

技術學校用書

鋼筋混凝土計算

張佩青編著

商務印書館出版

命(68835)

技術學
校用書 **鋼筋混凝土計算**

★版權所有★

編著者 張佩青
出版者 商務印書館
上海河南中路二一一號
發行者 三聯中華商務開明聯合總發行公司
中國圖書發行公司
北京總發行所 國六十六號
發行所 三聯書店 中華書局
商務印書館 開明書店
聯營書店 各地分店
印刷者 商務印書館印刷廠

1951年6月初版 定價人民幣13,000元

(滬)1-5000

弁 言

本書僅以鋼筋混凝土工程中最基本之樑、柱基礎等為範圍，而對各該項計算公式之成立，作簡明直接之申敘，如能為初學者或有志自修者對鋼筋混凝土計算之基本法則，建立良好之基礎，乃作者所望。

本書一至五章類皆取材於 Urquhart and O'rourke 氏之 Design of Concrete Structure 及 Sutherland and Clifford 氏之 Introduction to Reinforced Concrete Design 二書。間亦參考 Kernsten 氏之 Eisenbetonbau。一書之處，第六章為作者主持實際工程時所作設計之一例。末附曲線圖及數表各若干幅，可敷普通計算之用。

Urquhart and O'rourke 氏之書敘述簡明週到，Sutherland and Clifford 之書論理扼要而直接，Kernsten 氏之書則通俗易懂。兼取各該書之長而融會一體雖為作者之初願，然以能力有限，深恐未能及於萬一，況於餘憊，謬誤疏忽仍所難免，尚希海內宏達有以指正，幸甚！

張佩青 識於重慶觀音岩勤居

龍門聯合書局

重慶中山一路三八八號

這本書是一九四六年夏天寫成的。曾經印過一次石印本，由同事曹志方、丁志敏兩同志幫忙謄寫並繪製圖表。當時是在重慶郊區工地，天氣炎熱，吾們在共同工作中，小心翼翼，維恐汗溼的手會沾壞石印底稿的膠膜面。現在時隔五年，曹、丁兩同志分散在華東、中南各地服務。得見本書出版，想必亦能回憶當初這番情狀。用補誌以對曹、丁兩同志聊表謝忱。

一九五一年二月於重慶

20616 441.227

1125

目 次

弁言

第一章	樑	1
第二章	剪力斜拉力及黏着力	26
第三章	樑(續)	50
第四章	柱	83
第五章	單獨柱基	127
第六章	房屋設計	135
附圖表	曲線圖	169
	應用數表	191

