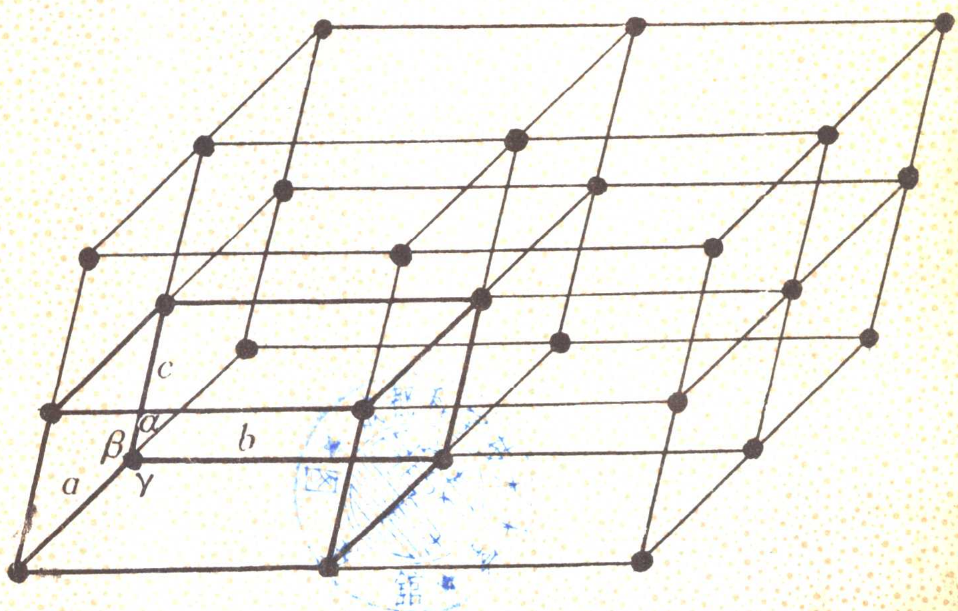
高等学校教材

物理实验



哈尔滨工业大学出版社

高 等 学 校 教 材

物 理 实 验

叶奕锽 霍彬茹
邹立勋 耿完桢 编
洪 晶 主审

哈尔滨工业大学出版社

高等学校教材

物 理 实 验

叶奕鍠 霍彬茹 邹立勋 耿完桢 编

洪 晶 主审

*

哈尔滨工业大学出版社出版

北京市新华书店发行

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/16 印张18.25 字数415,000

1986年8月第1版 1986年8月第1次印刷

印数 1—15,000

书号 13341·18 定价 2.65元

前　　言

本书是以哈尔滨工业大学历年来所用的物理实验讲义为基础，考虑了物理实验教学近年来的发展而编写的一本高等工科院校本科学生“物理实验”教学所用的教材。

全书共分六章。第一章绪论，讲述实验误差与数据处理的基本知识；第二章简介基本物理量及其常用测量方法；第三章至第六章共编入力学与热学、电磁学、光学和近代物理学等部分共四十六个实验。这些实验一般都曾经过长期教学实践的锤炼，内容比较成熟，能够使学生在基本实验方法，基本实验技术和常用仪器的使用方面得到比较全面而系统的训练。

每次实验的内容，一般按三学时安排。编者无论在整体安排上还是在某个实验的编写中尽量注意了由浅入深，循序渐进的原则。在许多实验中还加入了选作内容或设计性实验内容，使教师和学生在教和学的过程中都能有较大的选择余地。

一本实验教材的形成，凝聚着全体实验教师和实验技术人员长期共同努力的心血。许多任课教师也为早期的实验教学和教材建设，付出了巨大的劳动；本书的部分内容还参考了一些兄弟院校讲义较成熟的写法；在近代物理部分实验的编写中薛洪福同志作了大量工作，在此我们一并向他们表示衷心的感谢。

全书由洪晶教授主审。

由于我们的水平有限，书中一定有不少缺点和错误，恳请读者批评、指正。

编　　者

一九八六年四月

绪　论

物理学是一门实验科学。它对物质世界各种运动形式的基本规律的研究，无一不以实验作为基础，并最终受到实验的检验。物理学的研究对象又是物质世界中最普遍、最基本的运动形式。因此，作为一门系统地进行实验技术基本训练的实验课——物理实验，有着丰富而广泛的内容，并将在培养学生的科学实验能力的全过程中，起着重要的基础作用。

