材料力学
习题详解

21世纪高等学校辅导教材·力学系列丛书

材料力学习题详解

高教社·《材料力学·第三版》(刘鸿文主编)

赵诒枢　吴胜军　尹长城　编著

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学习题详解/赵诒枢 吴胜军 尹长城 编著
武汉:华中科技大学出版社, 2002年7月
ISBN 7-5609-2717-3

Ⅰ.材…
Ⅱ.①赵… ②吴… ③尹…
Ⅲ.材料力学-题解
Ⅳ.TB3

材料力学习题详解 赵诒枢 吴胜军 尹长城 编著

责任编辑:周芬娜 封面设计:潘 群
责任校对:蔡晓瑚 责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华大文印中心
印 刷:武汉大学出版社印刷总厂

开本:850×1168 1/32 印张:20.125 字数:489 000
版次:2002年7月第1版 印次:2002年7月第1次印刷 印数:1—5 000
ISBN 7-5609-2717-3/TB·54 定价:26.80元

内 容 提 要

本书对高等教育出版社出版的、刘鸿文教授主编的《材料力学・第三版》一书的习题作了较详细的解答，是该书的配套教材。全书共分十五章，计有绪论，拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，弯曲的几个补充问题，应力和应变分析、强度理论，组合变形，能量方法，静不定结构，动载荷，交变应力，压杆稳定，平面图形的几何特性等内容。每章包括“主要公式”和“习题详解”两部分，共433题。

本书可供高等工科院校的本科生和专科生学习材料力学时参考，也可供成教、函授、电大及自学考试等学生学习材料力学时参考，还可作为报考相关专业研究生者的复习资料，并可作为教师的教学参考书。

前　言

刘鸿文教授主编的《材料力学》是一本获国家级奖项的优秀教材，为众多高等学校所采用，并被推荐为研究生入学考试参考用书。我们在材料力学课程的教学中也一直用它作为教科书。

材料力学是一门与工程实际密切结合的基础学科，习题中很多是来自工程实际。对于一、二年级大学生来说，他们虽然在物理学和理论力学中已经学过了一些力学知识，但在学习材料力学时，仍然要接受一些新概念、新理论和新方法，尽管这些新概念、新理论和新方法并不特别难懂，但在解题中，依然会遇到困难。一些学生反映："上课一听就懂，下课一看（教科书）就会，习题一做就错。"究其原因，困难往往不是数学方面和材料力学理论方面的，而是怎样应用已学过的材料力学基本理论，来建立力学模型，从而选择适当的数学方法求解。做习题是材料力学教学的重要环节，学生必须通过完成一定数量的习题，才能达到巩固材料力学基本理论并掌握运用这些理论解决具体问题的目的。

关于材料力学的习题解答或习题集已有多种，但专门为一本教材所编的习题解答并不多见。不是专为一本教材而编写的习题解答，难免因注重针对性而疏于循序渐进，从而导致缺乏系统性。刘鸿文主编的《材料力学》从1979年第一版算起，经历十余年的教学实践，作过两次修订补充，习题也几经筛选，数量适度，题型多样，从易到难，由浅入深，难易结合，理论与工程实际并重。习题按章节内容被编排在各章正文之后，与课程内容紧密配合，系统性强。

本习题解答是结合我们的教学实践，针对学生在解题中经常遇到的疑难和困惑，对每一道题的解答，着重解题思路分析，给出较详细的解答步骤，并说明每一步骤的理论依据和使用公式的出处，目的在于使读者通过解题实践，能更深入地理解并掌握材料力学的基本理论，提高解题能力。

我们是依据刘鸿文主编的《材料力学·第三版》，对习题作出解答。刘鸿文主编的《材料力学·第三版》共18章，后4章（平面曲杆、厚壁圆筒和旋转圆盘、矩阵位移法、杆件塑性变形）因超出教育部颁发的"高等学校本科基础课程教学基本要求"的规定范围，所以，后4章的习题（共51题）没纳入本习题解

答之内。

感谢刘鸿文教授慨允我们对他主编的《材料力学·第三版》中的习题作解答；感谢马迅、李莹、李惠、郑冬黎等老师对于本书的编写给予的热情帮助。并对为本书出版付出辛勤劳动的华中科技大学出版社的同志致以深切的谢意。

