

450

全国
经济
学硕
士研
究生
入学
统一
考试

2003

101-44

92

数学考试辅导

傅维潼 编著

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 提 要

本书根据 2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲编写。根据大纲的要求,全书包括高等数学中的函数、极限与连续,一元函数的微积分,多元函数的微积分,无穷级数,线性代数中的行列式,矩阵,向量,线性方程组,以及概率统计中的随机变量及其概率分布,大数定律和中心极限定理等内容。并附有 6 套模拟试题。

本书可作为经济学硕士研究生入学考试应试者复习和备考的教材。

书 名: 2003 全国经济学硕士研究生入学统一考试 数学考试辅导

作 者: 傅维潼 编著

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者: 北京清华园胶印厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 850×1168 1/32 **印张:** 19.125 **字数:** 477 千字

版 次: 2002 年 8 月第 1 版 2002 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-05238-7/F·390

印 数: 0001~5000

定 价: 36.00 元

前 言

本书是根据《2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》所规定的考试内容和考试要求编写的,目的是为考生在备考复习中提供一些帮助和辅导.

本书的特点是:从微积分、线性代数、概率统计的整体结构出发来复习每一个具体的章节,力求做到突出重点、抓住关键、前后联系、逐步深化,有利于培养考生的能力,有利于考生掌握课程的基本结构.

本书选编了约 970 道例题和练习题,题目的起点低、跨度大、类型多,为考生巩固和掌握基础知识、提高能力、扩大题型提供了必要的练习.

书中带“*”号的部分是数学(三)要求的内容,不带“*”号的是数学(三)、数学(四)都要求的内容.

本书若有错误和不当之处,希望读者指正.

感谢张泽平、孙泉水、钟丽、咸秀琴各位先生的帮助和支持.

傅维潼

2002 年 6 月

目 录

第 1 篇 微 积 分

第 1 章 函数、极限与连续	1
考试内容	1
考试要求	1
1.1 函数	2
1.1.1 函数概念及表示法	2
1.1.2 函数的简单几何性质	6
1.1.3 初等函数	8
1.2 极限	12
1.2.1 极限概念及性质	12
1.2.2 极限的四则运算法则	16
1.2.3 极限存在的两个准则、两个重要极限	18
1.2.4 无穷小、无穷大的概念与性质	20
1.3 连续函数的概念及性质	22
1.3.1 函数的连续性及其间断点	22
1.3.2 闭区间上连续函数的性质	24
练习 1	26
练习 1 提示与答案	30
第 2 章 一元函数微分学	33
考试内容	33
考试要求	33
2.1 导数的概念	34

2.1.1	导数、导数的几何意义与经济意义·····	34
2.1.2	左导数与右导数·····	37
2.2	基本初等函数导数公式、导数的四则运算法则、 复合函数的导数、隐函数及反函数的导数与取对 数求导法·····	40
2.2.1	基本初等函数的导数公式·····	40
2.2.2	导数的四则运算法则,复合函数、反函数 及隐函数的导数、取对数求导法·····	40
2.3	高阶导数、微分·····	45
2.3.1	高阶导数·····	45
2.3.2	微分及其运算法则·····	47
2.4	中值定理及其应用·····	51
2.4.1	中值定理·····	51
2.4.2	导数的应用·····	57
练习 2	·····	70
练习 2 提示与答案	·····	75
第 3 章	一元函数积分学 ·····	80
	考试内容·····	80
	考试要求·····	80
3.1	不定积分的概念与计算·····	80
3.1.1	原函数与不定积分的概念·····	80
3.1.2	不定积分的基本性质和基本积分公式·····	81
3.1.3	不定积分的换元积分法和分部积分法·····	85
3.2	定积分·····	92
3.2.1	定积分的概念与基本性质,积分中值 定理·····	92
3.2.2	变限积分及其导数,牛顿—莱布尼茨 公式·····	98

