科學圖書大庫

數理統計與水文統計學

著者 張 玉 田

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

數理統計與水文統計學

著者　張　玉　田

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人　徐銘信　發行人　王洪鎧

科學圖書大庫

中華民國六十七年十一月十一日初版

數理統計與水文統計學

基本定價　3.80

著者　張玉田　國立成功大學水利系教授

(67)局版臺業字第1810號

出版者　財團法人臺北市徐氏基金會　臺北市郵政信箱53-2號　電話7813686、7815250號
發行者　財團法人臺北市徐氏基金會　郵政劃撥賬戶第15795號
承印者　燕南彩色印刷有限公司　電話：3121392・3015790

前　言

降雨量、河川流量、或其他各種水文量，係受自然界之物理要素與機率要素所支配之不定量，在各項水工計劃時，將此等水文量如何評價及如何決定作爲計劃之基準，乃極其重要且難解之問題。對此，吾人認爲此等水文量係由於某種法則之機率過程中所求得之實現値，在計算過程中，所應用者係探討統計法則之近似方法。此種應用統計學之一分野，稱爲水文統計學。

此水文統計學，係研究如何能對水工計劃提供有效情報之學問，惟目前尚未達到充分研究之階段。其原因有：(1)研究對象爲自然現象，資料之重新觀測或補充較難。(2)資料之精度係受觀測組織、方法、儀器等之限制，過去資料之觀測難免有所欠缺，故不易獲得長期間之資料。(3)水文諸量多半爲非正常分佈。(4)到目前爲止，研究之重點僅限於一變數頻率特性之分析，故對非經常發生之水文量的推定乃成爲研究之問題。

水文統計學之使命爲：探討水文諸事件之統計法則，並在實用上以充分之精度，解決水工學上之諸問題。今後特別須加以研究之課題有：(1)水文諸量本身乃至於相互間之相關問題。(2)水文諸量經年之傾向問題與水文諸量應用於水工計劃之方法。(3)依OR之理論，確立最適切之計劃方案。(4)研討水文諸量之時間性與地域性。

自　序

數理統計學近年以破竹之勢，應用在各種科學之研究，過去吾人僅識統計學爲經濟、數學之一部分。但今日已應用在自然科學，社會科學，人文科學及一般工程界。尤其水利工程之興建，均以水文統計之理論，推求各種機率水文量，爲水工設計規劃之依據。

水文統計之理論基礎爲數理統計之原理，故第一篇先說明數理統計之原理及應用。第二篇乃以此原理解說水文統計之理論，公式之誘導，並配以實際之資料爲例題來說明機率水文量之各種計算方式，及台灣省機率降雨強度公式之求法。

本書第一篇之數理統計係根據京都大學教授中江龍夫博士在京都大學之授課講義及其他書籍；第二篇之水文統計則採自京都大學教授角屋睦博士所著之水文統計論及本人歷年所發表之論文，加以整編而成。書中部分例題係角屋睦博士所提供，並承蒙中江，角屋兩位教授熱心指導始得完成，特向兩位教授致最高之謝意。

編寫期間，承成大水利及海洋工程研究所潘全成，鄭連焜兩位同學協助整理及謄寫，謹此致謝。

本人不揣諳陋，編寫此書，尚希專家學者，多賜指正，俾於再版時改進，無任銘感。

國立成功大學教授兼水利
及海洋工程研究所所長　　張玉田
日本國立京都大學工學博士

序於中華民國六十七年八月一日

我們的工作目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識與技術的傳播，是提高工業生產、改善生活環境的主動力。在整個社會長期發展上，乃對人類未來世代的投資。從事科學研究與科學教育者，自應各就專長，竭智盡力，發揮偉大功能，共使科學飛躍進展，同將人類的生活，帶進更幸福、更完善之境界。

近三十年來，科學急遽發展之收穫，已超越以往多年累積之成果。昔之認爲若幻想者，今多已成爲事實。人類一再親履月球，是各種科學綜合建樹與科學家精誠合作的貢獻，誠令人無限興奮！時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就科學人才，促進科學研究與發展，允爲社會、國家的基本使命。培養人才，起自中學階段，此時學生對基礎科學，如物理、數學、生物、化學，已有接觸。及至大專院校專科教育開始後，則有賴於師資與圖書的指導啓發，始能爲蔚爲大器。而從事科學研究與科學教育的學者，志在貢獻研究成果與啓導後學，旨趣崇高，彌足欽佩！

