

第三次修订版

丛书主编 希 扬

主 编 屠新民 李丽琴

同步
导读

走向
清华
北大

高三数学



龍門書局

www.sciencep.com

走向清华北大

● 全国著名特高级教师 编写



《走向清华北大》主编希扬
在北京图书大厦签名售书。

同步导读

责任编辑 曾晓晖 史 惠 / 封面设计 郭 建

高一数学 (上、下)

高一物理

高一化学

高一语文 (上、下)

高一英语 (上、下)

高一历史

高二数学 (上、下)

高二物理

高二化学

高二语文 (上、下)

高二英语

高二政治

高二历史

高三数学

高三物理

高三化学

高三语文

高三英语

高三政治

高三历史

高中地理

高中生物

ISBN 7-80111-982-7



9 787801 119827

03>



ISBN 7-80111-982-7

定 价: 19.00 元

走向清华北大·同步导读

(第三次修订版)

高三数学



主编	屠新民	李丽琴	
编者	屠新民	李丽琴	兰社云
	李士彬	马建民	李小斌
	岳林宝	刘香云	屠新虹

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，高中阶段强势准备，蓄势待发。

——希扬

龍門書局

北京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读. 高三数学/希扬主编;屠新民,李丽
琴分册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2003

ISBN 7-80111-982-7

I. 走… II. ①希…②屠…③李… III. 数学课—高中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 006702 号

责任编辑:曾晓晖 史 惠

封面设计:郭 建

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2000年6月第 一 版 开本:890×1240 A5

2003年6月第三次修订版 印张:16 1/2

2003年6月第七次印刷 字数:583 000

印数:88 001—100 000

定 价:19.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



品牌越世纪，书香二百年

——《走向清华北大·同步导读》修订版序

“我要上清华！”“我要上北大！”这是时代的强音，是立志成才报效祖国的莘莘学子发自内心的呼声。1998年，在文教图书界享有盛誉的龙门书局应时推出了鼓舞人心、大气凝重的《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书，在强手如林、竞争激烈的图书市场异军突起，好评如潮。丛书主编曾应邀在北京图书大厦及全国各大城市中心书店签名售书，又掀起一股股小波澜。

2000年，为了响应教育部全面推行素质教育、培养创新人才的号召，龙门书局又隆重推出了《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书的姊妹篇——《走向清华北大·同步导读》丛书。

《走向清华北大》以她特有的风采，风风火火地走过了五个春秋，其销售量已达50余万套，她响亮的名字给人以鼓舞、她厚重的内容给人以自信、她所激发的灵感给人以无穷的智慧。无数莘莘学子因为有了她步入了理想的殿堂——圆梦重点高中、重点大学。

这套与现行教材同步的丛书，以能力培养为目的，以教育部最新教改精神为准绳，以最新教材为依据，精心编纂，自成一家。她具有“三名”“一新”的显著特色。

“三名”即名家策划、名师主笔、名社出版。

为了编纂一套高质量的教辅书，以便为全国重点院校培养更多人才，龙门书局特邀了教育界有影响的专家学者研究、策划，并编制蓝图与提纲；又聘请了多位工作在教学第一线的“高分老师”，尤其聘请了辅导高考卓有成效，每年都为清华北大等名校输送很多新



生的特、高级教师撰稿；再由久负盛名的龙门书局出版，构成了本书的“三名”特色。

“一新”即体例新，使本书别具一格，书香四溢。

在铺天盖地的教辅书世界里，最难作假，最逃不过读者明眼的，应该是书的质量。龙门书局在广泛调查文教图书市场之后，引发了新的思考，在博采众长的基础上，设计了科学、高效、实用、创新的新体例。同时，将试题中基础题、中等题和难题的比例设计为5:3:2，以便拉开档次，使高材生脱颖而出。50余万套的销量正是这套丛书质量的体现。

2003年新版的《走向清华北大·同步导读》丛书，将以崭新的面貌走到读者面前，请接受她的爱吧，您的学习将因为有她而变得更加精彩。

希 扬



修订版前言

2003 年是教育改革和教材改革力度最大的一年,中学教材进行了较大的改革和更新。《走向清华北大·同步导读》紧跟教改形式,保持了与现行最新教材同步到节(课)的特点,以全新的教学理念指导丛书全面修订与内容更新,必将成为广大中学生不可多得的教学辅导用书。

