

粘性流体动力学

[美] F.M.怀特 著

机械工业出版社

粘性流体动力学

[美] F. M. 怀特 著

魏中磊 甄思淼 译



机械工业出版社

本书是介绍粘性流动分析的教学参考书和自修读物。全书共分七章：预备概念、可压缩粘性流动的基本方程、牛顿粘性流动方程的解、层流边界层、层流稳定性、不可压缩湍流平均流以及可压缩边界层流动。书中介绍了流体的各种特性、基本方程及其解法，包括解析解、近似解和数值解。并以很大篇幅论述具有实际意义的边界层，特别是湍流边界层分析方法以及发展的许多新方法新结果。本书的特点是概念清晰，题材广泛，方法较新，重点内容阐述详尽透彻，公式数据图表齐备。

本书读者对象广泛，包括机械、航空航天、造船、海洋工程、水力水电、化工、气象学和海洋学等理工科大学学生、研究生、大学教师以及研究设计预报服务部门的科技人员。

本书第一、二、四章由甄思淼翻译，其余各章由魏中磊翻译。

VISCOUS FLUID FLOW

F. M. WHITE

McGRAW-HILL BOOK COMPANY

1 9 7 4

* * *

粘性流体动力学

[美] F. M. 怀特 著

魏中磊 甄思淼 译

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ · 印张 $22^{1/2}$ · 字数 595 千字
1982年12月北京第一版 · 1982年12月北京第一次印刷

印数 0,001—5,100 · 定价 2.75 元

*

统一书号：15033·5318

前 言

编写本书的目的，是为高年级或一年级工科研究生提供一本介绍粘性流动分析的中间课程。这门课程或许应当安排在流体力学的第一门课程（一学期）之后。因此，假定学生对流体力学基础，向量符号和微分方程已有一定了解。本书的目的还在于为那些没有机会正式上课而进行自学的读者，提供一本自修读物和查找资料的参考书。对于教师来说，本书的内容经过选择可以在一学期之内讲授完毕，假如补充得更完整，也可以讲授两个学期。

本书的材料和处理方法尽可能反映出版以前的学术水平。书中讨论的许多题目和方法从来还没有以书籍形式出版过。因此，在工业部门和研究机构工作的工程师和科学工作者可以直接阅读此书。书后的文献目录到1970年以前是完整的。1971年和1972年发表的文献也引了不少。因此，我认为本书还可以作为有关科技人员的参考书，或者作为研究工作的起点。

第一、二两章介绍流体的各种特性和流体运动的基本控制方程。内容很详细，教师可以略读，但是，学生应当精读并加以消化。例如，本书1~4节广泛地讨论了各种边界条件，而所有其他文献通常对此阐述得过于简略。此外，这两章提供了比较丰富的有用数据。

第三、四章讨论层流的各种分析方法。内容是按照作者的基本教学方法安排的：对少数范围比较广泛的题目进行详细的研究，随后加以简短的讨论，并且，对于推广应用到附加课题列出许多参考文献。

第五章讨论层流的稳定性和湍流转捩。这是各章中最具有定性性质、因而也许是最有意思的一章。

IV

第六章是分析不可压缩湍流平均流的比较新颖的导论。大多数阐述这个题目的书籍基本上都过时了，因为自从著名的1968年斯坦福会议以后，情况截然不同了。

第七章讨论可压缩层流边界层和湍流边界层，通常这是航空、宇航工程师最感兴趣的题目。这里介绍的也是新的研究方法。我的宗旨是，凡是有更好和更全面的概念的地方，一律放弃传统观点。例如，幂次律速度分布和 Kármán-Pohlhausen 方法已经不再用了。

各章的习题有三类：（1）数字习题（在美国，单位还有技术性困难）；（2）本书中简单谈到的概念的证明或推广；（3）需要研究或进一步学习的高级课题。书中尽可能给出答案，许多习题都在课堂上试用过。