3.2.3	定积分的换元积分法、分部积分法	102
3.3	广义积分的概念和计算	104
3.3.1	无穷限的广义积分(无穷积分).....	104
3.3.2	无界函数的广义积分(瑕积分).....	106
3.4	定积分的应用	108
3.4.1	求平面图形的面积与旋转体体积.....	108
3.4.2	利用定积分求解简单的经济应用问题.....	111
练习 3		113
练习 3 提示与答案		117
第 4 章	多元函数微积分学	121
考试内容		121
考试要求		121
4.1	多元函数及其极限与连续性	122
4.1.1	多元函数的概念,二元函数的几何意义 ..	122
4.1.2	二元函数的极限与连续性.....	124
4.2	偏导数与全微分	125
4.2.1	偏导数.....	125
4.2.2	全微分.....	128
4.3	复合函数与隐函数的微分法	129
4.3.1	复合函数的微分法.....	129
4.3.2	隐函数的微分法.....	131
4.4	多元函数的极值	132
4.4.1	多元函数的极值.....	132
4.4.2	条件极值.....	134
4.4.3	简单经济应用问题.....	135
4.5	二重积分	136
4.5.1	二重积分的概念和性质.....	136
4.5.2	二重积分的计算.....	138

4.5.3 无界区域上简单二重积分的计算·····	141
练习 4 ·····	142
练习 4 提示与答案·····	145
* 第 5 章 无穷级数 ·····	148
考试内容·····	148
考试要求·····	148
5.1 常数项级数 ·····	149
5.1.1 常数项级数的概念和性质·····	149
5.1.2 正项级数收敛性的判别·····	151
5.1.3 任意项级数·····	155
5.2 幂级数 ·····	157
5.2.1 幂级数及其收敛域·····	157
5.2.2 幂级数的性质·····	160
5.2.3 幂级数展开·····	161
练习 5 ·····	163
练习 5 提示与答案·····	166
* 第 6 章 常微分方程与差分方程 ·····	168
考试内容·····	168
考试要求·····	168
6.1 微分方程 ·····	168
6.1.1 常微分方程及其解·····	168
6.1.2 一阶微分方程·····	169
6.1.3 二阶常系数线性微分方程·····	174
6.2 一阶常系数线性差分方程 ·····	180
6.2.1 差分与差分方程·····	180
6.2.2 一阶常系数线性差分方程的解法·····	181
练习 6 ·····	184

练习 6 提示与答案·····	186
-----------------	-----

第 2 篇 线 性 代 数

第 7 章 行列式·····	188
考试内容·····	188
考试要求·····	188
7.1 行列式的概念与基本性质 ·····	188
7.1.1 行列式的概念·····	188
7.1.2 行列式的基本性质·····	190
7.2 行列式按某一行(列)展开 ·····	194
7.2.1 余子式与代数余子式·····	194
7.2.2 行列式按某一行(列)展开的定理·····	196
练习 7 ·····	202
练习 7 提示与答案·····	203
第 8 章 矩阵·····	205
考试内容·····	205
考试要求·····	205
8.1 矩阵及其运算 ·····	205
8.1.1 矩阵的概念·····	205
8.1.2 矩阵的运算·····	207
8.1.3 n 阶方阵的行列式 ·····	215
8.1.4 几个特殊矩阵·····	218
8.2 分块矩阵 ·····	220
8.2.1 分块矩阵的概念·····	220
8.2.2 分块矩阵的运算·····	222
8.3 矩阵的初等变换 ·····	224
8.3.1 矩阵的初等变换·····	224
8.3.2 初等矩阵·····	226

8.3.3	同型号矩阵的一种等价关系(相抵关系)	228
8.4	逆矩阵	229
8.4.1	可逆矩阵与逆矩阵的概念	229
8.4.2	矩阵可逆的充要条件	230
8.4.3	可逆矩阵的若干重要性质	235
8.5	矩阵的秩	239
8.5.1	矩阵的秩的概念	239
8.5.2	矩阵的秩所具有的性质	240
练习 8		241
练习 8 提示与答案		246
第 9 章	向量	250
	考试内容	250
	考试要求	250
9.1	n 维向量	250
9.1.1	n 维向量的定义及运算	250
9.1.2	向量间的线性关系	253
9.1.3	线性关系的几个定理	257
9.2	向量组的秩	258
9.2.1	向量组的等价与线性代数基本定理	258
9.2.2	向量组的秩	260
9.2.3	矩阵的秩与向量组的秩的关系	262
9.3	向量的内积	262
9.3.1	内积的定义	262
9.3.2	内积的性质	263
9.3.3	正交规范化向量组	264
9.3.4	施密特正交化方法	265
练习 9		268