具体地说，物理实验课的教学目的和任务是：

1．培养学生严肃认真的工作作风；实事求是的科学态度；不怕困难、勇于探索的开拓精神和团结合作、共同进取的良好品德。

2．在一定的物理学知识和中学物理实验的基础上，对学生进行科学实验方法和实验技能的基本训练。

要求学生了解或掌握研究各种不同自然现象的基本实验方法和物理思想。

要求学生了解并掌握一些常用物理量的测量方法。熟悉或掌握常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法。

要求学生学会正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果，并写出比较完整的实验报告。

3．初步培养学生独立进行科学实验研究的能力。

培养学生全面、细致和深入地观察实验现象及定性或定量分析、判断实验误差和实验结果的能力。

培养学生动手操作、调节仪器、精确测量的独立工作能力。

培养学生具备初步设计和拟定方案，以研究简单物理现象的实验能力。

综上所述，物理实验是一门重要的基础课程。我们希望学生在学习这门课程时，必须提高对实验技术训练重要性的认识，自觉地、有意识地加强科学实验能力的培养，使自己成为一名既有深广的理论基础，又有一定从事现代科学实验能力的富有开拓和创新精神的新型工程技术和科学研究人才。

目　　录

第一章　测量误差与有效数字

§1　测量与误差

在人类的生活、生产及科学实验中经常要对各种物理量进行测量，以获得客观事物的定量信息。所谓测量，就是将待测量直接或间接地与另一个同类的已知量相比较，把后者作为计量的单位，从而确定被测量是该单位的多少倍的过程。

测量可分为直接测量和间接测量两种。凡使用测量仪器能直接测得结果的测量，如用米尺测量物体的长度；用秒表测量一段时间等，就是直接测量。另外还有很多物理量，它们不是用仪器直接测得，而是需要先直接测量另外一些相关的物理量，然后通过这些量间的数学关系运算，才能得到结果，如测量某物体的运动速率，是直接测量路程及通过这段路程所用时间，然后计算得到的。这种测量叫间接测量。显然，直接测量是间接测量的基础。

一般来说，测量过程都是通过某人，在一定的环境条件下，使用一定的测量仪器进行的。由于仪器的结构不可能完美无缺；测试人的操作、调整和读数，不可能完全准确；环境条件的变化，诸如温度的波动、振动、电磁辐射的随机变化等，也将不可避免地会造成各种干扰。因此，任何测量都不可能做到绝对准确。

我们把被测物理量在一定客观条件下的真实大小，称为该物理量的“真值”，记为 A_0；而把某次对它测量得到的值记为 A，那么 A 与 A_0 间的差，就称为“测量误差”。将

$$\Delta A = A - A_0 \qquad (\text{I}.1)$$

称为测量的“绝对误差”。把

$$E = \frac{\Delta A}{A} \times 100\% \qquad (\text{I}.2)$$

称为测量的“相对误差”。显然，绝对误差与相对误差的大小，反映了测量结果的精确程度。

既然测量的结果不可避免地存在着误差，那末，我们就必须懂得：在科学实验中应如何根据对测量精确程度的需要，正确选用合适的测量方法和测量仪器；在测量过程中如何尽量减少误差；在测量结束后如何对测量结果的精确程度作出科学的估计，并正确地表达出来。所有这一切，都要求每个科学工作者必须掌握有关测量误差的一些基本知识。

§2　误差的种类

按照误差产生的原因和基本性质，可将其分为下列几种：

1．过失误差　由于测试者的粗心大意或操作不当造成的一种人为差错。例如，看错刻度、读错数字、计算错误等。含有过失误差的测量结果是完全无效的。它往往表现为巨大的误差。当确认含有过失误差时，该测量结果应舍弃不用。显然，过失误差是一种可以避免的误差。

2．系统误差　在同一条件下多次测量同一物理量时，测量结果出现固定的偏差，即误差的大小和符号始终保持恒定，或者按某种确定的规律变化，这种误差就称为“系统误差”。系统误差按照产生原因的不同可分为：

(1)　仪器误差　由于测量所用的工具、仪器本身的缺陷造成的误差。如仪器零点未对准；天平砝码有缺损又未经校准等。

(2)　方法误差　由于实验所依据的原理不够完善；或者测量所依据的理论公式带有近似性；或者实验条件达不到理论公式所规定的要求所形成的误差。例如，单摆的周期计算公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 成立的条件是摆角趋于零，而在实验测定周期 T 时，又必然要求有一定的摆角，再加上公式中没有考虑空气浮力和摆线质量影响等因素，这就决定了测量结果必然存有误差。