在编写此书时，许多人对我给予过帮助，对此谨表谢意。罗得艾兰大学的 G. Brown 教授；田纳西理工大学的 K. Purdy 教授；布朗大学的 J. Kestin 教授；和珀杜大学的 D. Abbott 教授，都阅读过我的全部手稿，并提出有益的意见。佐治亚理工学院的 A. Ducoffe 教授和 M. Goglia 教授，麻省理工学院的 A. Shapiro 教授，既为我提供资料，又给我以鼓励。书中许多概念是以下各位在讨论中首先向我阐明的，例如罗得艾兰的 R. Lessmann 教授，南部卫理公会教徒大学 R. Simpson 教授和挪威特隆赫姆工学院 L. Persen 教授等。许多研究生和我一起从事粘性流动方面的研究，特别是 K. Whitehead, R. Randall, G. Christoph 和 D. Wolf。其他许多研究生在课堂上提出过有益的建议。在准备本书的参考文献时，我得到了圣地亚哥加利福尼亚大学图书馆管理员 B. Begg 小姐的大力帮助。

F. M. WHITE

- n —— 粘度幂次律指数; 量纲指数, 方程 (3-163)
 p —— 压力
 \hat{p} —— 有效压力, $p + \rho g z$
 P —— 管道周长; 压力参数, 方程 (3-154) 和 (7-102)
 q —— 单位面积热通量
 q^2 —— 湍能, $u'^2 + v'^2 + w'^2$
 Q —— 热量
 r, θ, z —— 柱面极坐标
 r —— 恢复因子, 方程 (3-225)
 r_h —— 水力半径, 方程 (3-35)
 r_0 —— 圆柱半径
 R —— 半径; 气体常数
 s —— 熵
 S —— Sutherland 常数 (第一章); van Driest 常数, 方程 (7-148)
 t —— 时间
 T —— 温度
 Te —— 分子温度参数, 方程 (1-34)
 \mathcal{T} —— 表面张力系数
 u, v, w —— 笛卡儿速度分量
 u', v', w' —— 湍流速度分量
 U, W —— 自由来流速度分量
 u_r, u_θ, u_z —— 柱面极坐标速度分量
 v^* —— 摩擦速度, $(\tau_w/\rho_w)^{1/2}$
 V —— U_e/U_0 (第六、七章)
 v —— 体积 (第二章)
 \mathbf{V} —— 速度向量
 w, W —— 功 (第二章)
 x, y, z —— 笛卡儿坐标
 Z —— 气体可压缩性, $p/(\rho RT)$

希腊文符号

- α —— 热扩散系数, $K/(\rho C_p)$; 波数 (第五章); 压力梯度参数 (第六、七章)、楔角 (图 3-29)

X

- β —— 热膨胀系数; Falkner-skan 参数, 方程 (4-100); Clauser 参数, 方程 (6-66); 热传递参数, 方程 (7-130)
 γ —— 比热比, C_p/C_v ; 可压缩性参数, 方程 (7-130)
 Γ —— 欧拉常数, 0.577216...
 δ, δ_v —— 速度边界层厚度
 δ_T —— 温度边界层厚度
 δ^* —— 位移厚度, 方程 (4-4)
 δ_h —— 焓厚度, 方程 (4-26)
 δ_s —— 耗散厚度, 方程 (4-26)
 δ_c —— 热传导厚度, 方程 (4-219)
 Δ —— 亏损厚度, 方程 (6-67)
 e_{ij} —— 应变率张量
 ϵ —— 湍流耗散, 方程 (6-34)
 ζ —— 圆柱绕流变量, 方程 (4-271)
 η —— 相似变量; 表面位置 (第一章)
 θ —— 动量厚度, 方程 (4-6)
 Θ —— 无量纲温度
 κ —— Kármán 常数, ≈ 0.4
 λ —— 管道摩擦因子, 方程 (3-56); Holstein-Bohlen 参数, 方程 (4-186); 边界层变量, 方程 (6-194)
 λ_n —— Graetz 函数特征值 (第三章)
 Λ —— Pohlhausen 参数, 方程 (4-183)
 μ —— 粘度
 ν —— 运动粘度, μ/ρ
 π —— 3.14159...
 Π —— Coles 尾流参数, 方程 (6-74)
 ρ —— 密度
 σ —— 分子碰撞直径 (第一章); 湍性射流增长参数, 方程 (6-158)
 τ_{ij} —— 应力张量
 ϕ —— 速度势 (第二章); 纬度 (第三章)
 Φ —— 耗散函数, 方程 (2-46)
 χ —— 粘性相互作用参数, 方程 (7-97)