8127

鋼筋混凝土計算

第一章 樑

1. 木樑，或鋼鐵樑，曰同質樑 (Homogeneous beam) 其彎曲抗力矩公式 (Flexure formula) 爲：

$$M = \frac{f}{c} I \quad \text{或} \quad f = \frac{Mc}{I}$$

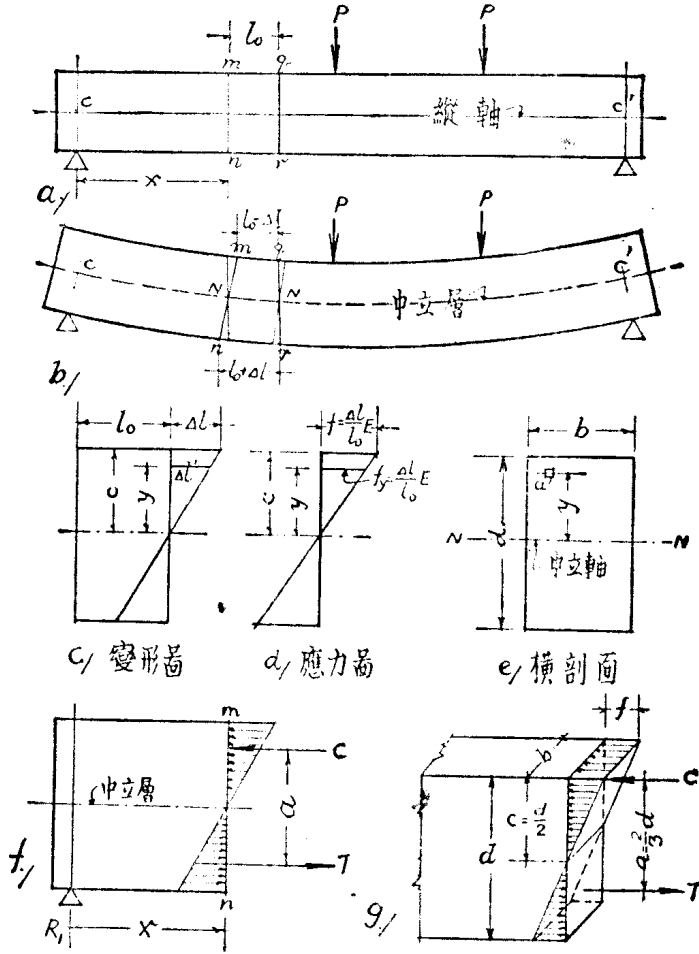
茲爲溫習起見，證明如下：

未受荷重之樑，如第一圖 *a*，其縱軸 *cc'* 爲直線。受荷重後，如第一圖 *b*，因變形而彎曲，設有兩鄰接剖面 *mn* 與 *qr*，原屬平行者，彎曲後必互相傾斜。設兩剖面，相距原爲 *l*，彎曲後，其上表之 *mq* 較前接近，即其纖維層被壓而縮短。又下表之 *nr* 較前增大，即其纖維層被拉而伸長。惟其間必有一點，其纖維既不受壓，又不受拉，故仍保持其原長。如圖 *b* 之 *N-N* 稱曰中立層 (Neutral surface)。其與橫剖面相交之線，曰中立軸 (Neutral axis)。

根據 Bernoulli 氏假定，樑之橫剖面原爲平面者，彎曲後仍爲平面。即當樑受荷重而彎曲，其橫剖面僅繞中立軸而旋轉。

今設樑長 *l*，間，其上下表層纖維，所受伸縮量各爲 Δl ，其

與中立軸之距離為 c ，又令與中立軸相距 y 之纖維層之伸縮量為 Δl ，則根據以上假定，可按相似三角形，如第一圖 c 求得 Δl



第 1 圖

與 $\Delta l'$ 之關係如下：

$$\Delta l : \Delta l' = c : y \quad (1)$$

即纖維伸縮之量，與其距中立軸之遠近，成正比。伸縮量除以原長，即單位長度間所生之變形量，曰應變 (Strain)，通常以 e 表之。

$$\text{則} \quad \frac{\Delta l}{l_0} = e \quad (2)$$

根據彈性學，材料受力在彈限以內，應力與應變之比為常數，稱曰彈性比率 (Modulus of elasticity)。通常以 E 表之，又以 f 表應力，此三者相互關係如下：

$$\text{彈性比率} = \frac{\text{應力}}{\text{應變}} \quad \text{即} \quad E = \frac{f}{e} \quad (3)$$

$$\text{應變} = \frac{\text{應力}}{\text{彈性比率}} \quad \text{即} \quad e = \frac{f}{E} \quad (4)$$

$$\text{應力} = \text{彈性比率} \times \text{應變} \quad \text{即} \quad f = E \times e \quad (5)$$

又令樑之表層纖維，所生應力為 f ，與中立軸相距為 c ，又距中立軸 y 之纖維，所生應力，令為 f_y ，則從 (2) 與 (5) 式可得：

$$f = \frac{\Delta l}{l_0} \times E \quad f_y = \frac{\Delta l'}{l_0} \times E \quad (6)$$