(3)　个人误差　由于测试者感觉器官的不完善或者个人不正确的习惯所造成的误差。如有的人按秒表总提前，有的人总落后。这种误差往往因人而异，并与测试者当时的心理、生理状况有关。

(4)　环境误差　由于外界环境因素发生变化，或者测量仪器规定的使用条件没有得到满足所造成的误差。例如，规定应该水平放置的电表，让它直立着测量读数时所造成的误差。

由此可见，系统误差产生的原因往往是可知的，它的出现，一般也都是有规律的。因此在实验前，应该对测量中可能产生的系统误差加以充分的分析和估计，并采取必要的措施尽量消除其影响。测量后应该设法估计未能消除的系统误差之值，对测量结果加以修正。

应该指出，系统误差经常是一些实验测量的主要误差来源。依靠多次重复测量一般又都不能发现系统误差是否存在。处理不妥往往会对测量结果的精确程度带来重大影响。因此实验工作者必须经常总结，掌握各种不同原理的测量仪器、各种实验方法、各种环境因素引起的系统误差的规律，以提高实验技术素养。

3．偶然误差　在相同的条件下多次测量同一量时，如果已经精心排除了系统误差产生的因素，发现每次测量结果都不一样。测量误差或大、或小，或正、或负，完全是随机的，初看显得毫无规律，但当测量次数足够多时，可以发现，误差的大小以及正、负误差的出现，都是服从某种统计分布规律的。我们称这种误差为“偶然误差”。

偶然误差主要是由于测量过程中一些偶然的或不确定的因素所引起的。例如，电源电压的波动、外界电磁场的干扰、气流扰动或无规则的振动以及测试者个人感官功能的偶然起伏等。这些因素一般无法预知，难以控制。所以，测量过程中偶然误差的出现带有某种必然性和不可避免性。

综上所述，系统误差与偶然误差有着不同的产生原因和不同的性质。因此，它们对测量结果的影响也各有不同的特点。通常用“准确度”这一术语来表征系统误差的大

小；用“精密度”这一术语来表征偶然误差的大小。如以射击打靶的结果与某次测量的结果进行类比的话，图Ⅰ-1（a）的弹着点明显偏离靶心，存在着系统误差，因此准确度不高。但是弹着点比较集中，弥散程度不大，因此可以说它的精密度还是很高的。图Ⅰ-1（b）则相反，弹着点比较分散，因此精密度不高。但是从弹着点分布情况来看，并没有明显的固定偏向，因此可以认为它的准确度还是较高的。图Ⅰ-1（c）则不仅精密度高，而且准确度也高。我们称这一测量结果“精确度”高。

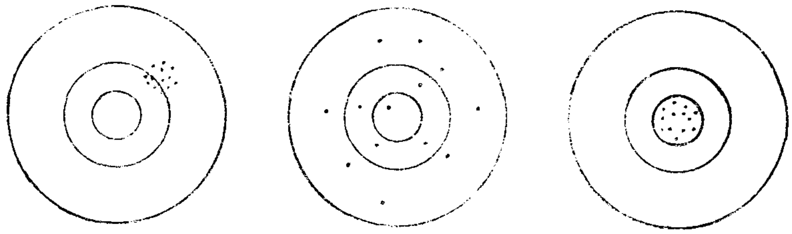


图 Ⅰ-1 测量结果精确程度与射击打靶的类比

§ 3 偶然误差的数学处理

本节只讨论系统误差已经被减弱到足以被忽略的情况下，偶然误差的数学处理过程和测量结果的正确表示方法。

1. 偶然误差的正态分布规律

对某一物理量N进行多次重复测量。由于偶然误差的存在，测量结果N_1，N_2，…，N_n一般都存在着一定的差异。如果该物理量的真值为N_0，则根据误差的定义，各次测量的误差

$$x_i = N_i - N_0 \qquad i = 1, 2, \cdots, n \tag{Ⅰ.3}$$

大量实践证明，偶然误差x_i的出现是服从一定的统计分布规律——正态分布（高斯分布）规律的，亦即对于大多数物理测量，它具有以下的性质：

（1） 绝对值小的误差出现的机会（概率）大，绝对值大的误差出现的机会（概率）小。

（2） 大小相等、符号相反的误差出现的概率相等。

（3） 非常大的正、负误差出现的概率都趋近于零。

（4） 当测量次数非常多时，由于正负误差互相抵消，各个误差的代数和为零。

偶然误差正态分布的这些性质在图Ⅰ-2正态分布曲线上可以看得非常清楚。该曲线横坐标为误差x，纵坐标为$f(x)$，即误差的概率密度分布函数。它的意义是，单位误差范围内出现的误差概率。曲线下阴影线包含的面积元$f(x)dx$，就是误差出现在x至$x+dx$区间内的概率（可能性）。

