章定民　袁凤兰　编著

GBDSDX

画法几何百例解析

CKS

广播电视大学

参考书

广西人民出版社

广播电视大学参考书

画法几何百例解析

章定民　袁凤兰　编著

广西人民出版社

广播电视大学参考书

画法几何百例解析

章定民 袁凤兰 编著

☆

广西人民出版社出版
（南宁市河堤路14号）
广西新华书店发行 桂林市印刷厂印刷
*
开本787×1092 1/16 8印张 180千字
1984年9月第1版 1984年9月第1次印刷
印数：1—10,000 册
书号：7113·453 定价：0.79元

前　　言

机械制图是工科各专业的重要技术基础，有“工程技术语言”之称。而画法几何则是这一“语言”的理论基础。为了帮助电视大学工科学生学好画法几何这门课，我们根据多年教学实践的体会，以及学生在解题过程中经常提出的疑问，参考国内各种习题集，选编了一百例，逐题进行分析。书中所选各例，具有一定的深度和代表性。

本书按电大教材顺序编排。前五十例，侧重对例题作必要的空间分析，从而展开解题步骤，对一些例题作了多种解法，以开阔思路。后五十例，侧重于图解，对较复杂的题目，绘出了立体图供参阅。我们的目的是想通过对例题的解析，帮助读者建立空间想象，提高分析问题和解决问题的能力；为解决画法几何中的疑难问题提供一定的启示，达到举一反三的效果。

本书不仅可作为电视大学工科学生的辅导材料，同时也适于其它工科院校、职工大学、函授大学学生及自学者在学习画法几何时参考。

本书承蒙中央电大《画法几何与工程制图》主讲教师高镇副教授审阅，特此致谢。

编　者

一九八四年六月

目　录

一、点、直线的投影

例1 已知A、B、C三点的投影如图1(a)，试判定A、B两点对C点的相对位置，并作出立体图。

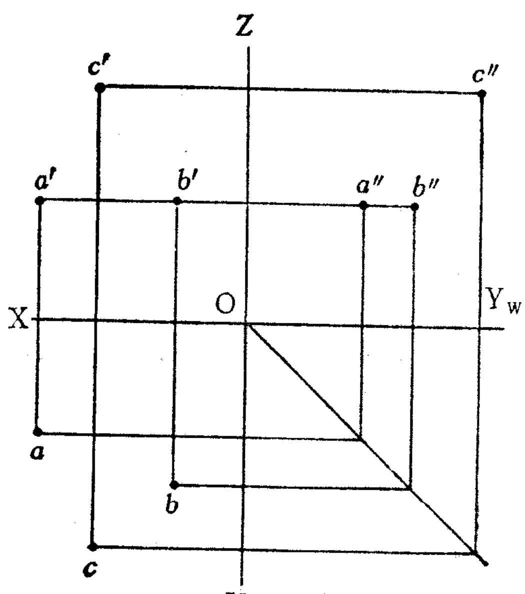
〔分析〕

在三投影面体系中，两点的相对位置是由两点的坐标差决定的。从已给投影知：①$x_A > x_C > x_B$，因此，A点在C点之左，B点在C点之右；②从三点的z坐标值看，$z_A = z_B < z_C$，故A、B两点都在C点之下；③从三点的y坐标值看，$y_A < y_B < y_c$，故A、B两点均在C点之后。综合上述，A、B两点对C点的相对位置应是：A点在C点的左下后方，B点在C点的右下后方。具体位置如立体图(b)所示。

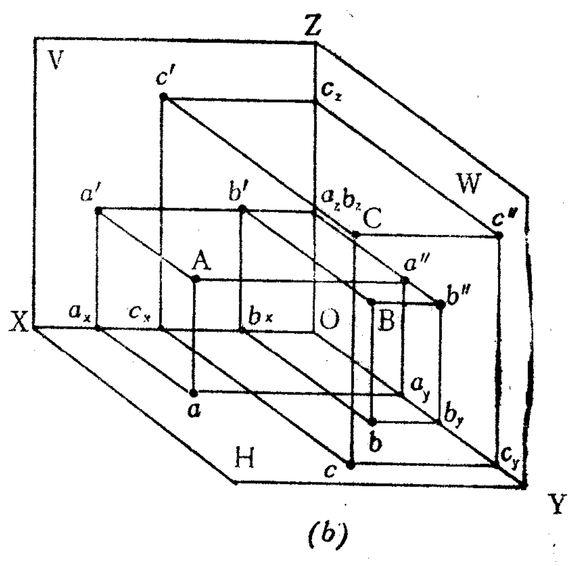
〔作图〕

(1)作相互垂直的三投影面(V、H、W)。其两两交线为OX、OY、OZ轴，并交于O点。(2)自O点在OX轴上量取x_C得c_x；由c_x点向上作OX轴的垂线，取z_C值得C点在V面投影c'；又由c_x作直线平行OY轴，并取y_c值得H面投影c。过c作直线平行OZ轴，过c'作直线平行OY轴，两直线交点，为C点在空间的位置。(3)自c'作直线平行OX轴，交OZ轴于c_z，自c作直线平行OX轴，交OY轴于c_y。(4)过c_z作直线平行OY轴，过c_y作直线平行OZ轴，两直线的交点即C点在W面的投影c''。完成C点立体图。