练习 9 提示与答案	271
第 10 章 线性方程组	273
考试内容	273
考试要求	273
10.1 克莱姆法则	273
10.1.1 克莱姆法则	273
10.1.2 齐次线性方程组有非零解的 充要条件	275
10.2 齐次线性方程组和非齐次线性方程组	277
10.2.1 非齐次线性方程组	277
10.2.2 齐次线性方程组	278
10.3 解线性方程组(消元法)	279
10.3.1 线性方程组解的情况的判定	279
10.3.2 消元法	280
10.4 线性方程组解的结构	282
10.4.1 齐次线性方程组解的结构	282
10.4.2 非齐次线性方程组解的结构	284
练习 10	289
练习 10 提示与答案	292
第 11 章 矩阵的特征值和特征向量	295
考试内容	295
考试要求	295
11.1 矩阵的特征值与特征向量	295
11.1.1 矩阵的特征值与特征向量的概念 与计算	295
11.1.2 矩阵的特征值与特征向量的性质	302
11.2 相似矩阵与矩阵可对角化的条件	304

11.2.1	相似矩阵及其性质	304
11.2.2	矩阵可对角化的条件	305
11.3	实对称矩阵的特征值与特征向量	307
11.3.1	n 维实向量的内积	307
11.3.2	实对称矩阵特征值、特征向量的 性质	313
练习 11		319
练习 11 提示与答案		321
* 第 12 章	二次型	326
考试内容		326
考试要求		326
12.1	二次型及其矩阵表示	326
12.1.1	n 元二次型及其矩阵表示	326
12.1.2	矩阵的合同关系	329
12.2	二次型的标准形与规范形	331
12.2.1	二次型的标准形	331
12.2.2	二次型的规范形	342
12.3	二次型和对称矩阵的正定性	344
12.3.1	正定二次型与正定矩阵	344
12.3.2	二次型正定性的判别方法	345
练习 12		351
练习 12 提示与答案		352

第 3 篇 概率论与 * 数理统计

第 13 章	随机事件和概率	355
考试内容		355
考试要求		355
13.1	随机事件	356

13.1.1	随机试验与样本空间(基本事件空间)	356
13.1.2	随机事件、事件之间的关系和运算	357
13.2	事件的概率	360
13.2.1	事件的概率及其基本性质	360
13.2.2	古典型随机试验	361
13.2.3	几何型随机试验	362
13.3	条件概率、事件的独立性	364
13.3.1	条件概率与乘法公式	364
13.3.2	事件的独立性	366
13.3.3	独立随机试验序列、 n 重伯努利试验概型	367
13.4	全概率公式、贝叶斯公式	369
13.4.1	全概率公式	369
13.4.2	贝叶斯公式	370
练习 13		373
练习 13 提示与答案		374
第 14 章	随机变量及其概率分布	376
考试内容		376
考试要求		376
14.1	随机变量及其分布	377
14.1.1	随机变量	377
14.1.2	离散型随机变量及其概率分布	378
14.1.3	连续型随机变量及其概率密度	388
14.2	随机变量函数的分布	395
14.2.1	离散型随机变量函数的分布	395
14.2.2	连续型随机变量函数的分布	397
练习 14		398