根据统计理论可以证明函数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{Ⅰ.4}$$

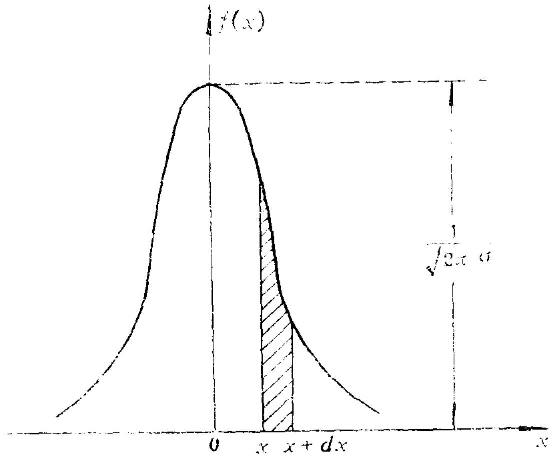


图 I-2 偶然误差的正态分布曲线

式中 σ 是一个取决于具体测量条件的常数，称为标准误差。由误差分布曲线可见，曲线的中部曲率向下，曲线两侧曲率向上，因此曲线上必有转折点。容易证明，该转折点的横坐标值 $x=\pm\sigma$。

当 $x=0$ 时，由（I.4）式得

$$f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \qquad (\text{I}.5)$$

由（I.5）式可见，某次测量若标准误差很小，则必有$f(0)$很大，分布曲线中部将上升较高，两旁下降就越快*，表示测量离散性小，精密度高。相反，如果 σ 很大，则$f(0)$就很小，误差分布的范围就较宽，说明测量的离散性大，精密度低，如图 I-3所示。

2. 误差的表示方法

常用下列两种形式来估计一系列测量结果偶然误差的大小。

(1) 标准误差 σ

由一列测量数据求取它的标准误差，只需将各个误差的平方取平均值再开方即得

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-N_0)^2}{n}} \qquad (\text{I}.6)$$

标准误差又称为均方根误差。

(2) 算术平均误差δ

取各个误差的绝对值的算术平均值，即

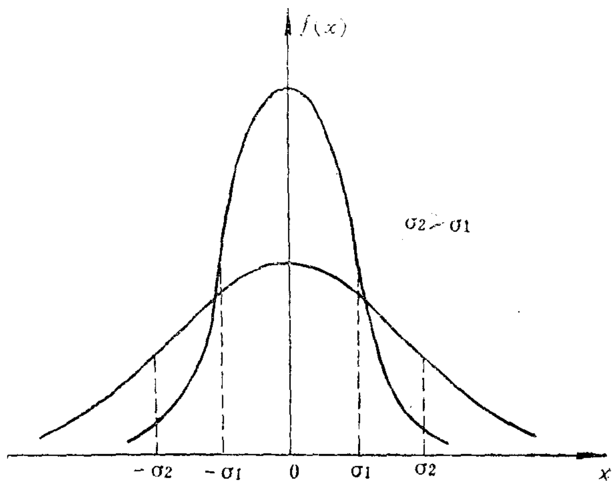


图 I-3

$$\delta=\frac{\sum_{i=1}^{n}|N_i-N_0|}{n} \qquad (\text{I}.7)$$

称为算术平均误差。

必须注意，标准误差和算术平均误差反映的都是同一组测量数据的精密程度，因此就这个意义来说，不论用哪一种方法来表示误差的大小都是可以的。由于算术平均误差

---

*按概率理论，误差x出现在$-\infty<x\leqslant+\infty$是必然事件，所以

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$$

即曲线与横轴间所包围的面积为恒量，等于 1。

具有计算比较简单的特点，容易为初学者掌握，因此在物理实验的初期教学中常常采用这种方法。而标准误差能较好地反映测量数据的离散程度，它对测量值中较大误差或较小误差的出现，感觉比较灵敏，因此在一般科学文献报告中，更通用的还是标准误差。