- ψ —— 流函数
 ω —— 涡量; 频率
 Ω_v, Ω_D —— 分子势函数 (第一章)
 Ω —— 角速度向量

无量纲参数

- C_a —— 空泡数
 C_D —— 阻力系数
 C_f —— 表面摩擦系数
 C_h —— Stanton 数
 C_p —— 压力系数
 C_M —— 力矩系数
 Ec —— Eckert 数
 Fr —— Froude 数
 Gr —— Grashof 数
 Kn —— Knudsen 数
 Le —— Lewis 数
 Nu —— Nusselt 数
 Pr —— Prandtl 数
 Ra —— Rayleigh 数
 Re —— Reynolds (雷诺) 数
 Sc —— Schmidt 数
 St —— Strouhal 数
 We —— Weber 数

下角符号

- ∞ —— 无穷远处
 e —— 自由来流
 w —— 壁面
 0 —— 初始值
 c —— 临界值
 B —— Blasius 层
 n —— 法向
 t —— 湍流

II

tr——转换

r——恢复

x——在 *x* 处

g——气体

l——液体；层流

f——流体

上角符号

——时间平均

'——微分；湍流脉动

·——时间微商

*——无量纲（第二、四章）；参考温度（第七章）

+——壁面律变量

Λ——小扰动变量（第五章）

目 录

前言

符号表

| | |
|---------------------------------|-----|
| 第一章 预备概念 | 1 |
| 1-1 历史概述 | 1 |
| 1-2 粘性流动现象的例子 | 4 |
| 1-3 流体的特性 | 13 |
| 1-4 粘性流动问题的边界条件 | 47 |
| 第二章 可压缩粘性流动的基本方程 | 59 |
| 2-1 序言 | 59 |
| 2-2 基本方程的分类 | 59 |
| 2-3 质量守恒：连续方程 | 60 |
| 2-4 动量守恒：Navier-Stokes 方程 | 62 |
| 2-5 能量方程（热力学第一定律） | 69 |
| 2-6 粘性热传导流动的边界条件 | 74 |
| 2-7 正交坐标系 | 75 |
| 2-8 基本方程的数学性质 | 77 |
| 2-9 粘性流动中的无量纲参数 | 82 |
| 2-10 不可压缩粘性流动的涡量分析 | 91 |
| 2-11 二维流动：流函数 | 93 |
| 2-12 非惯性坐标系 | 98 |
| 2-13 控制体的建立 | 99 |
| 第三章 牛顿粘性流动方程的解 | 107 |
| 3-1 序言和解的分类 | 107 |
| 3-2 Couette 剪切流动 | 109 |
| 3-3 完全发展的定常管道流动 | 116 |
| 3-4 非定常管道流动 | 137 |
| 3-5 有运动边界的非定常流动 | 142 |
| 3-6 渐近吸吮流动 | 146 |
| 3-7 风生流：EKMAN 漂流 | 155 |

V

| | | |
|---------------|---------------|-----|
| 3-8 | 相似性解 | 159 |
| 3-9 | 可压缩流动解 | 186 |
| 3-10 | 低雷诺数: 线化蠕动流 | 198 |
| 3-11 | 数字计算机解 | 212 |
| 第四章 层流边界层 | | 238 |
| 4-1 | 序言 | 238 |
| 4-2 | 层流边界层方程 | 250 |
| 4-3 | 二维定常流动的相似性解 | 256 |
| 4-4 | 其他二维解析解 | 290 |
| 4-5 | 数字计算机解 | 298 |
| 4-6 | 近似方法 | 303 |
| 4-7 | 热边界层计算 | 323 |
| 4-8 | 管道入口的流动 | 334 |
| 4-9 | 旋转对称边界层 | 337 |
| 4-10 | 任意三维边界层 | 352 |
| 4-11 | 非定常层流边界层 | 365 |
| 4-12 | 自由对流边界层 | 375 |
| 第五章 层流稳定性 | | 384 |
| 5-1 | 序言: 小扰动稳定性概念 | 384 |
| 5-2 | 平行的粘性流动的线化稳定性 | 390 |
| 5-3 | 线性稳定性理论中的参数影响 | 407 |
| 5-4 | 层流向湍流的转捩 | 425 |
| 5-5 | 湍流的数学分析 | 443 |
| 第六章 不可压缩湍流平均流 | | 452 |
| 6-1 | 序言: 雷诺方程 | 452 |
| 6-2 | 渠道湍流的半经验理论 | 457 |
| 6-3 | 二维湍流边界层方程 | 461 |
| 6-4 | 剪切湍流的半经验理论 | 466 |
| 6-5 | 管道湍流和渠道湍流 | 481 |
| 6-6 | 平板湍流边界层 | 491 |
| 6-7 | 湍性射流和湍性尾流 | 503 |
| 6-8 | 有压力梯度的边界层积分分析 | 511 |

