

前 言

全面推进素质教育，是当前我国现代化建设的一项紧迫任务，是我国教育事业的一场深刻变革，是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”，提高教师素质，是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育，课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程，编写一批继续教育教材。在教材编写方面，我司采取了以下几种做法：

(1) 组织专家对全国各省（区、市）推荐的中小学教师继续教育教材进行评审，筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书。

(2) 组织专门的编写队伍，编写了 61 种教材，包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材；中小学语文、数学，中学英语、物理、化学、生物，小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材，已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》（教育部师范教育司〔1999〕60 号）的形式向全国推荐。

(3) 向全国 40 余家出版社进行招标，组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选，初步确定了

200余种中小学教师继续教育教材，这批教材，目前正在编写过程中，将于2001年上半年陆续出版，我们将陆续向全国教师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐，供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中，我们遵循了以下原则：

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度，在课程体系，加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合，用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例，从理论和实践两个方面，总结教学经验，帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性，并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发，提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求，以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程，尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中，有什么问题和建议，请及时告诉我们，以便改进工作，不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

目 录

第一章 绪论	1
第一节 我国中学数学教学方法改革的现状	1
一、我国传统数学教学方法的回顾	1
二、新的数学教学方法不断涌现	2
第二节 中学数学教学方法科学化的建议	7
思考题	9
第二章 中学数学教学方法的主要特征	10
第一节 形成学生良好的认知结构	10
一、重视数学基础知识的感知	12
二、注意新旧教材的联系	24
三、注意知识的系统化	29
四、通过对比正确理解基础知识	34
第二节 准确分析数学思维过程	37
一、准确阐明解题思路	38
二、区分解题的“教学过程”和“板书过程”	52
三、训练学生在解题思路受阻后探寻新的思路	57
四、把学生有价值的解题思路发展下去	61
第三节 提高数学教学的概括性	65
一、概括化解题	67
二、概括化记忆	85

第四节	培养学生数学思维的灵活性	93
一、	日常教学中注意从小处示范和训练	94
二、	教学阶段结束时结合教材进行训练	97
三、	培养学生多侧面观察数学问题的能力	105
四、	适当选取教科书之外的复习题	116
五、	注意“一题多变”的运用	122
六、	注意逆向思维能力的培养	124
第五节	重视数学思想和方法的教学	131
一、	数学思想和方法的三个层次及其关系	132
二、	加强数学思想和方法的教学	140
第六节	发展学生的数学语言	150
一、	数学语言的特点	151
二、	数学语言与数学教学语言	151
三、	对教师数学教学语言的要求	153
四、	培养和发展学生的数学语言	160
第七节	数学教学方法的多样化	167
一、	讲解法	169
二、	谈话法	171
三、	启发式教学法	177
四、	程序教学法	186
五、	发现法	190
第八节	培养学生良好的个性品质	198
一、	教师的品格对学生个性品质的影响	200
二、	增强学生的数学观念有利于培养其良好的 个性品质	201
三、	重视培养学生学习数学的兴趣	201
思考题		214

第三章 中学数学教学的主要方式	219
第一节 逻辑的方式	219
一、观察与实验	220
二、归纳和演绎	224
三、类比	228
四、分析与综合	234
五、抽象与概括	243
第二节 非逻辑方式	250
一、课堂提问	250
二、课堂练习	257
三、课堂讨论	260
四、指导学生自学	266
五、计算机辅助教学	268
思考题	274
第四章 中学数学教学方法的选择	276
第一节 选择数学教学方法的基本依据	276
一、教学内容和教学目的	276
二、学生的可能性	278
三、教师的可能性	279
四、教学条件	280
第二节 选择数学教学方法的参考案例	281
第三节 逐步形成具有教师个人特点的教学风格	294
一、数学教师的知识结构	295
二、数学教师的能力结构	297
三、数学教师的人格特征	300
四、数学教师的性格特征	301
五、数学教师的思维类型	302

六、良好的数学教学风格的主要特征·····	304
七、不良数学教学风格的主要特征·····	305
思考题·····	306
参考文献·····	307
后记·····	311
再版后记·····	313