另外还必须注意，误差本身是按一定统计规律分布的。用标准误差 $\pm\sigma$（或平均误差 $\pm\delta$）来表示，并不意味着任一测量数据的误差都等于 $\pm\sigma$（或 $\pm\delta$），或者都不会比 $\pm\sigma$（或 $\pm\delta$）更大。按概率理论，可以计算误差出现在 $\pm\sigma$ 内的概率为

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} f(x)dx = 0.683 \qquad (\text{I}.8)$$

即对一组测量数据来说，标准误差 σ 表示这组数据的误差有 68.3% 的概率是在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 的范围内。同样可以算出，$-\delta$ 到 $+\delta$ 范围内的概率为57.5%。如图 I-4所示。

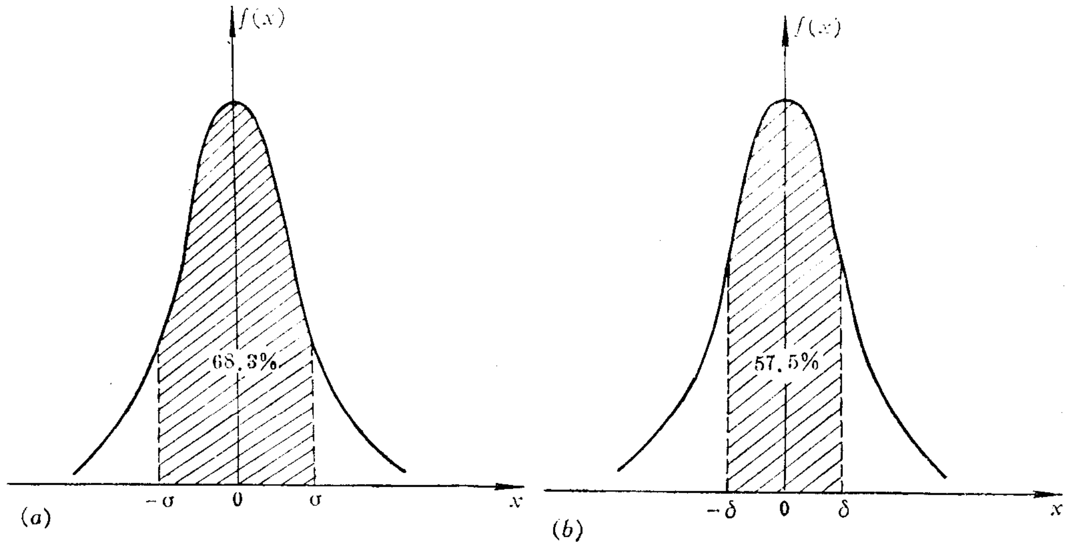


图 I-4

3． 测量结果的表示方法

(1) 算术平均值

由于测量误差的存在，真值实际上是无法测得的。如果在一次系统误差已被消除到足以忽略的实验中，对被测物理量进行多次相同的测量，得到的将是一组大小略有起伏的测试数据。根据偶然误差分布规律，测试值偏大或偏小同样数量的机会（即绝对值相等的正负误差出现的概率）是相等的。因此，容易证明各次测量值的算术平均值

$$\overline{N} = \frac{N_1 + N_2 + \cdots + N_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_i}{n} \qquad (\text{I}.9)$$

必然最为接近被测物理量的真值 N_0，而且当测试次数无限多时（$n\to\infty$），平均值无限接近真值。

(2) 算术平均值的误差

实际测量中，由于测量次数有限，平均值不能无限接近真值。当对某物理量测量n_1

次，求得它的平均值后，若再重复测量 n_2 次，所得平均值一般不会完全相同。因此，平均值也存在误差。我们用标准误差$\sigma_{\overline{N}}$或平均误差$\delta_{\overline{N}}$来表示算术平均值的误差。可以证明

$$\sigma_{\overline{N}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (\mathrm{I}.10)$$