| | | |
|--------------|-------------------------------|-----|
| 6-9 | 边界层的有限差分法 | 528 |
| 6-10 | 三维湍流边界层 | 540 |
| 6-11 | 不可压缩湍流边界层的对流热传递 | 556 |
| 第七章 可压缩边界层流动 | | 574 |
| 7-1 | 序言: 可压缩边界层方程 | 574 |
| 7-2 | 可压缩层流的相似性解 | 579 |
| 7-3 | 可压缩层流的驻点流动和平板流动 | 583 |
| 7-4 | 任意条件下可压缩层流边界层 | 599 |
| 7-5 | 可压缩层流的特殊课题 | 614 |
| 7-6 | 可压缩湍流边界层方程 | 622 |
| 7-7 | 可压缩湍流的壁面律 | 627 |
| 7-8 | 绕平板的可压缩湍流 | 635 |
| 7-9 | 有压力梯度的可压缩湍流边界层 | 646 |
| 附录 | | 660 |
| A | 各种牛顿流体的输运特性 | 660 |
| B | 在柱坐标和球极坐标内不可压缩牛顿流体的运动方程 | 668 |
| C | N 维联立微分方程组的 RUNGE-KUTTA 子程序 | 671 |
| 参考文献 | | 675 |

第一章 预备概念

1-1 历史概述

关于粘性流动的研究可以回溯到古代，因为史前时期人类所用的武器也许已经从简单的石头棍棒，发展到了流线型重矛和有尾翅稳定面的细长尖矢。由此可以得出这样的结论：原始人已意识到并部分解决了粘性阻力问题。

希腊数学家阿基米德（公元前 287~212 年）作了两个浮力假设，正确地给出了静止的粘性流体问题的精确解。随后他为了导出各种形状物体的浮力公式，实际上发展了某种型式的微分计算。大约在同一时期，罗马人建造了规模宏大的给水系统。这个事实证明：他们对长管道中粘性阻力效应有一些直观了解。然而，罗马人对这个问题的系统解决并没有什么贡献。实际上，直到 1768 年 Chézy 的著作发表以前，在管道阻力方面没有取得重大进展。

从基督诞生到 15 世纪这个时期，对粘性流动分析的影响，象其他科学领域一样，是微乎其微的。但是，在这些愚昧的世纪中堆积成的猜测与迷信的大山里，无疑也埋藏着事实的宝藏。文艺复兴时代的伟大思想家们终于把这些宝藏挖掘出来了。1500 年意大利画家，雕刻家，音乐家，哲学家，解剖学家，植物学家，地质学家，建筑师，工程师和科学家达·芬奇，正确地推导出一维不可压缩粘性流动的质量守恒方程。在他的笔记中，还记载着波动，水跃，自由射流，钝体后面旋涡的形成（见 1-2 节例 1），流线型降阻和旋涡中速度分布的准确轮廓和描述。

下一个显著成就是 E. Torricelli (1608~1647) 获得的。1644 年他发表了如下定理：（粘性）液体从容器孔口流出的速度，等于液滴从液体表面自由降落达到的速度。Torricelli 声称他的

发现“毫无用处”。但是历史肯定了他的发现。从本教程的观点来看，出流原理有着不平常的意义，因为出流是粘性效应可以忽略的，为数不多的流动现象之一。

上面这些成就与粘性运动实际上都没有直接关系。也就是说，这些早期的研究者研究流体时，也许是把它当作无粘性的，或者理想的。不过碰巧，他们得到的结果对于粘性或实际流体也是正确的。第一个直接研究流体摩擦力的也许是 E. Mariotte (1620~1684)。他发明了天平系统，并用以测量人工气流中，即世界上第一个风洞中的静止模型的阻力。Mariotte 的著作“论水的运动”发表于 1686 年。这正是牛顿无与伦比的著作“数学原理”发表的前一年。