由于编者学识有限，错误和不妥之处在所难免，希望读者批评指正。

编　者

2002年4月

目　录

第一章 绪 论

主要公式

1. 应力

平均全应力 单位面积上的内力

$$p_{m}=\frac{\Delta P}{\Delta A} \tag{1-1}$$

若将ΔP分解为与截面垂直的分量ΔN和与截面相切的分量ΔQ,则

$$\sigma_{m}=\frac{\Delta N}{\Delta A},\quad \tau_{m}=\frac{\Delta Q}{\Delta A} \tag{1-2}$$

分别称为平均正应力和平均剪应力。

因内力一般地说不是均匀分布的,所以使$\Delta A \to 0$,便得到一点处的应力:

全应力 $$p=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta P}{\Delta A}=\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}A} \tag{1-3}$$

正应力 $$\sigma=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta N}{\Delta A}=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}A} \tag{1-4}$$

剪应力 $$\tau=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta A}=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A} \tag{1-5}$$

2. 应变

线应变又称正应变,是弹性体变形时一点沿某一方向微小线段的相对改变量,是一无量纲量,用ε表示,

$$\varepsilon=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta l}{\Delta x}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}x} \tag{1-6}$$

角应变又称剪应变,是弹性体变形时某点处一对互相正交的微线段所夹直角的改变量,单位为弧度,也是一个无量纲量,用γ表示,

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \tag{1-7}$$

式中，α 是变形后原来的二正交线段间的夹角。

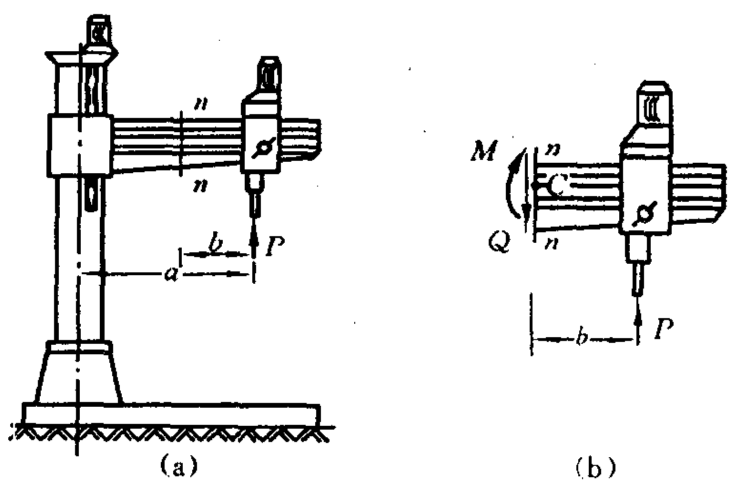
习题详解

1.1 对题 1.1 图(a)所示钻床，试求 n-n 截面上的内力。

解 应用截面法，取题 1.1 图(a)所示截面 n-n 以右部分作为研究对象，其受力图如题 1.1 图(b)所示，由平衡条件有

$$\sum Y = 0, \quad P - Q = 0 \tag{①}$$

$$\sum M_C = 0, \quad Pb - M = 0 \tag{②}$$



题 1.1 图

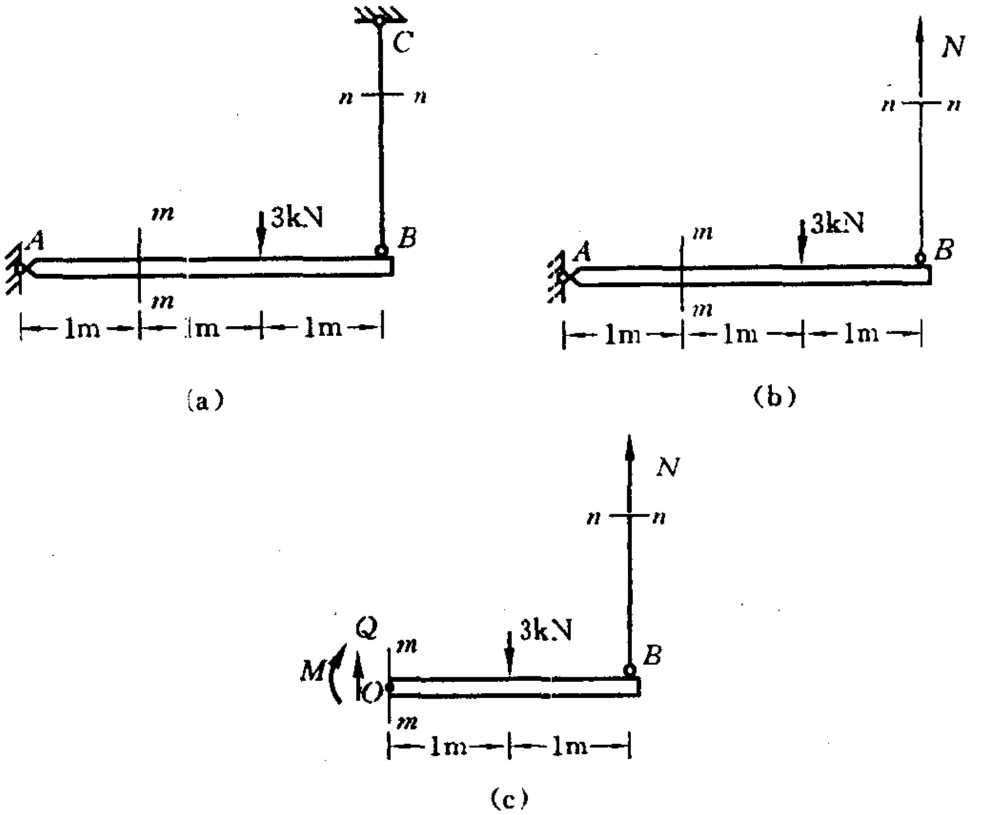
解①、②式，得 $Q = P, \quad M = Pb$

1.2 试求题 1.2 图(a)所示结构 m-m 和 n-n 两截面上的内力，并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。

