

775334 藏

250573

國立復旦大學商科研究所叢書

# 高等統計學

薛仲三著

商務印書館出版

32  
4421;0

195384

230043

國立復旦大學商科研究所叢書

# 高等統計學

薛仲三著

商務印書館出版

立復旦大學  
各科研究所書  
高等  
計學

著作者

三

出版者

印書館

發行者

中

發行公司

發行所

三聯書店  
中華書局  
商務印書館  
各地分店

印刷者

商務印書館印刷廠

命(30.11.1)

★ 漢 房 有 ★

1948年1月初版  
1951年4月3版

定價人民幣30,000元

(總)2501-3500

## 自序

我國各大學商學院、農學院、教育或師範學院內所設之各科系，率將普通統計學列為必修科，並將應用統計學——如經濟統計學、商務統計學、農業統計學、生物統計學、教育統計學、社會統計學、政治統計學、生命統計學、醫學統計學等——列為必修科或選修科；商學院之統計學系及其附設之統計專修科，教育或師範學院之教育及心理等學系，復將高等統計學列為必修科；統計學系或會計學系之統計組更將數理統計學列為必修科，等等情形。統計學科之設置似已美備，無乃於內容之講授尚欠充實，是以，如何充實統計學科之內容，殊為當務之急。著者以為充實是科內容，應自選定適合課程標準之教科書始。因為有了良善之教本，教師於講授時得有一貫之系統，可獨除張皇補苴之苦；學生於學習時亦有途徑可尋，可減少無謂手錄之勞。

年來中外坊間出版有關統計學科之著作甚夥，其中可權作普通及應用統計學之課本者尚復不少；但求其適應高等及數理統計課程之標準堪作教本者，誠不數觀。為濟目前之急，高等統計學及數理統計學之編輯，尤其是高等統計學，實刻不容緩。良以高等統計學介乎普通統計學與數理統計學之間，承上啓下，若不將高等統計學之內容及範疇釐訂於先，則關於數理統計學之一切實無法闡發於後。

本書之主要目的有二：(1) 作參考書之用，(2) 作大學教科書之用。因此不免要發生下列各問題：如何能將其上之理論及方法便於應用各種特殊事實上，以與應用統計學收相得益彰之效，而不冒互相踰越之嫌？如何能使其與普通統計學密切銜接，庶使學者不至有扞格不入之歎？如何使其不侵犯數理統計學之境界，免貽人以疊牀架屋之譏？不但此也，就現行學制言，此學程每週授課三小時，須於一學年內講授完竣，如何能充分利用此既定之時數，使其內容儘量羅納一切統計學上實際問題之解答，普通公式之推演等事項？對此等等問題曾熟加考慮，並且得到尙覺滿意之解答，著者頗以此自慰，願以此告慰讀者。

本書約二十七萬字，共分八章：第一章略述統計學之基本概念，主要設備、實際運算上之規則與機巧等，俾學者得知統計學之津涯及統計實驗室是一個怎樣的“舞臺”，“演員”要演奏一些什麼技藝；第二及第三兩章以實例作出發點，推演統計常數之公式，以便計算之用，兼達理法互證之旨；第四章討論皮爾生各型類數之配合方法及理論，係標榜愛而德敦所著之類數曲線與相關及焦恩思所著之初級統計學二書而寫，不過將彼等所用之公式曾一再加以推演，俾便應用；第五章研究曲線配合問題，係將各種配合方法及理論作詳盡之敘述；第六章為尺度變換法之理論及其應用，係著者個人關於變換法初步研究所得之結果，用以激發學者對於此法作更進一步之追求；第七章為相關問題，大部取材於關露數理統計學一書，蓋其上所講述之理論及所用之方法符號等與著者向日所主張及援用者多相脗合故也；第八章為取樣問題，係用淺鮮實例鉤稽重要理論及原則。總之，本書博採各家名著之精華，並參以個人從事

統計工作之經驗與夫教學研究之心得，而編定之者，因此略明各章之出處，用示不敢獨自掠美之意。

著者對於統計學之研究雖極感興趣，費有若干年之苦心；第以此科包括之理論極繁，涉及之事項彌廣，自愧學識與經驗有限，未能作周詳之貢獻！惟著者仍在孜孜上進，以本書內容之充實是求，倘蒙國內學者隨時賜教，指正書中之遺誤處，則不勝翹企歡迎之至！