第一章

绪 论

第一节 我国中学数学教学方法改革的现状

一、我国传统数学教学方法的回顾

我国中学里现有的数学教学方法，是在传统数学教学方法的基础上发展起来的。因此，我们有必要对传统的数学教学方法做简要的回顾。

截止至 20 世纪 50 年代初，我国传统的数学教学方法主要是：教师讲解、教师提问以检查学生的识记程度、学生做练习、书面考试等方式方法。由这些方式方法反映出来的传统数学教学思想，有其陈旧落后的成分。对此，杨泰良先生曾指出其主要表现：

(1) 以教师为中心，数学教学过程被理解为教师讲、学生听这种单纯的“传授”知识与“接受”知识的活动。

(2) 教学的重心习惯地停留在只研究教材和教法上，没有注意研究学生，研究指导学习的方法。把将数学知识讲解清楚与否作为衡量教学好坏的主要标准。

(3) 数学教学只停留在对现成知识——数学结果的教学上，没有或很少涉及知识的发生过程，没有意识到知识发生过

程所反映出来的数学思想和方法在教学中的重要性。

(4) 满足于学生对知识的机械记忆和模仿，热心于题海战术，认为只要学生考了好分数，就达到了教学目的。

(5) 认为用外在的手段(纪律、分数、升学等)迫使学生学习是最行之有效的措施，忽视激发学生内在的学习动机的重要性。

(6) 习惯于让学生严格按教科书和教师的安排和步调学习，不喜欢或不鼓励学生刨根问底和标新立异，等等。

归纳起来，传统数学教学思想中陈旧落后的成分主要是：重教轻学、重知识轻能力、重结果轻过程、重外因轻内因、重模仿轻创新。

20 世纪 50 年代从苏联引入了“谈话式教学法”，并强调合理使用直观的教学方法；60 年代初期，针对所谓“满堂灌”的教学方法，数学教育界开始研究“启发式教学”，并取得了一些成果。后因“文化大革命”而中断。这些活动，对传统的数学教学思想和方法是一种强烈的冲击。

“文化大革命”结束后，数学教育界一方面清除“左”的影响，一方面恢复了对“启发式教学”的研究。同一时期又引进了苏联和欧美新的数学教学方法。例如，程序教学法、发现法、局部探索法、问题教学法等等。我国的教育工作者，在多年数学教学实践的基础上，在对传统和现代数学教学思想和方法批判继承和发展的过程中，积极创造适合我国国情的新数学教学方法，取得了显著的成果。

二、新的数学教学方法不断涌现

1. 新的数学教学方法的提出和运用

中学数学教师和数学教育的研究人员，多年来创造性地提出了近百种新的数学教学方法。例如，八字教学法(读读、议

议、讲讲、练练)、知识单元结构教学法、六课型单元教学法、单元循环教学法、问题教学法、引导发现法、自学讨论法、尝试指导信息回授教学法、自学辅导法、研究法、自学指导法、学导式教学法、整体性教学法等等,有力地促进了中学数学教学质量的提高,丰富了我国数学教学方法的宝库,集中体现了数学教师和研究人员的辛劳和智慧,为中学数学教学方法的进一步发展,提供了坚实的基础。

2. 数学教学方法的研究和改进在我国发展极不平衡

我国幅员广大,经济和文化发展极不平衡,作为其上层建筑的教育的发展也极不平衡。某些地区和学校数学教学方法比较先进,取得了很好的教学效果,但这样的地区和学校并不很多。反之,相当多的地区和学校,仍然沿袭陈旧、呆板的数学教学方法,这种教学方法又受到某些过时的、甚至是有害的“理论”的支持,使这些地区 and 学校的数学教学长期处于落后状态,教学效果很差。在这些地区和学校比较流行的“理论”和“偏见”主要有:

大运动量——放松数学“双基”的教学,不重视数学能力的培养,把体育训练中单纯运用时也认为是不科学的训练方法移植到数学教学中来。认为教师大量讲各种类型的难题,学生大量做各种类型的难题,就可以取得良好的教学效果。在有些课堂教学中,片面强调“大容量”,并以此作为评价的一项标准。这种本末倒置的教学方法不仅加重了学生的学习负担,而且造成一些学生眼高手低。