1687 年牛顿在他的“原理”中，对几乎所有普通流体的粘性性状作了这样简单的描述：“流体的两部分（若其他情形一样）由于缺乏润滑性而引起的阻力，同流体两部分彼此分开的速度成正比”。为了纪念牛顿，这类流体（重要的例子是水和空气）现在被称为牛顿流体。牛顿用此线性粘度律，推导出旋转圆柱体周围的速度分布。他的这个工作是第一个粘性流动分析。

但是，显然世界上还没有为粘性流动理论准备好条件。原因也许是牛顿更著名的发现——微积分还没有问世。所以，牛顿以前的人基本上只限于讨论流体流动问题，而牛顿以后的人则可以运用微积分来直接处理这样的问题了。当然，首先作的努力是去解决理想的无粘性的流体问题。在这方面伯努利首先取得了成功。1738 年他证明：无粘性流体中，压力梯度和加速度之间存在着比例关系。随后，微积分大师欧拉 1755 年推导出现在称之为伯努利方程的著名的无摩擦力的方程。欧拉的卓越推导在理想流体理论中，或（如伯努利所称呼的那样），流体动力学中，至今基本上没有变化。与欧拉同时，达朗贝尔 1752 年发表了著名的疑难：沉浸在无粘性流体流动中的物体阻力为零。紧接着，拉格朗日 (1736~1813)，拉普拉斯 (1749~1827) 和 Gerstner (1756~1832)，将新兴的流体动力学推向完美的分析高度。

但是，对于从事实际工作的工程师来说，当时象达朗贝尔疑难这样的理论结果多得无法接受。流体力学终于不得不分成两个分支：流体动力学和水力学。在前一学科中数学家继续攀登理想流动理论的新高峰；而水力学则完全放弃理论，建立在实验测量的基础上。直到本世纪初为止，这种分裂局面延续了150年。甚至现在航空，化工，土木和机械等工程部门的工程师对流体力学所持的观点也不尽相同。这证明在流体力学中理论与实验脱节的现象还没有绝迹。

继欧拉和他的同事之后，下一个显著的分析进展是对欧拉理想运动方程加上各摩擦力项。Navier (1827), Cauchy (1828), Poisson (1829), St. Venant (1843) 和 Stokes (1845) 以不同的完善程度实现了这一点。前四人用一个未知的分子函数写出自己的方程，而 Stokes 首次采用第一粘性系数 μ 。现在，这些粘性流体力学的基本方程称为 Navier-Stokes 方程。本教程对 Stokes 分析作不出任何改进。

无疑 Navier-Stokes 方程使粘性流动问题的分析成为可能。但是，这些方程数学上求解是困难的，而且通常是不稳定的。迄今大约只求出70个特解。但是，最近巨型数字电子计算机带来了求系统（数值）解的希望（参阅3-11节）。因此，Stokes 时代的水力学工作者是看不出 Stokes 工作的巨大意义的。

1904年，L. Prandtl 证明小粘度流体流动中存在着薄的边界层。这是粘性流动理论中最重要的成就。由此产生的粘性和无粘性匹配方法，使粘性流动易于作近似分析。并且可以说，这个领域现在已经达到了有坚实基础的高峰。正如 Howarth 说的那样，Prandtl 边界层概念“能使人们明智地思考真实流体流动中的几乎任何问题”，尽管常常并不是定量的。自从 Prandtl 1904年的论文发表以来，边界层方面的论文稳定地增长，象其他学科一样，现在文献几乎爆炸性地增长。按照 Van Dyke (1966) 的办法，让我们在图1-1中说明萌芽性研究论文的有关问题的研究状况。图中以本教程的参考文献每年发表的数量为纵轴，发表年

