係數(factor of safety)。考慮結構鋼時，以屈服點作爲計算工作應力之根據，因在屈服點時產生相當大之永久變形，在工程結構中不容許發生此現象。設僅有常載重作用於結構上，則 $n=2$ 之安全係數即可得正確之工作應力值，如爲驟加載重或變載重時，則必須採用較大之安全係數。如鑄鐵，混凝土，及各種石塊等易碎材料，則以極限強度爲決定工作應力之依據。而延性材料則以屈服點爲標準。

例1－5　兩鋼桿 AB、BC 各長 5 公尺，以鉸鏈懸之如圖 4 所示，設 $P=2500$ 公斤，$\sigma_W=800$ 公斤／平方公分，$\theta=30°$ $E=2\times10^6$ 公斤／平方公分，求桿之斷面及 B 點的撓度(deflection)。



(a)



(b)

解：圖 4 (b)所示爲鉸鏈 B 之平衡狀態，桿中之應力 S 可求得：

$$S = \frac{P}{2\sin\theta} \qquad \theta = 30°$$

$$\therefore \quad S = P = 2500 \text{ 公斤}$$

AB、BC 之斷面相同以 A 表示之

$$A = \frac{S}{\sigma_W} = \frac{2500}{800} = 3.125 \text{ 平方公分}$$

設 B 之撓度爲 BB_1，聯 AB_1，取 $AD = AB$，則 B_1D 爲桿之伸長。

$$B_1D = \delta = \epsilon\,\ell = \frac{\sigma_W}{E}\ell = \frac{800}{2\times10^6}\times5\times100 = 0.2 \text{ 公分}$$

在 $\triangle BDB_1$ 中 $\quad BB_1 = \dfrac{B_1D}{\sin\theta} = \dfrac{0.2}{\frac{1}{2}} = 0.4$ 公分

此題變形後 θ 仍等於 $30°$，在計算上已足夠正確。

例 1－6　一圓形鋼桿，下端懸掛一載重 10,000 公斤，設工作應力爲 400 公斤／平方公分，求該桿之直徑。

解：　$P = 10{,}000$ 公斤，　　$\sigma_W = 400$ 公斤／平方公分

$$\therefore \quad A = \frac{P}{\sigma_W} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{10{,}000}{400} = 25$$

$$d^2 = \frac{100}{\pi}$$

$$d = \sqrt{\frac{100}{\pi}} = \frac{10}{1.77} = 5.65 \text{ 公分}$$

例1－7　設松材承受3000公斤之壓力，當其承受靜載重時安全係數爲7，松材對於壓縮之破壞壓應力約爲500公斤/平方公分，若所用松材之截面爲正方形，試求其尺寸。

解：工作應力：$\sigma_W = \dfrac{500}{7} = 71.4$ 公斤/平方公分

$$A = \frac{P}{\sigma_W} = \frac{3,000}{71.4} = 42 \text{ 平方公分}$$

設正方形每邊長爲 b 則：

$$b = \sqrt{A} = \sqrt{42} = 6.48 \text{ 公分}$$

§1－5 載重之種類

作用於結構或機械之外力稱爲載重（load）。承受載重之材料，內部必產生抵抗力以平衡其所負之載重。此種材料內部產生之抵抗力稱爲內力，單位面積上之內力稱爲應力。載重有下列數種：

(1) 靜載重（static load），穩載重（steady load）或死載重（Dead load），即外力以一定大小且靜定作用於材料上。如加於建築物上的載重及加於試驗機（Testing machine）試驗桿的載重。

(2) 動載重（live load），即外力之大小不斷變化，且變動其作用於材料之位置。例如以橋梁而言，橋樑本身之重量爲靜載重，而行駛於橋樑上之車輛則爲動載重。而動載重又可分爲反覆載重（Repeated load），及交變載重（Alternately load）。如僅變大小而方向不變之外力稱爲反覆載重。方向及大小均變之外力稱爲交變載重。

(3) 衝擊載重（Impoct load）爲於短期間突然加於物體之力