本基金會係由徐銘信氏捐資創辦；旨在協助國家發展科學知識與技術，促進民生樂利，民國四十五年四月成立於美國紐約。初由旅美學人胡適博士、程其保博士等，甄選國內大學理工科優秀畢業生出國深造，前後達四十人，惜學成返國服務者十不得一。另曾贈送國內數所大學儀器設備，輔助教學，尙有微效；然審情度理，仍嫌未能普及，邌再邀請國內外權威學者，設置科學圖書編譯委員會，主持「科學圖書大庫」編譯事宜。以主任委員徐銘信氏爲監修人，編譯委員王洪鎧氏爲編輯人，各編譯委員擔任分組審查及校閱工作。「科學圖書大庫」首期擬定二千種，凡四億言。門分類別，細大不捐；分爲叢書，合則大庫。爲欲達成此一目標，除編譯委員外，本會另聘從事

Hne004/0

翻譯之學者五百餘位，於英、德、法、日文出版物中精選最近出版之基本：實用科技名著，譯成中文，供給各級學校在校學生及社會大衆閱讀，內容嚴求深入淺出，圖文並茂。幸賴各學科之專家學者，於公私兩忙中，慨然撥冗贊助，譯著圖書，感人至深。其旅居國外者，亦有感於爲國人譯著，助益青年求知，遠勝於短期返國講學，遂不計稿酬多寡，費時又多，迢迢乎千萬里，書稿郵航交遞，其報國熱忱，思源固本，至足欽仰！

今科學圖書大庫已出版一千餘種，都二億八千餘萬言；尚在排印中者，約數百種，本會自當依照原訂目標，賡續進行，以達成科學報國之宏願。

本會出版之書籍，除質量並重外，並致力於時效之爭取，舉凡國外科學名著，初版發行半年之內，本會即擬參酌國內需要，選擇一部份譯成中文本發行，惟欲實現此目標，端賴各方面之大力贊助，始克有濟。

茲特掬誠呼籲：

自由中國大專院校之教授，研究機構之專家、學者，與從事工業建設之工程師；

旅居海外從事教育與研究之學人、留學生；

大專院校及研究機構退休之教授、專家、學者

主動地精選最新、最佳外文科學名著，或個別參與譯校，或就多年研究成果，分科撰著成書，公之於世。本基金會自當運用基金，並藉優良發行系統，善任傳播科學種子之媒介。尚祈各界專家學人，共襄盛舉是禱！

徐氏基金會　敬啓

中華民國六十四年九月

目　　錄

第二十一章　降雨特性之新計算方法

第一篇　數理統計

第一章　機　　率

1–1　排列與組合（Permutation and Combination）

由1連乘至n稱爲n階乘，以$n!$ 示之如下：

$n!=1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots(n-1)\cdot n$　　　n：正整數

$n!=(n-1)!n$

$1!=0!\times 1$

$0!=1$

定理1—1

自n個不同事物中，取出k個排成一列・所成不同之排列數，以符號${}_nP_k$示之如下：${}_nP_k=n\cdot(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)$

證明：

自n個不同事物中，取出k個排成一列，第一次有n種取法，第二次因剩下$n-1$ 個不同事物，故有$n-1$ 種取法。依此類推，第k次有$n-(k-1)$種取法，亦即有$(n-k+1)$種取法。故${}_nP_k=n\cdot(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)$

系1—1

$${}_nP_k=\frac{n!}{(n-k)!}\qquad n\geq k\geq 1$$

證明：

$$_nP_k = n\cdot(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)$$
$$= \frac{n\cdot(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)\,[(n-k)(n-k-1)\cdots 1]}{[(n-k)\cdot(n-k-1)\cdots\cdots 1]}$$
$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

例1—1　自六個數字中，取出四個，排成四位數，有幾種排列法？

解：千位　百位　十位　個位

$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ 種排列法。

設 $k=0$ 時，於定理1—1，則不明其意，但由系1—1則得：

$$_nP_o = \frac{n!}{(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

當 $k=n$

則 $$_nP_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$

定理1—2

自 n 個不同的事物中，取出k個組成一組（但不顧及其排列方法），可得各種不同的組數，以符號 $_nC_k$ 示之如下：

$$_nC_k = \frac{_nP_k}{_kP_k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