因 E 及 l_0 均為常數，又從 (1) 式： $\Delta l : \Delta l' = c : y$ 可得

$$f : f_y = \Delta l : \Delta l' \quad (7)$$

$$\text{及} \quad f : f_y = c : y \quad (8)$$

即應力比例於變形，及應力之大小，與其距中立軸之遠近，

成正比例，又以 f 值乘變形圖每一變形量，可得應力圖，如第一圖 d ，從樑之橫剖面圖 c ，任取微小面積 a ，其與中立軸之距離為 y ，從 (S) 式關係，可得 a 面積上應力強度為：

$$f_y = \frac{y}{c} \cdot f \quad (9)$$

$$\text{則面積 } a \text{ 所生之應力為：} \quad a f_y = a \frac{y}{c} \cdot f \quad (10)$$

$$\text{全面積所生應力為} \quad \sum a \frac{y}{c} \cdot f \quad (11)$$

全面積所生應力，其中立軸以上者：為應壓力，通常以 C 表之，見第一圖 c 及 f 。中立軸以下者，為應拉力，以 T 表之，兩者大小相等，方向相反，故其和必為零。即 $\sum_{-c}^{+c} a \cdot \frac{f}{c} \cdot y = 0$ 。因式內 $\frac{f}{c}$ 為常數，不能為零。故 $\sum_{-c}^{+c} a \cdot y$ 必為零。 $\sum_{-c}^{+c} a y$ 為剖面對於其中立軸之初力矩 (Static moment of area)。根據力學定則，平面對於其重心軸之初力矩等於零。由此可知，同質樑剖面之中立軸，與其重心軸相吻合。

從 (10) 式 a 面積所生應力為： $a \cdot \frac{y}{c} \cdot f$ ，因距中立軸為 y ，故對中立軸之力矩為：

$$a \cdot \frac{y}{c} \cdot f \cdot y = a \cdot \frac{f}{c} \cdot y^2,$$

則全面積應力對中立軸之力矩為：

$$\sum_{-c}^{+c} a \frac{f}{c} y^2; \text{ 因 } \sum_{-c}^{+c} ay^2 = I \text{ (} I \text{ 爲平面之慣矩)}$$

$$\text{故 } \sum_{-c}^{+c} a \cdot \frac{f}{c} \cdot y^2 = \frac{f}{c} \cdot I \quad (12)$$

今將樑，就剖面 mn 截切而去其右半，如圖 f ，外力 R_1 ，對剖面 mn 發生力矩 $R_1 \cdot x$ 。作 \curvearrowright 向旋轉，爲作用於剖面 mn 之外力矩 (Bending moment)。剖面所生力矩， $\frac{f}{c} \cdot I$ 作 \curvearrowleft 向旋轉，爲剖面應力所產生之內力矩，亦曰抗力矩 (Resisting moment)。兩者必等量而反向，故其和必爲零。而得維持作用於樑之內外力於平衡。

$$\text{即 } R_1 \cdot x - \frac{f}{c} \cdot I = 0$$

$$R_1 \cdot x = M = \frac{f}{c} \cdot I \quad (13)$$

此乃同質樑抗力矩之普遍式，如剖面爲矩形時，因其慣矩 I 爲：

$$I = \frac{bd^3}{12}; \quad \text{又 } c = \frac{d}{2};$$

$$\text{故抗力矩 } M = \frac{f}{\frac{d}{2}} \times \frac{bd^3}{12} = \frac{2fbd^3}{d12} = \frac{bd^2}{6} f \quad (14)$$

上式亦可從應力圖如圖 g ，直接推求，更見便捷，因產生總壓應力，及總拉應力之面積，均爲 $\frac{bd}{2}$ ，應力強度自表層爲 f ，漸減至中立軸爲零，故其平均值爲 $f/2$ ，故總壓力 C 或總拉力 T 各爲：

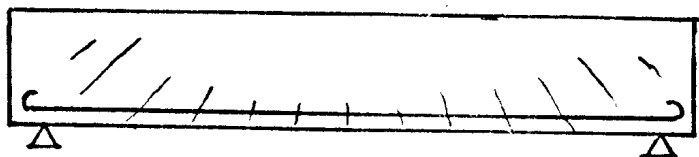
$$\frac{bd}{2} \times \frac{f}{2} = \frac{bd}{4} \times f$$