份为横轴，并从1900年开始。毫不奇怪，和平时期的增长是惊人的。由于1970年是本教程收集文献的截止时间，所以，此后数量明显下降并不反映真实情况。现在世界上每年发表的粘性流动的论文超过200篇。由图1-1中看到，文献总数是1170篇。对于后继者来说，这意味着有些过去的读物需要参考。将来教科书作者的唯一任务，也许是将数目巨大的研究文献分成有和没有参考价值两类。对于图1-1，Van Dyke 预计：“时间将会消蚀其顶峰”。Price (1961) 对于这种消蚀已经作了可以信赖的证明。

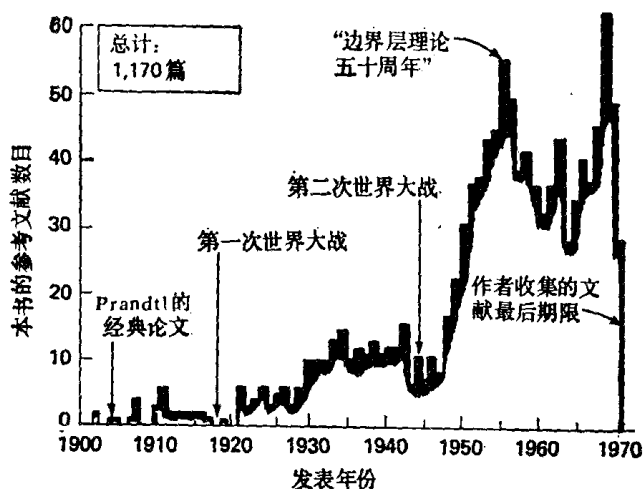


图1-1 关于粘性流动研究论文增长情况

凡是希望成为流体力学专家的读者，应当好好阅读 Rose 和 Ince (1957)，Bateman 等 (1956) 和 Bell (1936) 的教程中的优秀的历史记载。本教程的简史是根据这些书中的材料编写的。

1-2 粘性流动现象的例子

在仔细研究流体物理特性，基本方程和各种分析解以前，我们讨论四个粘性流动现象例子，以便说明粘性流动理论的效力和局限性。目的是使读者对这个课题有些感性认识。这里所选的例子是值得记住的，因为理论教程不可避免要强调理论分析的效力

而忽视它的实际缺陷。粘性流动理论不是没有令人苦恼的缺陷的。

例 1 圆柱绕流 均匀来流绕半径为 R 的圆柱的二维流动，是理想流动理论的经典问题。将速度为 U_∞ 的均匀流动叠加一对源汇（偶极子），可以求得圆柱的无粘性不可压缩绕流的准确解。例如，Kuethé 和 Schetzer (1959) 给出了此流动用极坐标表示的速度分布：

$$\begin{aligned} v_r &= U_\infty \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos \theta \\ v_\theta &= -U_\infty \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (1-1)$$

此种流动的流线绘于图 1-2 中。在圆柱表面 $r = R$ 上， $v_r = 0$ ， $v_\theta = -2U_\infty \sin \theta$ ，后一速度为有限值，因而违背流体和固壁间的分子力所形成的不滑移条件。

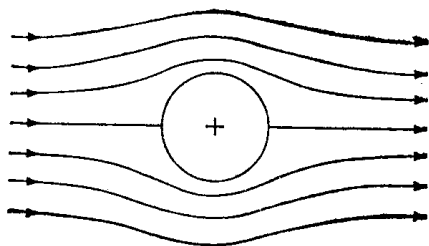


图1-2 圆柱的理想绕流

根据伯努利方程： p

$+ \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{常数}$ （此处 ρ 为流体密度），可以求出圆柱表面的压力分布。其结果为：

$$p_s = p_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 (1 - 4 \sin^2 \theta) \quad (1-2)$$

如果采用无量纲表面压力系数 C_p ：

$$C_p = \frac{2(p_s - p_\infty)}{\rho U_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta \quad (1-3)$$

方程 (1-2) 容易处理得多。假使对这样做的好处还不甚明白，可以根据方程 (1-2) 划出 p_s 和 θ 的关系曲线。结果得到无穷多条曲线，每条曲线对应于一组 ρ ， U_∞ 和 p_∞ 值。根据方程 (1-3) 划出的 C_p 和 θ 的曲线则只有一条。从图 1-2 中曲线的对称性，应该