丛书发行五年来,销量已达数十万套,颇受广大读者欢迎与厚爱。此次修订在保持内容的新颖性、同步性的基础上,对丛书的有关栏目、例题、习题进一步更新并加以整合,突出名师和读者的互动关系,形成作者与读者之间零距离的交流,使之更加贴近学生实际。修订后丛书的主要特点有:

每章依照课本的节(课)同步写成。每节(课)中设有“知识要点聚焦”、“重点问题点拨”、“高(中)考样题例释”、“高(中)考误区警示”和“创新互动训练”五个栏目,解读高(中)考的考点,剖析知识学习的重点与难点,点拨典型题型的解法,介绍解题技巧与方法,使读者在阅读典型例题以及创新互动训练过程中,形成渐悟、顿悟,最终大彻大悟,提升学识与能力。

每章的结尾附一套“考名校检测题”,用于检测学习效果与能力,指导读者循序渐进,脚踏实地,一步一个脚印地考上清华北大等中华名校。

总之,在修订中我们全面吸收了近五年高(中)考试题和各省、市模拟题的精华,充实到本丛书中,并且将我们数十年教学经验和指导学生所积累的宝贵资源倾囊而授,盼读者从本书中汲取知识精华,百尺竿头更进一步,跃上龙门,金榜题名。

走向清华北大·同步导读

丛书编委会

主 编：希 扬

副 主 编：（以姓氏笔画为序）

王宏朋 王振中 王崇华

卢浩然 许维钊 孙红保

杨冬莲 张 锐 季广生

赵银堂 屠新民 程 里

编 委：吴振民 刘金安 岳自立

刘炳炎 樊学兵 金永强

牛尔为 德 生 向 荣

王鸿尤 梁 丰 济 群

执行编委：曾晓晖



目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
一、集合	1
二、绝对值不等式与一元二次不等式	7
三、简易逻辑	15
考名校检测题	22
第二章 函数	27
一、映射	27
二、函数	33
三、指数与指数函数	43
四、对数与对数函数	51
五、函数知识的实际应用	61
考名校检测题	67
第三章 数列与数学归纳法	70
一、数列的概念和等差数列、等比数列	70
二、数列的应用	79
三、数学归纳法	87
考名校检测题	99
第四章 三角函数	102
一、任意角的三角函数	102
二、两角和与差的三角函数	109
三、三角函数的图象和性质	118
四、三角函数的应用	126
考名校检测题	132
第五章 平面向量	138
一、向量及其运算	138
二、向量的应用	148
三、平移	156



四、解斜三角形	160
考名校检测题	168
第六章 不等式	172
一、不等式的性质与不等式的证明	172
二、不等式的解法和绝对值不等式	182
考名校检测题	196
第七章 直线和圆的方程	199
一、直线方程	199
二、线性规划	208
三、曲线和方程(含圆的方程)	215
考名校检测题	225
第八章 圆锥曲线方程	228
一、椭圆	228
二、双曲线	240
三、抛物线	249
四、利用平移化简二元二次方程	258
考名校检测题	263
第九章 直线、平面、简单几何体	267
一、空间的直线和平面	268
二、空间的角	279
三、空间的距离	294
四、多面体和球	307
五、用空间向量解题	320
考名校检测题	329
第十章 排列、组合、二项式定理和概率	336
一、排列与组合	336
二、二项式定理	343
三、概率	350
考名校检测题	363
第十一章 复数	366
一、复数的概念	366



二、复数的运算	372
三、复平面上的轨迹问题	380
考名校检测题	386
第十二章 概率与统计	389
考名校检测题	396
第十三章 极限与导数	399
一、极限	399
二、导数	411
考名校检测题	416
参考答案	419



第一章 集合与简易逻辑



导言

本章有如下重点内容

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能够掌握有关术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.
2. 会解绝对值不等式和一元二次不等式.
3. 理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义;理解四种命题及其相互关系;掌握充要条件.