$$\delta_{\overline{N}}=\frac{\delta}{\sqrt{n}} \qquad (\mathrm{I}.11)$$

式中n为测量次数。

必须严格区分$\sigma_{\overline{N}}$和σ（或$\delta_{\overline{N}}$和δ）两个概念。标准误差 σ（或平均误差 δ）反映了一组测量数据的精密程度，它只取决于具体测量的条件，当测量次数足够多时，σ（或δ）将趋于一个稳定的数值，而与测量次数无关。它告诉我们，在这组测量数据中，任选一个数据，它的误差落在$-\sigma$到$+\sigma$范围内的概率约为68.3%。称它为测量列误差。而平均值的标准误差$\sigma_{\overline{N}}$反映了算术平均值$\overline{N}$接近真值的程度。它表示了$\overline{N}-\sigma_{\overline{N}}$到$\overline{N}+\sigma_{\overline{N}}$范围内包含真值的概率为68.3%。由（Ⅰ.10）、（Ⅰ.11）式可见，$\sigma_{\overline{N}}$和$\delta_{\overline{N}}$是测量次数n的函数，测量次数越多，平均值的误差越小。由此可见，多次测量提高了测量的精度。

（3） 标准偏差与平均偏差

真值 N_0 实际上是无法测定的。因此前面对误差的讨论只有理论上的价值。从本节开始，将讨论测量误差的实际处理方法。

由于平均值$\overline{N}$最接近真值 N_0，因此实际中用残差

$$\Delta N_i=N_i-\overline{N} \qquad i=1,2,\cdots,K \qquad (\mathrm{I}.12)$$

来进行计算每次测量的误差。

可以证明，当测量次数K有限，而用残差来表示误差时

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}(N_i-\overline{N})^2}{K-1}} \qquad (\mathrm{I}.13)$$

称之为测量列的标准偏差。而

$$\delta=\frac{\sum_{i=1}^{K}|N_i-\overline{N}|}{\sqrt{K(K-1)}} \qquad (\mathrm{I}.14)$$

称为测量列的平均偏差。

平均值的标准偏差和平均偏差分别为

$$\sigma_{\overline{N}}=\frac{\sigma}{\sqrt{K}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}(N_i-\overline{N})^2}{K(K-1)}} \qquad (\mathrm{I}.15)$$

$$\delta_{\overline{N}}=\frac{\delta}{\sqrt{K}}=\frac{\sum_{i=1}^{K}|N_i-\overline{N}|}{K\sqrt{K-1}} \qquad (\mathrm{I}.16)$$

4．实验数据的处理步骤与测量结果的正确表达

在实际测量过程中，估计测量误差一般按下列程序进行：

(1) 对被测物理量进行多次测量，获得一组数据，将它们列成表格。

(2) 按式（Ⅰ.9）算出被测值的算术平均值$\overline{N}$。

(3) 按式（Ⅰ.12）计算各次测量的残差ΔN_i，并填入表格。

(4) 由式（Ⅰ.13）求得测量列的标准偏差σ。

(5) 由误差理论知，绝对值大的偶然误差出现的概率小。可以算出，测量误差在-3σ到$+3\sigma$范围内出现的概率为99.7%，即绝对值大于3σ的误差出现的概率仅为0.3%。因此一般认为在测量次数K有限时，不会出现大于3σ的误差。

算出3σ的值，并将它与各次测量的残差ΔN_i比较。如果发现某残差$\Delta N_m > 3\sigma$，则它所对应的测量值N_m在测量过程中似有过失误差存在，应予舍弃。舍弃N_m后，再重复步骤2，3，4，5。

(6) 由式（Ⅰ.15）计算平均值的标准偏差$\sigma_{\overline{N}}$。

(7) 计算相对误差

$$E = \frac{\sigma_{\overline{N}}}{\overline{N}} \times 100\% \qquad (\text{Ⅰ}.17)$$

(8) 最后，实验结果应表示为

$$\begin{cases} N = \overline{N} \pm \sigma_{\overline{N}} \\ E = \dfrac{\sigma_{\overline{N}}}{\overline{N}} \end{cases} \qquad (\text{Ⅰ}.18)$$

数据处理举例。

(1) 用天平称一物体质量，共进行$K=11$次，结果列于表Ⅰ-1中。

(2) 算术平均值$\overline{N}=187.4$克。

(3) 算出残差ΔN_i，列于表Ⅰ-1中。

(4) 求得 $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{K}(\Delta N_i)^2}{K-1}} = 0.33$克。

(5) $3\sigma = 0.99$克。经检查，各次测量残差均小于3σ，故各测量值均为有效。

(6) $\sigma_{\overline{N}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{K}} = 0.1$ 克。