本書凡三易稿：初稿由姜振黃、羅奎生、范光燾及黃士偉四位同學於暑假之暇分任繕校工作，復稿由田鳳調先生及范家榮女士擔任設計與抄寫，並且末稿由黃松岡、姜崇瑜、鄭忠賢、路秉彝、吳振英、唐尙治及徐元慶諸同學謄清，並承梁明第先生代為繪圖，對於以上諸人著者實深感激。於付印之前，猥蒙鄧靜華、褚鳳儀、李炳煥、李仲珩及單致任諸先生校正與補充，著者尤為敬佩！然而書中一切缺點之責，仍由著者自負。

最後著者應當感謝商務印書館編審部鄒尙熊先生，出版科姚心吾先生，及建華製版所周少山先生，因為對於製圖、印刷、排版等事項，諸先生不憚煩勞的幫忙，實在超出他們應盡的本分之外。

一九四七年十一月

薛仲三序於江灣復旦

# 目 次

第一章 緒論	頁
第一節 名詞之沿革.....	1
第二節 定義及發展.....	2
第三節 統計方法之步驟.....	5
第四節 統計實驗室.....	6
第五節 孟祿計算機.....	10
第六節 開方.....	14
第七節 計算通則.....	18
第八節 製表通則.....	19
第九節 繪圖通則.....	20
問題 I.....	22
第二章 頻數分配之分析	
第一節 集中常數與離勢常數之意義及其種類.....	25
第二節 算學符號及其使用法.....	27
第三節 算術平均數與標準差.....	29
第四節 中位數與平均差.....	50
第五節 上下四分位數、四分位差、全距、均互差及離勢係數 ..	58

第六節	衆數 .....	62
第七節	平均數、中位數及衆數之討論 .....	64
第八節	幾何平均數 .....	66
第九節	倒數平均數 .....	68
問題 II .....		73

### 第三章 動差、機率及常態曲線

第一節	動差之意義及其圖解 .....	77
第二節	一般動差 .....	79
第三節	主要動差 .....	80
第四節	輔助動差 .....	82
第五節	$\mu_{r2}$ 與 $\nu_{r2}$ 之關係 .....	83
第六節	$\mu_{rX}$ 、 $\mu_{rY}$ 及 $\mu_{r1}$ 之互相關係 .....	84
第七節	$\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\kappa_1$ 及 $\kappa_2$ 之計算步驟 .....	86
第八節	$\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\kappa_1$ 及 $\kappa_2$ 之計算 .....	89
第九節	薛伯校正數 .....	91
第十節	偏態與峯態 .....	93
第十一節	機率 .....	95
第十二節	常態曲線 .....	106
問題 III .....		116

### 第四章 皮爾生各型曲線

第一節	頻數函數及機率函數 .....	119
-----	-----------------	-----



第二節	$\Gamma$ 函數與 $\beta$ 函數 .....	121
第三節	紅白球實驗 .....	127
第四節	求積公式 .....	130
第五節	釐正縱坐標之動差 .....	132
第六節	薛伯校正數之來源 .....	135
第七節	常數與觀察動差之關係 .....	137
第八節	皮爾生各型曲線概要 .....	138
第九節	皮爾生曲線型 I .....	140
第十節	皮爾生曲線型 IV .....	145
第十一節	皮爾生曲線型 VI .....	151
第十二節	常態曲線 .....	154
第十三節	皮爾生曲線型 II .....	157
第十四節	皮爾生曲線型 III .....	161
第十五節	皮爾生曲線型 V .....	165
問題 IV	.....	170

## 第五章 曲線配合

第一節	實驗式 .....	176
第二節	直線式 .....	177
第三節	二次式 .....	183
第四節	最小平方法 .....	184
第五節	動差法 .....	205
第六節	分組法 .....	206

第七節 定點法 .....	210
第八節 幾近法 .....	223
問題 V .....	231

## 第六章 尺度變換法之理論及其應用

第一節 頻數曲線方程式與面積 .....	235
第二節 $\phi(t)$ 之選擇 .....	237
第三節 $t$ 或 $\Omega(X)$ 之測定 .....	238
第四節 舉例 .....	239
第五節 變換方程式 .....	243
第六節 常數之測定 .....	249
第七節 變換法之應用 .....	251
問題 VI .....	276

## 第七章 相關

第一節 相關之意義及其種類 .....	278
第二節 直線相關 .....	280
第三節 非直線相關 .....	309
第四節 二數聯合分配之一般情形 .....	317
第五節 其他相關 .....	329
第六節 複相關 .....	335
第七節 淨相關 .....	350
問題 VII .....	353