一、集合



知识要点聚焦

1. 理解集合的概念;
2. 理解元素与集合间的“属于”关系;
3. 理解有限集、无限集、空集的概念.
4. 理解子集、全集、补集的概念;
5. 能运用了集、全集、补集的概念解决问题.
6. 掌握交集概念、并集概念,并能应用这两个概念解决问题.
7. 掌握交集和并集的基本性质,并能应用这些性质解决问题.



重点问题点拨

在学习本单元知识时,应注意从集合间的关系(包含、相等)与运算(交、并、补)着手,充分利用集合元素的三种性质(无序性、互异性、确定性)解决问题.解决此类问题的关键是将集合问题转化为方程、不等式、函数、数列或排列组合等问题.当然,还有许多问题也可应用集合的观点来处理.在学习本单元时还应注意:

1. 空集必是不含任何元素的集合,它具有如下重要性质:对任何集合 A , $\varnothing \subseteq A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$. 解隐含有空集的集合关系问题时,切不可忽视空集的这些特



性

2. 注意集合的并、交、并、补的等价条件的不同形式。如 $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$ 或 $A \cap B = A$ 等价; $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$ (U 为全集)。



高考样题例释

高考名题点评

例1 集合 $M = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则

()

(A) $M = N$ (B) $M \supseteq N$ (C) $M \subsetneq N$ (D) $M \cap N = \emptyset$

(2002 年, 全国)

解: 对象的集合分类:

对 M 将 k 分成两类: $k = 2n$ 或 $k = 2n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$), $M = \{x \mid x = n\pi + \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{x \mid x = n\pi + \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$;

对 N 将 k 分成四类: $k = 4n$ 或 $k = 4n + 1$, $k = 4n + 2$, $k = 4n + 3$ ($n \in \mathbb{Z}$), $N = \{x \mid x = n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{x \mid x = n\pi + \frac{3\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{x \mid x = n\pi + \pi, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{x \mid x = n\pi + \frac{5\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}\}$.

因此, $M \subsetneq N$, 选(C)点拨: 本题解题过程中, 对 k 的分类讨论应用了逻辑划分的思想方法.

例2 下列说法中正确的是

()

(A) 任何一个集合 A 必有两个子集.(B) 任何一个集合 A 必有一个真子集.(C) A 为任一集合, 它与 B 的交集是空集, 则 A, B 中至少有一个是空集.(D) 若集合 A 与 B 的交集是全集, 则 A, B 都是全集.解: 若 A 是 $\emptyset$, 命题就不成立, (A) 不真.若 A 是 $\emptyset$, 就没有真子集, (B) 不真.当 A 非空, B 非空时, 它们的交集可以是 $\emptyset$, (C) 不真.若 A, B 中有一个非全集, 则 $A \cap B$ 不可能是全集, 所以命题(D)正确.

点拨: 本题的解题方法是排除法.

例3 已知数集 $A = \{a + 2, (a + 1)^2, a^2 + 3a + 3\}$, 且 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

解: 分别令集合中的三个数为 1, 得

$$a = 0, -1, -2.$$

根据元素的互异性可排除 $-1, -2$

$$\therefore a = 0.$$

点拨:本题解题所用的解法是“特殊值法”.

例4 新题型导学

例4 设含有8个元素的集合A的全部子集数为S,其中含5个元素的子集数为T,求T/S的值

解:集合A的全部子集数为

$$S = C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + \cdots + C_8^8 = 2^8.$$

其中含5个元素的子集数 $T = C_8^5$.

$$\therefore \frac{T}{S} = \frac{C_8^5}{2^8} = \frac{C_8^3}{2^8} = \frac{7}{32}.$$

点拨:本题解题过程中应用了如下知识,即“一般地,若集合M中含有n个元素,那么集合M的全部子集数为 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n$.”

例5 设 $A = \{x \mid \sqrt{x-1} \leq 3-x\}$, $B = \{x \mid x^2 - (a+1)x - a < 0\}$.

(1)若 $A \supseteq B$,求实数a的取值范围;(2)若 $A \cap B = \emptyset$,求实数a的取值范围.

解: $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$.

$B = \{x \mid (x-1)(x-a) < 0\}$.

当 $a < 1$ 时, $B = \{x \mid a < x < 1\}$; 当 $a = 1$ 时, $B = \emptyset$; 当 $a > 1$ 时, $B = \{x \mid 1 < x < a\}$.