解 应用截面法，对题 1.2 图(a)取截面 n-n 以下部分为研究对象，受力图如题 1.2 图(b)所示，由平衡条件有

$$\sum M_A = 0, \quad N \times 3 - 3 \times 2 = 0$$

解上式，得 $N = 2\ \text{kN}$



题 1.2 图

BC 杆的变形属于拉伸变形。

应用截面法，取题1.2图(a)所示截面m-m 以右部分作为研究对象，其受力图如题1.2图(c)所示，由平衡条件有

$$\sum M_O = 0, \quad N \times 2 - 3 \times 1 - M = 0 \qquad ①$$

$$\sum Y = 0, \quad Q + N - 3 = 0 \qquad ②$$

解①、②式，得　　$M=1\ \mathrm{kN \cdot m}$，　$Q=1\ \mathrm{kN}$

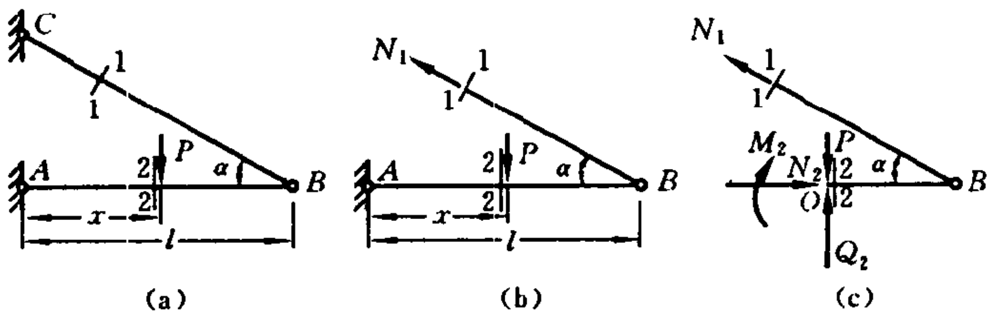
AB 杆属于弯曲变形。

1.3　在题1.3图(a)所示简易吊车的横梁上，P 力可以左右移动。试求截面1-1 和2-2 上的内力及其最大值。

解　应用截面法，取题1.3图(a)所示截面1-1 以右部分作为研究对象，其受力图如题1.3图(b)所示，由平衡条件有

$$\sum M_A = 0, \quad N_1 l \sin\alpha = Px \qquad ①$$

解①式，得　　　　$N_1 = Px/(l\sin\alpha)$



题1.3图

因 x 的变化范围是 $0 \leqslant x \leqslant l$，所以当 $x=l$ 时，N_1 达到最大值，即

$$N_{1\max} = P/\sin\alpha$$

应用截面法，取题1.3图(a)所示截面1-1和2-2以右部分作为研究对象，受力图如题1.3图(c)所示，由平衡条件有

$$\sum X = 0,\quad N_2 - N_1\cos\alpha = 0 \tag{②}$$

$$\sum Y = 0,\quad Q_2 - P + N_1\sin\alpha = 0 \tag{③}$$

$$\sum M_O = 0,\quad N_1\sin\alpha(l - x) - M_2 = 0 \tag{④}$$

解①、②、③、④式，得

$$N_2 = xP\cot\alpha/l,\quad Q_2 = (1 - x/l)P,\quad M_2 = (l - x)Px/l$$

当 $x=l$ 时，N_2 达到最大值，即

$$N_{2\max} = P\cot\alpha$$

当 $x=0$ 时，Q_2 达到最大值，即

$$Q_{2\max} = P$$

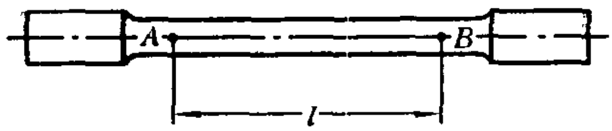
当 $x=l/2$ 时，M_2 达到最大值，即

$$M_{2\max} = Pl/4$$

1.4 如题1.4图所示，拉伸试样上 A、B 两点的距离 l 称为标距。受拉力作用后，用变形仪量出两点距离的增量为 $\Delta l = 5\times10^{-2}$ mm。若 l 的原长为 $l=100$ mm，试求 A、B 两点的平均应变 ε_m。

解 由线应变的定义可知 AB 的平均应变为