## 第八章 抽樣問題

第一節 抽樣問題之要點及解決方法.....	360
第二節 期望值.....	362
第三節 直線函數之標準差.....	364
第四節 平均數.....	365
第五節 比例數.....	382
第六節 $\chi^2$ 分配及其應用.....	397
第七節 標準誤.....	402
問題 VIII.....	409

## 附錄

I 算學常數.....	415
II 希臘字母及讀音.....	416
III 統計用表.....	417
表 A. $\chi^2$ 之值: 自由度由 1 至 30, 機率由 .99 至 .01 ..	417
表 B. 常態曲線下面積及縱坐標: 橫坐標由 .00 至 4.50 ..	419
表 C. $\chi^2$ 及 $P$ 之值: 自由度 = 1, / 由 .00 至 4.49 ....	422
表 D. 常態曲線之縱坐標: 面積由 .000 至 .499 .....	425
表 E. $\log \Gamma(n)$ 之值: $n$ 由 1.000 至 1.999 .....	426
表 F. $\log F(r, F_2)$ 及 $\log H(r, p_2)$ 之值: $r=1, 2, \dots$ ..	428
表 G. $\log H(r, p_2)$ 之值: $r$ 由 3 至 50 .....	429
IV. 參考書.....	436
V. 中外譯名對照表.....	
VI. 索引.....	

## 圖 次

		頁
圖 1.	孟祿計算機.....	11
圖 2.	兩條離勢不同之頻數曲線.....	26
圖 3.	肩形圖.....	53
圖 4.	$N$ 個觀察值之位置.....	56
圖 5.	上下四分位數、中位數及四分位差.....	59
圖 6.	平均數 $\bar{X}$ 、中位數 $\tilde{X}$ 及衆數 $\hat{X}$ 之位置.....	65
圖 7.	槓桿.....	78
圖 8.	直方圖與頻數曲線.....	91
圖 9.	常態與偏態分配.....	93
圖 10.	常態與峯態分配.....	94
圖 11.	二項分配 $N(q+p)^n$ : $N=64$ , $q=p=\frac{1}{2}$ , $s=6$ .....	100
圖 12.	曲線 $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ .....	108
圖 13.	$\Gamma(n)$ 之圖.....	122
圖 14.	$z = e^{-(x^2+y^2)}$ 之軌跡.....	125
圖 15.	直方圖及式 (50) 之軌跡.....	145
圖 16.	直方圖及式 (59) 之軌跡.....	150
圖 17.	直方圖及式 (64) 之軌跡.....	155

圖 18.	直方圖及式 (68) 之軌跡 .....	158
圖 19.	直方圖及式 (73) 之軌跡 .....	161
圖 20.	直方圖及式 (79) 之軌跡 .....	165
圖 21.	直方圖及式 (84) 之軌跡 .....	170
圖 22.	直線 $Y = a + bX$ .....	177
圖 23.	直線 $X \cos \alpha + Y \sin \alpha = p$ .....	180
圖 24.	二直線所夾之角 $\theta$ .....	182
圖 25.	拋物線 $Y = a + bX + cX^2$ .....	184
圖 26.	紙煙論據及式 (14) 之軌跡 .....	188
圖 27.	離婚論據及式 (19) 之軌跡 .....	193
圖 28.	雞籠平均坐高論據及式 (23) 之軌跡 .....	196
圖 29.	表 32 裏所列之論據及式 (32) 之軌跡 .....	201
圖 30.	表 36 裏所列之論據及式 (35) 之軌跡 .....	204
圖 31.	各點之趨勢具有與不具有等差性者 .....	204
圖 32.	人造絲產量論據及式 (39) 之軌跡 .....	209
圖 33.	式 (42) 之軌跡: 式中之 $K$ , $C$ 及 $d = +$ , $r = -$ .....	214
圖 34.	瑞典人口論據及式 (55) 之軌跡 .....	222
圖 35.	瑞典人口論據及式 (58) 之軌跡 .....	231
圖 36.	尺度變換後對於機率曲線形式之影響 .....	236
圖 37.	當面積 $\int_{-\infty}^t = 10\%$ 時, $t = -1.28$ 之位置 .....	239
圖 38.	美國登記區 1918 年 234 郡黑人嬰兒死亡率 .....	242
圖 39.	第一組類數分配及變換曲線之草圖 .....	247