證明：

設自 n 個不同的事物中，取出k個組成一組，共有x種組合法。因每一組均有k個元素，故在每一種組合法中，若全取而排列之，有 $_kP_k$ 種排列法，x種組合法中，共有 $x\cdot{}_kP_k$ 種排列法，故 $_nP_k = x\cdot{}_kP_k$，即 $x = {}_nP_k / {}_kP_k$，而x即爲有 $_nC_k$，故 $_nC_k = {}_nP_k / {}_kP_k$，或

$$_nC_k = \frac{_nP_k}{_kP_k} = \frac{n!}{(n-k)!}\,\frac{1}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

當 $k=0$ 時，$$_nC_o = \frac{n!}{n!\,o!} = 1$$

定理1—3

$$_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$$

證明：

$$ {}_{n+1}C_k = \frac{(n+1)!}{(n+1-k)!\,k!} $$

$$ {}_nC_k + {}_nC_{k-1} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} + \frac{n!}{(n-k+1)!\,(k-1)!} $$

$$ = \frac{(n-k+1)\,n!}{(n-k+1)(n-k)!\,k!} + \frac{n!\,k}{(n-k+1)!(k-1)!\,k} $$

$$ = \frac{n!\,(n-k+1+k)}{(n-k+1)!\,k!} $$

$$ = \frac{n!\,(n+1)}{(n-k+1)!\,k!} $$

$$ = \frac{(n+1)!}{(n-k+1)!\,k!} $$

故 ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$

例 1—2　有 x，y，z 三個正整數，欲使 $x+y+z=n$ 之加法有幾種

解：

從 1 至 n 共有（$n-1$）個間隔，在其中二個間隔，分別各劃一直線，即可分成三組，故其加法共有 ${}_{(n-1)}C_2$ 種。今 $n=5$ 時，則三個正整數相加共有 ${}_4C_2=6$ 種方法。

例 1-3　四人分乘兩艘船，每艘船有三個座位，問有幾種不同的坐法

解：

1. 船及人均不予分別：

	A 船	B 船
(1)	3 人	1 人
(2)	2 人	2 人

有 2 種座法

2. 將船予以分別：

	A 船	B 船
(1)	3 人	1 人
(2)	1 人	3 人

(3)　2人　　2人

有3種坐法

3. 船及人均予分別：

	A船	B船	
(1)	3人	1人	有 $_4C_1=4$ 種
(2)	1人	3人	有 $_4C_1=4$ 種
(3)	2人	2人	有 $_4C_2=6$ 種

故共有14種坐法

4. 船，人及座位均予以分別：

若此四人爲甲，乙，丙，丁。甲先坐有6種方法，乙再坐有5種方法，丙有4種方法，丁有3種方法，故全體之坐法有 $6\times5\times4\times3=360$ 種

1–2 機率之基本定理 (Fundamental Theorem of Probability)

擲骰子一粒，或出1點、2點……6點，稱爲事件 (event)，以A、B……F等示之。如A= {1}……F= {6}。

一定發生之事件稱爲全事件，以I表示之，設以擲骰子爲例，則I = {1, 2, 3, 4, 5, 6}。不發生之事件稱爲空事件以0表示之。

事件A之相補事件，以 $\bar{A}$ 表示之。$\bar{A}$ 即非A之事件。以擲骰子爲例。若A= {1, 3, 5}，則 $\bar{A}$ = {2, 4, 6}。

A∪B稱爲A、B之和事件。爲"A或B"之符號，即爲A或B或A，B二者兼之。如 {1, 2, 3} ∪ {1, 3, 5} = {1, 2, 3, 5}

A∩B稱爲A，B之積事件。爲"A且B"之符號，即爲A與B兩者同時存在。如：{1, 2, 3} ∩ {1, 3, 5} = {1, 3}。

今舉一例說明：設A事件爲 {3}、{5}、{6}。B事件爲 {2}、{3}、{6}，則A∪B爲 {2}、{3}、{5}、{6}，A∩B爲 {3}、{6}。

1. 機率之定義：

在 n 次實驗中，事件A發生k次，設 n 極大時，則 k/n 接近一定