$$\varepsilon_m = \Delta l/l = 5\times10^{-2}/100 = 5\times10^{-4}$$



题 1.4 图

1.5 题 1.5 图所示的三角形薄板因受外力作用而变形，角点 B 垂直向上的位移为 0.03 mm，但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变，并求 AB、BC 两边在 B 点的角度改变。

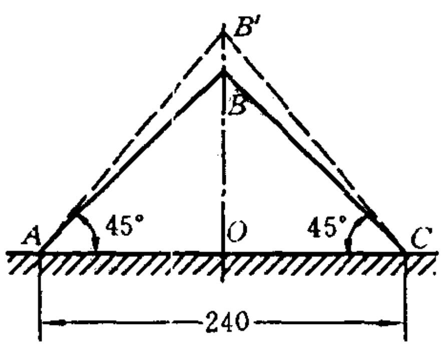
解 由线应变的定义可知，沿 OB 的平均应变为

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = (OB' - OB)/OB = 0.03/120 = 2.5 \times 10^{-4}$$

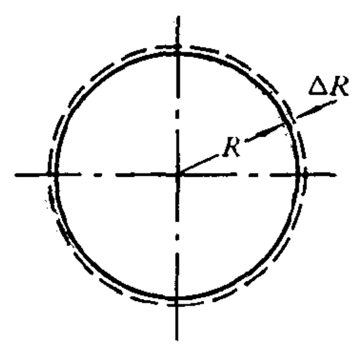
由角应变的定义可知，在 B 点的角应变为

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \angle AB'C = \frac{\pi}{2} - 2\left(\arctan\frac{OA}{OB'}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - 2\left(\arctan\frac{120}{120.03}\right) = 2.5 \times 10^{-4}\ \mathrm{rad}$$



题 1.5 图



题 1.6 图

1.6 题 1.6 图所示的圆形薄板半径为 R，变形后 R 的增量为 ΔR。若 $R=80$ mm，$\Delta R=3\times10^{-3}$mm，试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

解 由线应变的定义可知，沿半径方向的平均应变为

$$\varepsilon_{径} = \Delta R/R = 3 \times 10^{-3}/80 = 3.75 \times 10^{-5}$$

沿圆周方向的平均应变为

$$\varepsilon_{周} = \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{2\pi\Delta R}{2\pi R} = \frac{3 \times 10^{-3}}{80} = 3.75 \times 10^{-5}$$

第二章　拉伸、压缩与剪切

主要公式

1. 内力

受轴向拉伸或压缩的直杆，其内力可用截面法根据平衡条件求得，内力用 N 表示，它等于截面以左(或以右)作用于杆上所有沿杆轴线方向作用的外力之代数和，N 沿杆的轴线作用，所以又称为轴力

$$N = \sum P \tag{2-1}$$

2. 应力

(1) 横截面上的应力

等截面直杆在轴向载荷作用下，应力沿横截面均匀分布，所以平均应力也就是任意一点的应力，即

$$\sigma = N/A \tag{2-2}$$

应力的单位是 N/m^2，也可用 Pa 表示。因 Pa 很小，常用 MPa 或 GPa 表示应力，1 MPa $=10^6$ Pa，1 GPa $=10^9$ Pa。