圖 40.	第二組類數分配及變換曲線之草圖.	248
圖 41.	某種考試 514 人成績之分配.	254
圖 42.	458 男童肺活量量度之分配.	261
圖 43.	458 男童骨化比量度之分配.	263
圖 44.	格林威池 1890-1904 年七月陰雲量度之分配.	265
圖 45.	南安普敦氣壓高度之分配.	267
圖 46.	某種類數分配.	269
圖 47.	458 男童胸圍量度之分配.	271
圖 48.	某種不動產年值之分配.	273
圖 49.	在某種經驗中病人年齡之分配.	275
圖 50.	散佈圖.	281
圖 51.	散佈圖與象限.	282
圖 52.	相關係數 $r$ 與迴歸線 (8) 及 (9) 之關係.	287
圖 53.	相關係數 $r$ 與迴歸線 (13) 及 (14) 之關係.	290
圖 54.	當 $\sigma_Y$ 固定時, $s_Y$ 值因 $r$ 之增加按數值 $\sqrt{1-r^2}$ 而減少 之圖解.	292
圖 55.	$s_X$ 、 $\sigma_Y$ 及 $\sigma_{XY}$ 關係之圖示.	294
圖 56.	解釋迴歸線為配合各行平均數最圓滿之直線.	305
圖 57.	各行平均數代表之點及式 (30) 之軌跡.	307
圖 58.	解釋估計標準誤之意義.	309
圖 59.	$F(X, Y) = \frac{2}{a^2}$ 之圖.	323

圖 60.	兩種測驗成績之類數分配 . . . . .	332
圖 61.	三個變數之柱和 . . . . .	336
圖 62.	三個變數之壁和 . . . . .	337
圖 63.	在方格 $(X, Y)$ 內之總頻數 . . . . .	338
圖 64.	在方格 $(Y, Z)$ 內之總頻數 . . . . .	338
圖 65.	在方格 $(X, Z)$ 內之總頻數 . . . . .	340
圖 66.	離差 $\epsilon$ 與機率 $P_0$ 之關係 . . . . .	380

## 表 次

	頁
表 1. 小學校六歲男生之身長 .....	31
表 2. 計算 $(X - \bar{X})$ .....	32
表 3. $(X - \bar{X})^2$ 之計算 .....	33
表 4. $XF$ 及 $(X - \bar{X})^2 F$ 之計算 .....	34
表 5. $X^2$ 之計算 .....	36
表 6. 應用第一法計算平均數及標準差 .....	38
表 7. 應用第二法計算平均數及標準差 .....	40
表 8. 在指定組段內之觀察頻數及觀察與查得之相對頻數 .....	43
表 9. 中位數之計算 .....	51
表 10. 平均差之計算 .....	52
表 11. 中位數及平均差之計算 .....	55
表 12. 均互差之計算 .....	61
表 13. 近似乘數與理論乘數之比較 .....	64
表 14. $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\kappa_1$ 及 $\kappa_2$ 之計算 .....	90
表 15. 二項分配 $(q + p)^n$ .....	101
表 16. 曲線 (44) 之縱坐標及其下面積之計算 .....	115
表 17. 蓋正縱坐標首四級動差之計算 .....	135
表 18. 皮爾生各型類數曲線概要 .....	139



表 19.	燕麥總產量之分配.....	142
表 20.	曲線 (50) 縱坐標及其下面積之計算.....	144
表 21.	麥桿高度之分配.....	148
表 22.	曲線 (59) 縱坐標及其下面積之計算.....	150
表 23.	麥桿數目之分配.....	152
表 24.	曲線 (64) 縱坐標及其下面積之計算.....	154
表 25.	曲線 (68) 縱坐標及其下面積之計算.....	157
表 26.	小麥平均穗數之分配.....	159
表 27.	曲線 (73) 縱坐標及其下面積之計算.....	160
表 28.	燕麥總產量之分配.....	163
表 29.	曲線 (79) 縱坐標及其下面積之計算.....	164
表 30.	死亡人口年齡之分配.....	167
表 31.	曲線 (84) 縱坐標及其下面積之計算.....	169
表 32.	配合直線 (2) 之計算手續.....	187
表 33.	配合直線 (3) 之計算手續.....	191
表 34.	配合拋物線之計算手續.....	192
表 35.	曲線 (23) 縱坐標之計算.....	195
表 36.	配合指數曲線 $y = ab^x$ 之計算手續.....	203
表 37.	用分組法配合高培志曲線之計算手續.....	209
表 38.	高培志曲線縱坐標之計算.....	210
表 39.	$P, Q, R; P', Q', R'$ 之計算手續.....	218
表 40.	$\Delta_1$ 及 $\Delta_2$ 之計算手續.....	220