由此可得

(1)若 $A \supseteq B$, 则 $1 \leq a \leq 2$;

(2)若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $a \leq 1$.

点拨:在解此题时,为了确保解答正确,可以画数轴来观察求解.读者不妨一试.

例6 综合题型巧解

例6 设 $A = \{2, -1, x^2 - x + 1\}$, $B = \{2y, -4, x+4\}$, $C = \{-1, 7\}$, 且 $A \cap B = C$, 求x, y的值.

点拨:由 $A \cap B = C$, 推导出x, y应满足的条件.

解: $\because A \cap B = C$, $C = \{-1, 7\}$ 可知, 应有: $7 \in A$, $7 \in B$, $-1 \in A$, $-1 \in B$.

$\therefore$ 必有 $x^2 - x + 1 = 7$, 得 $x = -2, 3$.

当 $x = -2$ 时, $x+4=2$,

又 $\because 2 \in A$, 故 $2 \in A \cap B$, 但 $2 \notin C$,

$\therefore x = -2$ 不合题意, 当 $x = 3$ 时, $x+4=7$.



$$\therefore 2y - 1, y = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{因此, } x = 3, y = -\frac{1}{2}.$$

例 7 设 $A = \{x | x^2 + 4x - 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = B$, 求 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的值.

点拨: 什么叫 $A \cap B = B$? 什么叫 $A \cup B = B$? 弄清它们的含义, 问题就可以解决了.

$$\text{解: } A = \{-4, 0\}$$

$$(1) \because A \cap B = B,$$

$$\therefore B \subseteq A,$$

$$1^\circ \text{ 若 } 0 \in B, \text{ 则 } a^2 - 1 = 0, a = \pm 1.$$

$$\text{当 } a = 1 \text{ 时, } B = A;$$

$$\text{当 } a = -1 \text{ 时, } B = \{0\}.$$

$$2^\circ \text{ 若 } -4 \in B, \text{ 则 } a^2 - 8a + 7 = 0, a = 7 \text{ 或 } a = 1.$$

$$\text{当 } a = 7 \text{ 时, } B = \{-12, -4\}, B \not\subseteq A.$$

$$3^\circ \text{ 若 } B = \emptyset, \text{ 则 } \Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0, a < -1.$$

$$\text{由 } 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ \text{ 得 } a = 1 \text{ 或 } a \leq -1.$$

$$(2) \because A \cup B = B,$$

$$\therefore A \subseteq B,$$

$$\because A = \{-4, 0\}, B \text{ 至多只有两个元素,}$$

$$\therefore A = B.$$

$$\text{由 (1) 知, } a = 1.$$

点拨: $B = \emptyset$ 也是 $B \subseteq A$ 的一种情况, 不能遗漏, 要注意结果的检验.

例 8 向 50 名学生调查对 A 、 B 两事件的态度, 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余的不赞成; 赞成 B 的比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对 A 、 B 都不赞成的学生数比对 A 、 B 都赞成的学生数的三分之一多 1 人, 问对 A 、 B 都赞成的学生和都不赞成的学生, 各有多少人?

点拨: 这里的数量关系比较错综复杂, 采用韦恩图可加强直观性.

解: 赞成 A 的人数为 $50 \times \frac{3}{5} = 30$, 赞成 B 的人数为 $30 + 3 = 33$.

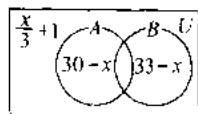


图 1-1

如图 1-1, 记 50 名学生组成的集合为 U , 赞成事件 A



的学生全体为集合 A , 赞成事件 B 的学生全体为集合 B . 设对 A, B 都赞成的学生人数为 x , 则由题意知对 A, B 都不赞成的学生人数为 $\frac{x}{3} + 1$, 赞成 A 而不赞成 B 的人数为 $30 - x$, 赞成 B 而不赞成 A 的人数为 $33 - x$, 于是可得方程:

$$(30 - x) + (33 - x) - x \cdot \left(\frac{x}{3} + 1 \right) = 50.$$

$$\text{解得 } x = 21, \frac{x}{3} + 1 = 8.$$

所以, 对 A, B 都赞成的学生有 21 人, 对 A, B 都不赞成的学生有 8 人.