其它A、B两点立体图的作法、步骤与C点相同。可看图1(b)。



(a) 原题



(b)

图1

例 2 作出下列各点的两面（H、V）投影。已知：A点在V面前方30毫米、H面上方30毫米；B点在第一分角、距H面25毫米、距V面35毫米；C点在V面内、H面上方23毫米；D点在H面内、V面前方35毫米。

〔分析〕

（1）根据两面投影体系规定，A点在V面前方，y_A应取正值（30）。过a_x作直线垂直OX轴，自a_x量取$y_A=30$，得A点H面投影a。又因A点在H面的上方，其z值应为正，故自a_x量取$z_A=30$，得V面投影a'，即完成了A点的两面投影。

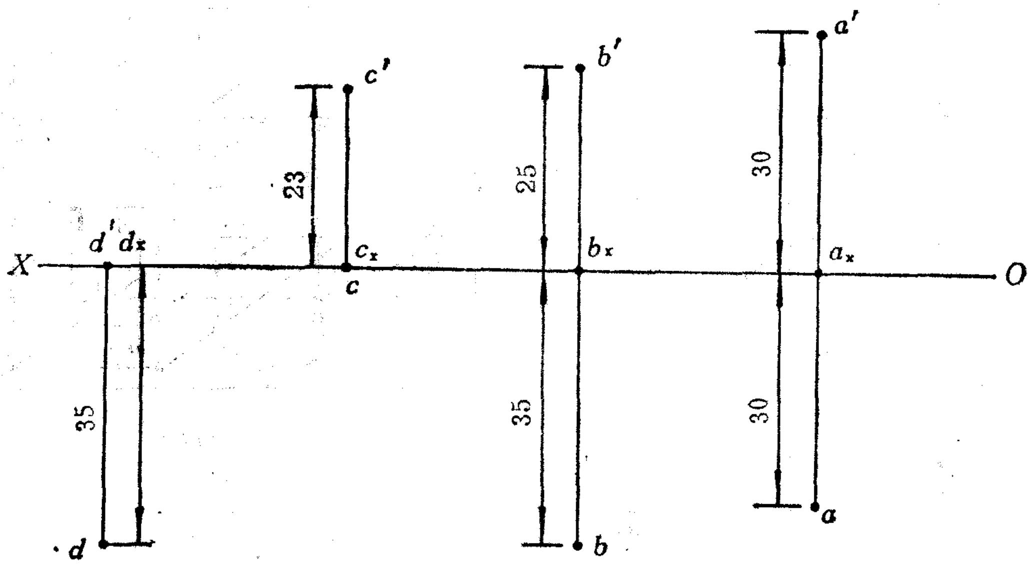
（2）B点在第一分角，其z、y值均为正，故其投影的作法与A点相同。

（3）C点在V面内，其y_c值为零，在H面上的投影c，必定落在OX轴上，与c_x重合。另外，C点又在H面的上方，z_c值为正，过c_x向上作直线垂直OX轴，量取$z_c=23$，得C点在V面上的投影c'。

（4）D点的投影作法与C点相似。因D点在H面内，其V面投影d'，应落在OX轴上与d_x重合（$z_D=0$）。故求D在H面上的投影d，可由d_x向下作OX轴的垂线，量取$y_D=35$，即得d投影。

解此类题应当特别注意分清所给各坐标值的正负，在相应的坐标方向量取。

（a）原题



（b）

图 2

例3　已知：（1）直线AB端点A的三面投影（a、a'、a''），如图3（a）所示；（2）B点在A点左方30毫米，前方25毫米，比A点高30毫米；（3）直线AC的端点C与A点同高，在A点左方35毫米，后方15毫米。