熟能生巧——让学生尽可能多地做练习,其中许多是不必要的重复。以为数学技能可以自然而然地转化为能力,把低能工匠带徒弟的方法移置到数学教学中来,完全忽视了对学生的数学思维训练,学生碰到陌生的数学问题往往束手无策。

精讲多练——把精讲曲解为“少讲”，上课时数学基础知识草草讲完，在学生尚未真正理解时，就布置大量的练习让学生做，学生基础知识学得不好，练习又多以机械模仿为主，带来极大的盲目性，好像把高楼盖在沙滩上。

讲练结合——曲解为教师讲一个题，马上就让学生做类似的题目，如此反复，培养学生照猫画虎，按图索骥，学生数学能力得不到培养和发展。

教无定法——曲解为数学教学可以随心所欲，爱怎样教就怎样教，不少教师还存在不备课或不写教案就上课的情况，事实上，在这种理论指导下，必然拒绝现代数学教学的理论和方法，最终导致陈旧呆板的教学模式。

最后，形式主义地学习其他地区创造的新的数学教学方法，不研究这些新方法的理论基础和实施条件，只学这些新方法的外部活动形式，如学生自学，学生自己发现，学生讨论等，以为这就是新的教学方法了。

中学数学教学的上述状况，自然会使我们思考下面的问题：是否可以选先进地区某些行之有效的新的数学教学方法，拿到全国各地认真地推广？推广的过程中充分讲明道理，尽力避免形式主义的学习，这样的推广能否行得通？为了回答这个问题，我们先分析一下影响数学教学方法的主要因素。

3. 影响数学教学方法的主要因素

(1) 教学内容，不同的教学内容，往往需要采用不同的教学方法，例如，数学概念的教学与数学命题的教学、代数概念与几何概念的教学、代数应用题与立体几何定理教学等所采用的教学方法往往是不同的。另外，授新课、复习课、练习课、讨论课、讲评课等所采用的教学方法往往也有差异，因此，在数学教学方法的问题上，仍然是内容决定形式。

(2) 学生情况的差异。数学素质不同的学生、个性品质不同的学生组成了千差万别的教学班级，例如择优班级和普通班级、城市学校的班级和农村学校的班级、高中的文科班级与理科班级等，在学生情况差异很大的不同班级里，采用的教学方法往往也不相同。

(3) 教师能力的差异。由于教师在数学教学理论的掌握、数学教育思想的研究、掌握数学学科的深度、数学教学经验的积累、对数学的兴趣、数学气质的类型、个性心理品质等方面的差异，教师们对各种教学方法的理解和运用能力，往往也会有很大的差异。

(4) 教学环境。学校的校风、班级的学风、学生的纪律状况、学校所处的社会环境、采用直观方法所必需的教具、学校的物质条件等，也会对教学方法的采用带来影响。

如果把以上所述的四个方面，统称为教学条件的话，我们可以得出如下的结论：

任何一种新的数学教学方法，都是这种方法的创造者在他所处的教学条件下的产物。也就是说，任何数学教学方法的使用，都是有条件的。

因此，不存在任何人在任何条件下都可以使用并获得良好效果的“万能”的教学方法。

于是，我们就能够回答“是否可以选择某些行之有效的新的教学方法，拿到全国各地认真推广”的问题。回答很简单：不能。这是因为不顾各地的教学条件，不加分析地使用在不同教学条件下创造出来的教学方法，就必然导致教学方法上的形式主义。事实上，至今没有任何一种新的数学教学方法在全国得到推广，就是明证之一。明证之二就是近几年来，新的数学教学方法的创造降温了，报章杂志刊登的也少了，人们投入了