(2) 斜截面上的应力

在与横截面的夹角为 α 的任一斜截面上，不但有正应力 σ_α，还有剪应力 τ_α

$$\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha \tag{2-3}$$

$$\tau_\alpha = \sigma\sin\alpha\cos\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha \tag{2-4}$$

(2-3)、(2-4)式中的 σ 是横截面上的正应力。从(2-3)式可以看到，当 $\alpha=0°$ 时，σ_α 达到最大值，即

$$\sigma_{\alpha\max} = \sigma \tag{2-5}$$

在(2-4)式中，当$\alpha=\pm45°$时，τ_α达到最大值，即

$$|\tau_{\alpha\max}| = \frac{\sigma}{2} \tag{2-6}$$

3. 变形

拉(压)杆沿轴向的伸长(或缩短)称为纵向变形，伴随纵向变形而产生的横向缩短(或伸长)，称为横向变形。

绝对变形

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \tag{2-7}$$

式中，l为杆原长度；E为材料的弹性模量；EA为杆的抗拉(压)刚度。

4. 应变

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{2-8}$$

5. 应力-应变关系——胡克定律

在弹性范围内

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2-9}$$

(2-9)和(2-7)式都称为胡克定律。

6. 拉(压)杆的变形能

对于等截面直杆，拉伸(压缩)变形能可表示为

$$U = \frac{N^2 l}{2EA} \tag{2-10}$$

7. 平均剪应力与平均挤压应力

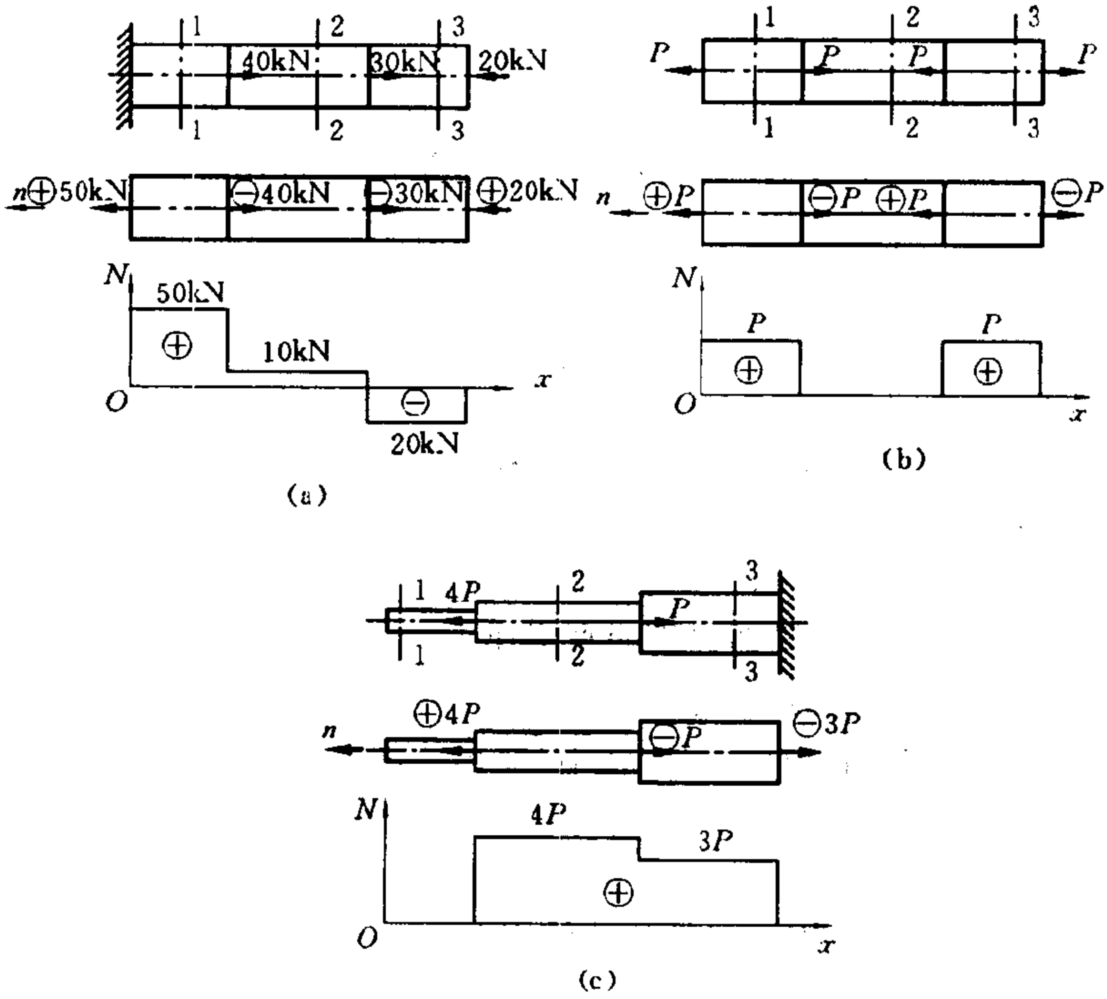
$$\tau_m = \frac{Q}{A} \tag{2-11}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{P}{A_{bs}} \tag{2-12}$$