(7) 相对误差 $E = \dfrac{\sigma_{\overline{N}}}{\overline{N}} = 0.05\%$。

(8) 测量结果为

$N = 187.4 \pm 0.1$克

$E = 0.05\%$

表 Ⅰ-1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N_i 克	187.9	187.2	187.5	187.1	187.0	187.3	187.8	187.6	187.7	187.0	187.1
ΔN_i 克	0.5	-0.2	0.1	-0.3	-0.4	-0.1	0.4	0.2	0.3	-0.4	-0.3

5. 间接测量的误差估计

如果间接测量量 N，是几个直接测量量y_1，y_2，…，y_n 的函数，即

$$N=f(y_1, y_2, \cdots, y_n) \tag{Ⅰ.19}$$

令Δy_1，Δy_2，…，Δy_n 分别代表测量量 y_1，y_2，…，y_n 的误差；ΔN表示由此引起的间接测量量N 的误差，则

$$N+\Delta N=f(y_1+\Delta y_1, y_2+\Delta y_2, \cdots, y_n+\Delta y_n) \tag{Ⅰ.20}$$

一般常用两种方法来估计间接测量的误差

(1) 最大误差法

将（Ⅰ.20）式右端按泰勒级数展开，并忽略高次项

$$N+\Delta N=f(y_1, y_2, \cdots, y_n)+\frac{\partial f}{\partial y_1}\Delta y_1+\frac{\partial f}{\partial y_2}\Delta y_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial y_n}\Delta y_n$$

显然

$$\Delta N=\frac{\partial f}{\partial y_1}\Delta y_1+\frac{\partial f}{\partial y_2}\Delta y_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial y_n}\Delta y_n$$

式中右端各项是正负不定的，为了保证计算得到的 ΔN 是间接测量可能具有的最大误差，上式中各项均取其绝对值，即

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial y_1}\Delta y_1\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial y_2}\Delta y_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial y_n}\Delta y_n\right| \tag{Ⅰ.21}$$

式（Ⅰ.21）是计算间接测量结果最大绝对误差的一般公式。

(2) 标准偏差

可以证明，标准偏差传递的基本公式为

$$\sigma=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y_1}\right)^2\sigma_{y_1}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y_2}\right)^2\sigma_{y_2}^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial y_n}\right)^2\sigma_{y_n}^2} \tag{Ⅰ.22}$$

表Ⅰ-2给出一些简单函数关系的标准偏差传递公式。

表Ⅰ-2

数学运算关系式	误差	
	绝对误差 σ_N	相对误差 $\frac{\sigma_N}{N}$
$A\pm B$	$\sqrt{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_A^2+\sigma_B^2}}{A\pm B}$
$A\cdot B$	$\sqrt{A^2\sigma_B^2+B^2\sigma_A^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2+\left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$

$\frac{A}{B}$	$\sqrt{\frac{A^2\sigma_B^2+B^2\sigma_A^2}{B^2}}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2+\left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$
A^n	$nA^{n-1}\sigma_A$	$n\frac{\sigma_A}{A}$
KA	$K\sigma_A$	$\frac{\sigma_A}{A}$

§4 有 效 数 字

1. 有效数字的一般概念

测量的结果一般都是用一系列数字表达的。有效数字就是表示测量或计算结果的数字。它由数位可靠数字和最后一位具有误差的所谓可疑数字组成。例如，米尺的最小分度是毫米。用它测量某物体 A 的长度，若发现 A 比143毫米长约半个刻度，则测量结果可以记为$143.\underline{5}$ 毫米。这四位数字中，143 三位数是准确读得的，因此是可靠的，称之为“可靠数字”；而$.\underline{5}$这一位是估计出来的，若换一人来读数，也可能估计成$.\underline{4}$或$.\underline{6}$，称这样的数字为“可疑数字”。显然，可疑数字是包含有误差的数字。一般来说，可疑数字只取一位。

在测量中，记录到的可靠数字和末位的可疑数字均为有效数字。

必须注意：

(1) 在直接测量中，测量结果的有效数字位数与测量仪器的最小分度值有密切关系。一般来说，必须读到仪器最小分度值的十分位上，不应该多读也不应该少读。当然，这最后一位的具体数值是估计出来的。如用米尺测某物体长度，若它的末端正好与 123 毫米刻度线相重合，这时就必须把测量结果记为 123.0 毫米，而不能笼统地记为 123 毫米。从数字的概念上看，123.0 与 123 是一样大的数值，前者小数点后的 0 似乎没有保留的价值。但从测量及其误差的角度来看，它却表示了测量进行到了这一位，只不过把它估计为零而已。因此 123.0 毫米，既准确地表达了测得的数值，又粗略地反映了测量的精确程度。