进一步的思考和研究。

众所周知，数学教学方法的本质特征就是它应具有鲜明的目的性。因此，我们换一个研究的角度：不只是研究某些具体的教学方法，而是从数学教学应该达到的目的出发，把现代数学教育理论和当前中学数学教学的实际紧密结合起来，着重研究数学教师为达到教学目的无论采用何种具体的教学方法，都应该具备某些现代特征，而这些特征是从传统教学的优秀成分和现代各种新的数学教学方法中分离出来，经过教学法理论的加工、中学数学教学的实践检验而形成的。教师理解和掌握了这些特征，就掌握了各种新教学方法的精神实质。在这个基础上，就能结合自己所处的教学条件，进行创造性的劳动，形成具有自己特色的教学方法。这显然易于减少数学教学的盲目性和形式主义，有利于发挥正确的数学教学方法的思维内涵的巨大作用。至于中学数学教学方法的现代特征有哪些，它们的理论和实践都是些什么内容，我们将在第二章里详细阐述。

4. 各种新的数学教学方法的微观分析

各种千姿百态的新的数学教学方法，并不是单一方法的教学现象，它们涉及到数学教学的许多方面，例如涉及到教学论的一般原则、数学教育的目的和任务、数学教学内容的安排、数学教学的组织形式、对数学教学结果的检查和评价等方面。但是，涉及得最多的是数学教学的方法。如果仅从数学教学方法这一角度，对各种新的数学教学方法进行研究，我们不得不产生这样的想法：难道真有这么多数学教学方法吗？是否存在着一些基本的数学教学方法和方式，而这许多新的数学教学方法，就是这些基本的方法和方式，为适应不同的教学条件或侧重数学教学的某个方面，按照某种数学教学理论和经验，有机组合而成，从而呈现出丰富多彩的形式？

回答是肯定的。也就是说，我们把各种新的数学教学方法，看成是为数不多的一些基本数学教学方法和方式的有明确目的的不同组合形式，由这些组合形式而得到的新的教学方法，在它的创造者所在的教学条件下，发挥出良好的作用。

因此，我们认为存在着为数不多的基本的数学教学方法和方式。虽然对这些方法和方式在提法上还有差异，例如，张奠宙等先生建议：“把教学方法看做为针对每一堂课而言的、具体的、特殊的教学策略，而把从众多的教学方法中抽象出来的、带有普遍意义的、能用于多种学科、不同课题的教学策略，称为教学模式比较恰当。”他们抽象出“五个教学的基本模式”。在基本方法或基本模式的分类方面，我国与世界各国也有明显的不同。但是，这并不影响我们结合中学数学教学的实际进一步进行研究。我们将在以后的内容里，提出一个我们认为有利于中学数学教师掌握和运用的、基本的数学教学方法和方式的分类办法。

我们致力于改革数学教学方法的基本目的，是使我们的数学教学方法逐步实现科学化。基于以上的分析，我们要对中学数学教学方法的科学化提出建议。

第二节 中学数学教学方法科学化的建议

对于中学数学教学方法的科学化，有如下几点建议：

(1) 掌握中学数学教学方法的主要特征，无论采用何种教学方法，都应努力使之具有这些特征。或者说，利用这些特征来改进、充实和创新自己的教学方法。数学教师要了解这些理论，并在自己的教学实践中反复运用使之熟练。

(2) 熟练掌握各种基本数学教学方法和基本数学教学方式，并能自如地运用于教学过程之中，从而促使教学方法多样化。

(3) 教师能根据自己所处的教学条件，选择某些基本教学方法和方式，组成尽可能良好的每节课的教学方案（即教案）。

(4) 对数学本身的继续学习和深入研究，特别要注意提高自己的解题能力，只有这样才能深刻地把握教材，高屋建瓴地从事数学教学工作。

(5) 认真学习国内外各种新的数学教学方法所反映出来的现代数学教育思想、基本理论、教学组织原则和行之有效的具体方法，并根据教师自己的特点，吸收其可用成分来丰富自己的教学方法。

(6) 希望最终形成具有个人特点的教师自己的良好的教学风格，而不是强求本来在知识、经验、个性心理特征等方面存在差异的教师们，都采用相同的教学方法，都体现一致的教学风格，只有这样才能真正大面积提高中学数学教学质量。