其着力點，各在應力三角形之重心。與中立軸之距離為 $\frac{2}{3} \times \frac{d}{2} = \frac{d}{3}$ ，故抗力矩力臂之長，為 $2 \times \frac{d}{3} = \frac{2}{3}d$ ，因此抗力矩為：

$$\frac{bd}{4} f \times \frac{2}{3} d = \frac{bd^2}{6} \cdot f$$

其與根據彎曲公式算出之(14)式結果相同。

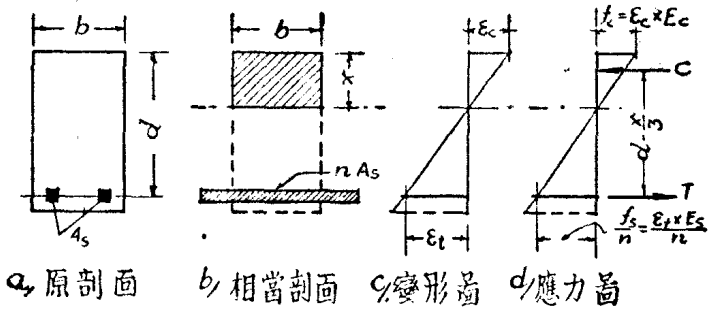
2. 鋼筋混凝土樑(Reinforced concrete beam) 單純混凝土(Plain concrete)做成之樑，受力甚小，即易彎曲折斷，因混凝土拉應力甚為脆弱。如加入鋼筋於樑之底層，以任拉力，則增強抗力甚多。混凝土雖仍與未加鋼筋之樑同時呈現裂紋，如圖 2 所示。



第 2 圖

然已無損於樑之安全。裂紋發生之方向，頗堪注意，通常受均佈荷重之樑，其中央彎曲力矩為最大，剪力為零，故拉應力為水平向，所現裂紋近於垂直，約略與拉力方向正交，漸向樑之兩端，拉應力受剪應力影響而漸變，紋亦漸作傾斜。故近樑之兩端，鋼筋須斜向而上，約略與裂紋正交，以抗斜向拉力。此點當於後章分別置論。茲先討論抗抵彎曲力矩所設之拉力主筋。比照上節

所述同質樑，其在 mn 剖面，受彎曲力矩而生之抗力矩，可知為剖面所生總壓力，或總拉力，與力臂之乘積。鋼筋混凝土樑，因混凝土不善擔任拉力，故在計算時，不計中立軸以下部份之混凝土應拉值，而以鋼筋擔負全部拉力，中立軸以上之混凝土面積為供應全部壓應力之面積，中立軸位置為未知數。令與應壓表層之距離為 x ，則應壓面積為 $b \cdot x$ ，又令混凝土應壓表層之最大應力為 f_c ，平均應力則為 $f_c/2$ ，故總壓應力 C 當為 $f_c/2 \cdot bx$ ，其作用點，在應力三角之重心，距應壓表層為 $x/3$ ，又以 A_s 表鋼筋面積， f_s 表鋼筋資用應力，則總拉力 T 當為 $A_s f_s$ ，其作用點，在鋼筋之中心，與應壓表層之距離為 d ，總壓力 C 及總拉力 T ，兩作用點之距離，為抗力矩力臂。今可知其為 $(d - x/3)$ ，(見圖 3) 故求得未知值 x 後按規定之資用應力 f_c 及 f_s ，已可計算已知剖面之抗力矩。惟以鋼筋混凝土樑，為兩種彈性係數不同之材料，結成一體之構材。因其結成一體，故兩者在同一纖維層，受力後所生變形亦必相等。又因樑之剖面，原屬平面者，於彎曲後



a 原剖面

b 相當剖面

c 變形圖

d 應力圖

仍為平面之假定，故其變形圖為直線。設其發生於鋼筋所在層之變形為 ε_s ，見圖 3. c。

設令 ε_s 為發生於單位長度，則 ε_s 即為單位變形。鋼筋面積 A_s 所任總拉力，用單位變形寫出，當如下式：

鋼筋彈性系數 \times 單位變形 \times 鋼筋面積 = 總拉力

$$\text{即：} \quad E_s \times \varepsilon_s \times A_s = T$$

今設將 A_s 面積之鋼筋，代以 A_{cc} 相當面積之混凝土，而仍須任同量之力，則 A_{cc} 面積所生應力，用單位變形寫出，當如下式：

混凝土彈性系數 \times 單位變形 \times 相當面積 = 總拉力。

$$\text{即：} \quad E_c \times \varepsilon_c \times A_{cc} = T$$

因須任同量之力，故兩者必相等：

$$\text{即：} \quad E_c \cdot \varepsilon_c \cdot A_{cc} = E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