练习 14 提示与答案	400
第 15 章 随机变量的联合概率分布	403
考试内容	403
考试要求	403
15.1 多元随机变量及其分布	404
15.1.1 二元随机变量	404
15.1.2 二元离散型随机变量及其分布	406
15.1.3 二元连续型随机变量及其密度函数	417
15.1.4 常见的二元随机变量及其分布	424
15.1.5 两个随机变量函数的分布	426
15.2 随机变量的数字特征及其性质	440
15.2.1 数学期望	440
15.2.2 方差	446
15.2.3 常见分布的期望和方差	450
15.2.4 协方差及相关系数、矩	452
练习 15	455
练习 15 提示与答案	460
第 16 章 大数定律和中心极限定理	465
考试内容	465
考试要求	465
*16.1 大数定律	465
16.1.1 切比雪夫大数定律	465
16.1.2 伯努利大数定律	466
16.1.3 辛钦大数定律	467
16.2 中心极限定理	468
16.2.1 列维—林德伯格定理[独立同分布的 中心极限定理]	468

16.2.2 棣莫弗—拉普拉斯定理·····	469
练习 16 ·····	470
练习 16 提示与答案 ·····	471
* 第 17 章 数理统计的基本概念 ·····	472
考试内容·····	472
考试要求·····	472
17.1 总体、样本与统计量 ·····	472
17.1.1 总体、个体、样本·····	472
17.1.2 统计量与抽样分布·····	474
17.2 抽样分布·····	477
17.2.1 基本定理·····	477
17.2.2 正态总体的抽样分布·····	478
17.3 经验分布函数·····	480
17.3.1 经验分布函数的概念·····	480
17.3.2 经验分布函数的性质·····	480
练习 17 ·····	482
练习 17 提示与答案 ·····	483
* 第 18 章 参数估计 ·····	485
考试内容·····	485
考试要求·····	485
18.1 点估计·····	485
18.1.1 点估计·····	485
18.1.2 估计量的评选标准·····	489
18.2 区间估计·····	492
18.2.1 置信区间·····	492
18.2.2 正态总体参数的置信区间·····	494
练习 18 ·····	497

练习 18 提示与答案	499
* 第 19 章 假设检验	500
考试内容	500
考试要求	500
19.1 假设检验	500
19.1.1 假设检验的概念	500
19.1.2 显著性检验	501
19.2 正态总体参数的假设检验	504
19.2.1 单个正态总体参数的假设检验	504
19.2.2 两个正态总体参数的假设检验	506
19.2.3 第 2 类错误概率 β 的计算及样本容量 n 的确定	508
练习 19	514
练习 19 提示与答案	515

第 4 篇 模 拟 试 题

数学(三)模拟试题(I)	516
数学(三)模拟试题(II)	532
数学(三)模拟试题(III)	545
数学(四)模拟试题(I)	559
数学(四)模拟试题(II)	564
数学(四)模拟试题(III)	579

第 1 篇 微 积 分

第 1 章 函数、极限与连续

考试内容

函数的概念及表示法；函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；复合函数、反函数、隐函数、分段函数；基本初等函数的性质及其图形；初等函数；简单应用问题函数关系的建立。

数列极限与函数极限的定义及其性质；函数的左极限和右极限；无穷小和无穷大的概念及关系；无穷小的性质及无穷小的比较；极限四则运算；极限存在的两个准则（单调有界准则和夹逼准则）；两个重要极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

函数连续的概念；函数间断点的类型；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质。

考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立简单应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

3. 理解复合函数、反函数、隐函数和分段函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,理解初等函数的概念.
5. 了解数列极限和函数极限(包括左极限与右极限)的概念.
6. 理解无穷小的概念和基本性质,掌握无穷小的比较方法.了解无穷大的概念及其与无穷小的关系.
7. 了解极限的性质与极限存在的两个准则,掌握极限四则运算法则,会应用两个重要极限.
8. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
9. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,了解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理)及其简单应用.

1.1 函 数

1.1.1 函数概念及表示法

1. 常量与变量

在某一过程中取不同数值的量为变量,取值保持不变的量为常量.

2. 区间

设 a, b 为两个实数, $\mathbf{R}$ 表示全体实数的集合.

$(a, b) = \{x | a < x < b, x \in \mathbf{R}\}$ 为开区间;

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b, x \in \mathbf{R}\}$ 为闭区间;

$[a, b) = \{x | a \leq x < b, x \in \mathbf{R}\}$

$(a, b] = \{x | a < x \leq b, x \in \mathbf{R}\}$ 为半开区间;

它们的长度都是 $b - a$, 是有限区间.