由测量结果的有效数字的位数，可粗略地看出该次测量的精确程度。一般说来，两位有效数字表示的结果，其相对误差在 1％～10％之间；三位有效数字表示的结果，其相对误差在0.1％～1％之间，余此类推。

(2) 测量单位的变化，只改变有效数字中的小数点位置，而有效数字位数仍保持不变。例如：长度 10.50 毫米是四位有效数字。若改用米为单位，则应记为 0.01050 米。这时有效数字的位数仍为四位。由此可见，在非零数字之前的“0”不是有效数字，而在非零数字之间或之后（包括小数点后数字末尾）的“0”都是有效数字。

进行单位换算时，要避免把上例中的长度写成 10500 微米。因为这就无故增加了有效数字的位数。以后遇到测量结果对某一位位数值太大（或太小）时，必须用科学记数法表达，即把数字写成10的方幂的标准形式。如1.050×10^4 微米或1.050×10^{-2}米。

（3） 无论直接或间接测量的结果，其主值（单次测量值、平均值或计算结果）位数取舍的最后依据是：它的末位必须与误差所在的位对齐。例如，计算得到某量的测量值为18.656单位，而误差是0.04单位，则最后结果应为（18.66±0.04）单位。

（4） 一般来说，绝对误差和相对误差都只取一位有效数字，最多不要超过两位。

2. 有效数字的运算规则

有效数字是由可靠数字和可疑数字组成的。当两个或两个以上有效数字进行数学运算时，一般应遵循这样几个原则：

（1） 可靠数字与可靠数字相运算，其结果仍为可靠数字。

（2） 可靠数字与可疑数字，或可疑数字之间相运算，其结果均为可疑数字。

（3） 运算的结果一般只保留一位可疑数字。末尾多余的可疑数字取消时，一般可采用四舍五入原则。

（4） 在运算中，常数、无理数，如 π、$\sqrt{2}$ 以及常系数，如 2、$\frac{1}{2}$ 等的位数可以认为是无限制的。对于 π、自然对数的底 e 等，所取位数应足够多，以免引入计算误差。

有了这些原则，就可以具体分析几种简单的运算规律了。

a. 加法、减法

例如

$$\begin{array}{rr} & 97.\underline{4} \\ + & 6.23\underline{8} \\ \hline & 103.\underline{6}3\underline{8} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 21\underline{7} \\ - & 14.\underline{8} \\ \hline & 20\underline{2}.\underline{2} \end{array}$$

应为 $103.\underline{6}$　　　　应为 $20\underline{2}$

可见，两个（或两个以上）数相加、减时，所得结果的最后一位数，只保留到所有参加运算的数据中都有的最后那一位为止。

b. 乘法、除法

例如

$$\begin{array}{rr} & 13.\underline{6} \\ \times & 1.\underline{6} \\ \hline & \underline{8}\,\underline{1}\,\underline{6} \\ & 1\,3\,\underline{6}\;\; \\ \hline & 2\,\underline{1}.\underline{7}\,\underline{6} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 2.45\underline{3} \\ \times & 6.\underline{2} \\ \hline & \underline{4}\,\underline{9}\,\underline{0}\,\underline{6} \\ & 1\,4\,7\,1\,\underline{8}\;\; \\ \hline & 1\,5.\underline{2}\,\underline{0}\,\underline{8}\,\underline{6} \end{array}$$

应为 $2\underline{2}$　　　　应为 $15.\underline{2}$

一般来说，位数不同的有效数字相乘（或相除）时，其结果的有效数字位数与参于运算的各数字中有效数字位数最少者相同。上例中的$13.\underline{6}$为三位，$1.\underline{6}$ 为两位，其乘积的有效数字保留两位。但是，倘若二乘数中的第一位数字的乘积，加上后面进上来的数大于 10 时，积的位数可多取一位。上例中$2.45\underline{3}$为四位，$6.\underline{2}$为两位，而这两个乘数的第一位数2和6的乘积已大于 10，因此乘积的位数（三位）比乘数中位数最少的两位