$$A_{cc} = \frac{E_s}{E_c} A_s;$$

$\frac{E_s}{E_c}$ 為兩種材料彈性系數之比，通常以 n

表之，故

$$A_{cc} = n A_s$$

從此可知，如將 n 倍於鋼筋面積 A_s 假想之混凝土，代入原剖面，其結果可將原剖面，化為與同質樑相當之剖面 (Transformed section)。如圖 (3 b)。又因中立軸以下之混凝土，假定其不任拉力，故以虛線表出。為計算剖面之抗矩，首先須求其中立軸之位置，第 1 節已證明，同質樑中立軸位置，與剖面之重心軸相脗合，故可引用力學定理 (平面初矩 \div 面積 = 重心距) 求得 x 值。從

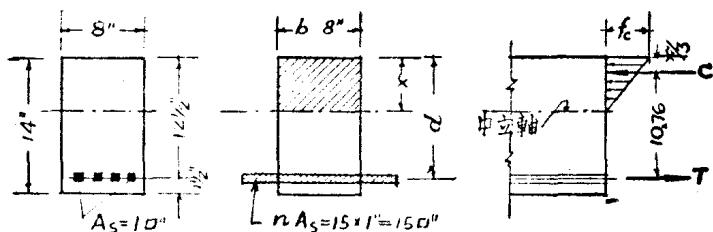
而得知抗力矩力臂之長，以與總壓力或總拉力相乘，而求得其抗力矩。以上所述為鋼筋混凝土樑計算之基本原理，亦為演引計算公式之基礎。

各種類型之鋼料，其彈性比率，大約相等，均為 30,000,000 磅/方吋。混凝土彈性比率，則隨其成份，搗製天數，以及所受應力之大小而變。約自 1,500,000 至 4,000,000，故 n 值可自 20 至 8，殊不一定。通常依混凝土成份及其極耐力，而定 n 值如下表：

混 凝 土 成 份	1 : 1 · 2	1 : 1½ : 3	1 : 2 : 4
28 天時極耐力 f_c	3000	2500	2000
n	10	12	15

3. 單筋矩形樑 (Rectangular beams with tension reinforcement) 鋼筋混凝土樑計算問題，可分為兩類：1，凡已知樑所任之彎曲力矩，就假定之資用應力，而選定剖面之大小，鋼筋之多寡者，曰設計題 (Problem of design)。2，已知樑之剖面，及鋼筋數量，就所任彎曲力矩，而計算其所生單位應力，或就假定之安全應力，而計算其彎曲力矩者，為覆算題 (Investigation)。茲分別舉例演算如下：

例題 1. 有矩形鋼筋混凝土樑，寬 8 吋高 14 吋，有 1/2 吋方鋼筋 4 根，離樑底 1½ 吋。假定混凝土資用應力，為 $f_c = 800$ 磅/方吋， $n = 15$ ，問該樑抗力矩應為若干。又鋼筋所任單位應力，每平方吋為若干磅？