我们在以后的各章、各节里，将主要讨论以上提出的这些建议。

我们也可以看到，要使中学数学教学方法在现有的基础上逐步科学化，首先是每位教师个人做出不懈的努力，除此之外，别无他途。显然，这是一个艰苦而长期的不断学习与研究、不断总结经验的过程，而每位教师的起跑线也前后不同。

中学数学教学是一项创造性的劳动，它有别于工厂为生产没有思想的产品而进行的劳动。教师不是知识的复制者，而是教学活动的创造者。而创造性活动的经验，不能像“发扑克牌”那样发给每位教师，只能由教师反复实践、学习、实践、学习……不断地总结和改造已有的经验，才能达到理想的境

界，本书的宗旨就是希望在这一方面为教师们提供一些帮助。

思考题

1. 传统的数学教学方法有不少优秀成分值得继承和发扬，但也存在陈旧落后的成分，其陈旧落后的成分主要表现在哪些方面？
2. 你所在的学校和地区，在中学数学教学方面存在着哪些过时的、甚至是有害的理论？
3. 影响数学教学方法的主要因素是什么？由此可以得出与数学教学方法有关的什么结论？
4. 你认为中学数学教学方法科学化的主要途径是什么？

第二章

中学数学教学方法的主要特征

在中学数学教学活动中，教师可以选用千姿百态的教学方法，这是数学教学的本质所决定的，也是提高数学教学质量所必需的。但是，无论采取何种教学方法，都应努力使之具备某些现代特征。我们分离出传统数学教学方法的优秀成分，吸取现代数学教学理论和实践方面的长处，结合当前数学教学的实际，提出了现代中学数学教学的八项特征，分别叙述如后。

第一节 形成学生良好的认知结构

什么是数学教学活动中的认知结构？什么是良好的认知结构？曹才翰先生在他所著《数学意义学习初探》一文中指出：

“在教学活动中有三种结构，一种是知识结构，即知识本身的逻辑体系。”就中学数学教学而言，就是指中学数学教科书“一章有一章的结构，一本书有一本书的结构，一本教材的结构合理就有利于学生的学习。知识结构对学生来说是客体”。

“第二种结构是认识结构，即人在认识活动中的心理过程（感觉、知觉、思维、想像、记忆、注意等）和个性差异（性格、能力等）。这对学习活动来说是主体，因人而异。”

“第三种结构就是认知结构。”“是不是可以这样讲，它是知识结构与认识结构的一种综合体（不是简单地合在一起），它是主体与客体在特定条件下的统一。因而认知结构是学生观念的全部内容和组织。即不仅是全部知识，而且还有组织这些知识的方式。善于学习的学生，在他的头脑中，按照他自身的特定方式，把知识组织得很好，这样就便于储存和提取，同时把新学的知识纳入到他原有认知结构的适当部位，或改变他原有的认知结构。相反，一个不善于学习的学生，把他所学的知识，一个一个往头脑里装。把许多知识的因果关系、类属关系看做是并列关系。这也是一种认知结构，但这是一种很差的认知结构，不便提取和储存，学习和记忆多半是机械的。”

中学生良好的认知结构，不单是数学基本知识的储存，这些知识的结构也应当是有规律的、系统的、有序的，纵横交错，有网有络。良好的认知结构至少在两个方面对学生的学习有利。

第一方面，在需要运用某些数学知识时，便于从认知结构中提取出来。例如不同的学生解下列关于 x 的方程：

$$\sqrt[3]{(x+a)^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{(a-x)^2} = 5 \cdot \sqrt[3]{a^2 - x^2}. \quad (a \text{ 是非零常数})$$

认知结构良好的学生，能看出 $a^2 - x^2$, $(a+x)^2$, $(a-x)^2$ 在结构方面的共同点（在观察的领域里，机遇偏爱的只是那些有准备的头脑。“有准备”就是指具有良好的认知结构），联想到“换元法”，先用 $\sqrt[3]{a^2 - x^2}$ 除方程的两边，得到

$$\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}} + 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{a-x}{a+x}} = 5,$$

然后设 $\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}} = y$ ，则原方程变形为 $y + \frac{1}{y} = 5$ ，解出 y 后再求 x 。