式中，Q为剪力；A为剪切面面积；P为挤压力；A_{bs}为有效挤压面积。

习题详解

2.1 试求题2.1图所示的各杆1-1、2-2、3-3截面上的轴力，并作轴力图。



题2.1图

解 解法一 绘制轴力图的方法与步骤：

①用截面法计算出不同截面上的内力。

②选取杆的轴线为横坐标，表示截面位置，用垂直于杆轴线的坐标轴表示轴力值。

③将正的轴力画在横轴上侧(或右侧),负的轴力值画在下侧(或左侧)。

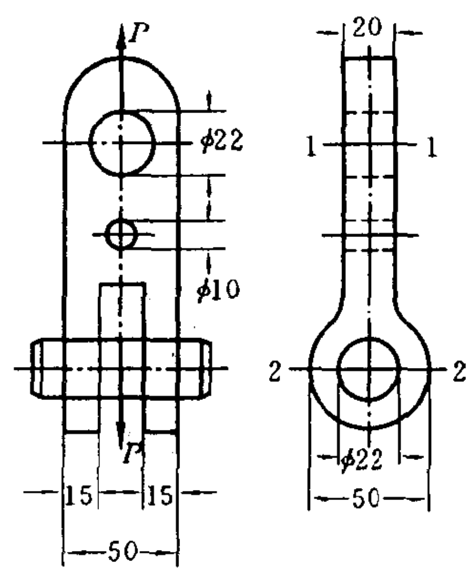
解法二 ①解除所有的约束,并用约束反力代之,然后根据平衡条件确定约束反力。作杆的自由体图。

②以杆左端面的外法线 n 为基准,将各轴向载荷标以正负号,凡载荷指向与外法线 n 的指向一致的载荷为正,相反的为负。

③自左向右画轴力图。对应于载荷作用点处的轴力图将产生跳跃;对应于正载荷,轴力图上跳,对应于负载荷,轴力图下跌,上跳或下跌量等于对应点处的载荷数值。而载荷作用点之间的轴力图总是一条与杆轴线平行的直线。

以上两种解法所作的轴力图完全相同,如题 2.1 图(a)、(b)、(c)所示。

2.2 作用于题 2.2 图所示零件上的拉力 $P=38$ kN,试问零件内最大拉应力发生在哪个截面上?并求其值。



题 2.2 图

解 截面 1-1 的面积为

$$A_1=(50-22)\times 20\ \text{mm}^2=560\ \text{mm}^2$$

截面 2-2 的面积为

$$A_2=(15+15)(50-22)\ \text{mm}^2=840\ \text{mm}^2$$

1-1 截面和 2-2 截面的轴力大小都为 P,因 1-1 截面面积比 2-2 截面面积小,故最大拉应力在截面 1-1 上,其数值为

$$\sigma_{\max}=\frac{N}{A_1}=\frac{P}{A_1}=\frac{38\times 10^3}{560\times 10^{-6}}\ \text{Pa}=67.9\ \text{MPa}$$

2.3 在题 2.1 图(c)中,若 1-1、2-2、3-3 三个截面的直径分别为:$d_1=15$ mm,$d_2=20$ mm,$d_3=24$ mm,$P=8$ kN,试用图线表示