第 4 圖

解：相當剖面

$$A_e = bx + nA_s = 8x + 15$$

平面初力矩

$$Gx = \frac{bx^2}{2} + nA_s d = \frac{8x^2}{2} + 12.5 \times 15$$

$$= 4x^2 + 187.50$$

重心距

$$x = \frac{Gx}{A_e} = \frac{4x^2 + 187.50}{8x + 15}$$

$$8x^2 + 15x = 4x^2 + 187.50;$$

$$4x^2 + 15x - 187.50 = 0;$$

$$x = 5.22 \text{ 吋}$$

抗力矩力臂之長為 $12.5 - \frac{5.22}{3} = 10.76 \text{ 吋}$

總壓力 $C = 1/2 \times 800 \times 5.22 \times 8 = 16,704 \text{ 磅}$

抗力矩 $M = 16,704 \times 10.76 = 180,000 \text{ 吋磅}$

又因： $C = T = 16,704 \text{ 磅}$

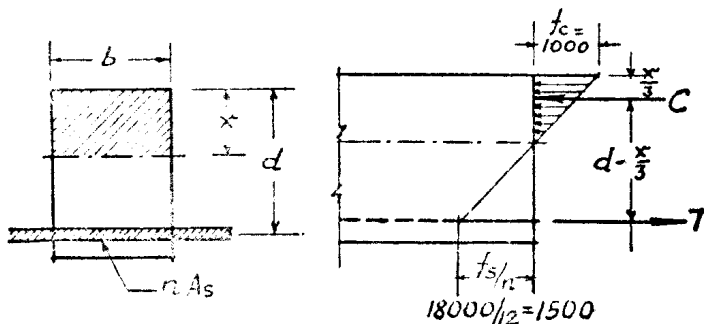
故鋼筋所任單位應力 $= 16,704 \div 1 = 16,704 \text{ 磅/方吋}$

例題 2. 今有一樑，跨距為 18 呎，每呎受均佈荷重 1000 磅，設混凝土資用應力為每平方吋 1000 磅， $n = 12$ ，鋼筋應力為每平方吋 18000 磅，試求樑之寬高，與鋼筋面積。

解：假定樑本身重為每呎 220 磅，故每呎荷重為 1220 磅，

$$\text{彎曲力矩} \quad M = \frac{1220 \times 18^2 \times 12}{8} = 593,000 \text{ 吋磅}$$

混凝土與鋼筋所受應力，求其同時達到允許限度方謂經濟，此兩者，既成定比，則 x 與 d 亦必互成比例，即當混凝土應壓表層之纖維應力為 1000，則鋼筋相當於混凝土面積 nA_s 之應力當為 $18000/12 = 1500$



第 5 圖

即：
$$x:d = 1000:(1000+1500)$$

$$x = \frac{1000d}{1000+1500} = 0.40d$$

$$\text{抗力矩力臂} = d - \frac{0.40}{3}d = 0.867d$$

$$\text{抗力矩} \quad M = 1/2 \times 1000 \times 0.40d \times b \times 0.867d = 173.3bd^2$$

抗力矩必與外力矩相等：

$$\therefore \quad 593,000 = 173.3bd^2$$

$$\therefore bd^2 = \frac{593000}{173.3} = 3420 \text{ 立方吋}$$

選定 $b=10$ 吋 $d=18.5$ 吋 ($bd^2=3422$ 立方吋)

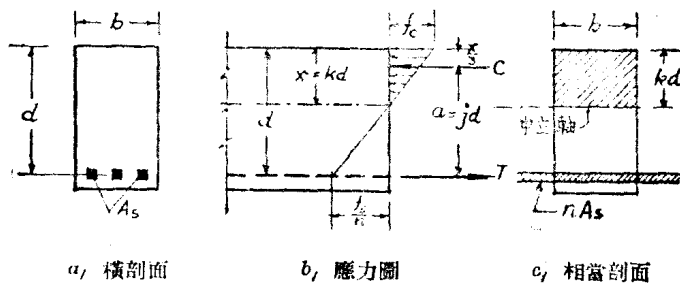
抗力矩力臂實長為 $0.867 \times 18.5 = 16.04$ 吋

$$\text{鋼筋所任總拉力} \quad T = \frac{593,000}{16.04} = 37,000 \text{ 磅}$$

$$\text{需要鋼筋面積} \quad A_s = \frac{37,000}{18,000} = 2.06 \text{ 方吋}$$

以上所舉算法，遇手頭無數表時，可以應用，但實際工作，究以簡捷省時為要，故宜另列計算公式，藉以製成圖表，以求實用。

4. 矩形單筋梁計算公式 在演列公式以前，應將應用符號規定如下：



第 6 圖

應用符號：

f_s = 鋼筋單位應拉力

f_c = 混凝土應壓表層單位應壓力

E_s = 鋼料彈性系數