点拨:“画出韦恩图”这是解本题的关键. 韦恩图可以帮助我们直观地理解某些概念和关系, 也有利于记忆和思考问题, 培养自己使用韦恩图的能力对当前和今后的学习, 都会有所裨益.



高考误区警示

集合是高考的重点知识点之一. 在高考主要容易产生的错误有二: 一是由于集合元素的运算而产生的错误; 二是由于集合运算产生的错误.

例 1 如图 1-2, 与复平面中的阴影部分(含边界)对应的复数集合是 ()

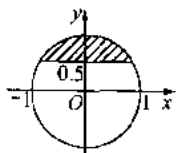


图 1-2

(A) $\left\{ z \mid |z| = 1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{5}{6}\pi, z \in \mathbb{C} \right\}.$

(B) $\left\{ z \mid |z| \leq 1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{5}{6}\pi, z \in \mathbb{C} \right\}.$

(C) $\left\{ z \mid |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbb{C} \right\}.$

(D) $\left\{ z \mid |z| \leq 1, \operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbb{C} \right\}.$

(2002 年, 上海)

常见错误: 考生误选(B)者较多, 其主要原因是阴影部分和一段弧弄混淆了.

正解: $\left\{ z \mid |z| \leq 1, \operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbb{C} \right\}$ 表示图中阴影部分, 故选(D).

例 2 如图 1-3, U 是全集, M, P, S 是 U 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

(A) $(M \cap P) \cap S$

(B) $(M \cap P) \cup S$

(C) $(M \cap P) \cap \complement_U S$

(D) $(M \cap P) \cup \complement_U S$

(1999 年, 全国)

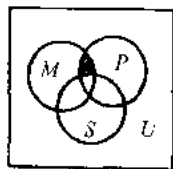


图 1-3

常见错误: 错答(D)者较多, 主要原因是混淆了交集和并集的概念.

正解: 看图 1-3 的阴影部分, 选(C).



创新互动训练

一、选择题

- 已知 U 为全集, 集合 $M, N \subseteq U$, 若 $M \cap N = N$, 则 ()
 (A) $\complement_U M \supseteq \complement_U N$ (B) $M \subseteq \complement_U N$
 (C) $\complement_U M \subseteq \complement_U N$ (D) $M \supseteq \complement_U N$
- 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{且 } -10 \leq x < -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是 ()
 (A) 11 (B) 10 (C) 16 (D) 15
- 设全集 $U = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $\complement_U M \cap \complement_U N$ 等于 ()
 (A) $\emptyset$ (B) $\{(2, 3)\}$
 (C) $(2, 3)$ (D) $\{(x, y) | y = x+1\}$
- 设全集为 $\mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x | f(x) \neq 0\}$, $N = \{x | g(x) \neq 0\}$, 那么集合 $\{x | f(x), g(x) = 0\}$ 等于 ()
 (A) $\complement_U M \cap \complement_U N$ (B) $\complement_U M \cup \complement_U N$
 (C) $M \cup \complement_U N$ (D) $\complement_U M \cup \complement_U N$
- 已知全集 $U = \mathbb{N}^*$ ($\mathbb{N}^*$ 为正整数集), 集合 $P, Q \subseteq U$, 且 $P \cap Q = \{1, 3\}$, $P \cup Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. 那么 $(P \cup Q) \cap (\complement_U P \cup \complement_U Q)$ 为 ()
 (A) $\{1, 3, 5\}$ (B) $\{3, 5, 7\}$
 (C) $\{5, 7, 9\}$ (D) $\{1, 7, 9\}$

二、填空题

- 已知 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 a 的值为 _____.
- 设集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 若有 $B \subseteq A$, 且 $x \in B$, 则 $A =$ _____.
- 已知 $A = \{x | x^2 - px - q = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx - p = 0\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
- 设集合 $S = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$, S 的非空子集 A 满足条件: 对于任意 $a \in A$, 必有 $100 - a \in A$, 则这样的子集共有 _____ 个.
- 已知全集 $U = \{x | x \in \mathbb{R}\}$, 集合 $A = \{x | x \leq 1, \text{或 } x \geq 3\}$, 集合 $B = \{x | k < x < k+1\}$ ($k \in \mathbb{R}$), 且 $\complement_U A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 k 的取值范围是 _____.