试作出AB、AC两直线的三面投影。（不准添加任何投影轴解题）

〔分析〕

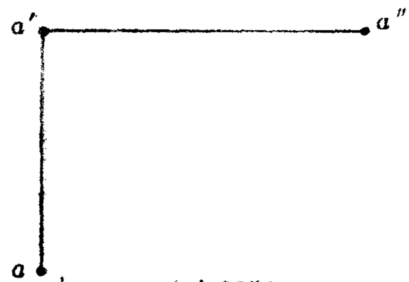
本题为无轴投影题。解此类题，最重要的是选定参考点，弄清各点与参考点的相对位置；然后，以参考点为基准，根据已给的相对数值来确定各点的投影。本题给出的A点，是唯一的参考点，求作B、C点的投影，均应以其为基准，逐点求出。

〔作图〕

（1）按题意B点在A点左方30毫米（即B、A两点X轴方向的坐标差值），因而在aa'连线的左边相距30毫米处，作平行于aa'的直线Ⅰ，则b及b'投影必在此直线上。又据B点比A点高30毫米，在a'正上方相距30毫米处作平行于$a'a''$的直线Ⅱ，直线Ⅰ、Ⅱ的交点即b'投影。据B点在A点前25毫米，在a投影的正下方相距25毫米处，作平行于$a'a''$的直线Ⅲ，与直线Ⅰ的交点即b投影。

（2）自a''向右，在相距25毫米处，作平行于aa'的直线Ⅳ，Ⅳ与Ⅱ的交点为b''，至此完成B点投影图。（在作出b、b'后，也可用图示箭头的方法求作b''）。

（3）C点投影的作图方法与B点相似，如图3（b）所示。



（a）原题

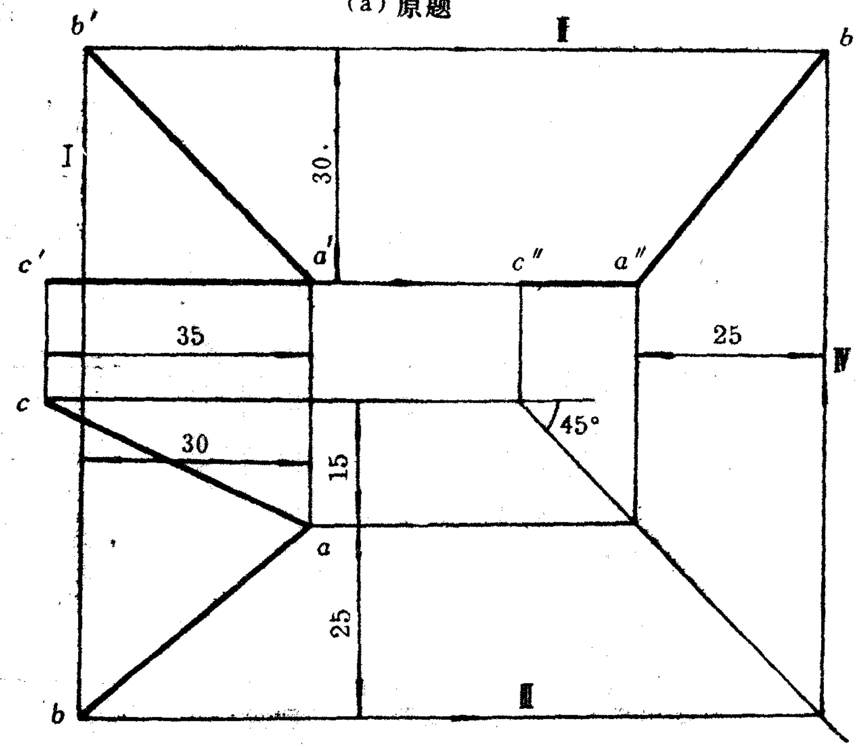


图　3

（b）

例 4 已知A（44，40，44）、B（8，10，0）、C（44，0，50）、D（15，40，16）各点，试求：（1）作出AB、CD两直线的三面投影；（2）在AB直线上取点M（距V面30），在CD直线上取点N，使CN：ND = 3：2；作出M、N的三面投影。

〔分析〕

由题中所给各点坐标值知A、B、C、D均在第一分角。先按它们的x、y、z坐标值，在H、V面上分别作出其投影a、b、c、d、a′、b′、c′、d′，然后按正投影规律作图得到W面投影（如图4箭头所示）。

又因所求M点距V面30毫米（即$y_M = 30$），可自O点向下在Y_H轴上量取30处，作直线与X轴平行，则此直线上的点都距V面30。此直线与AB的水平投影ab的交点，就是M点在H面的投影m。再由投影m作图得投影m′及m″（如图中箭头所示）。

N点的求法可采用定比定理解决。取ca作为辅助直线，在ca上自c起取相等五段得e，连ed；过第三段分点f处作一直线平行ed、且与cd相交于n，此交点即把cd分割为cn：nd = 3：2。然后，由n作垂直于OX轴的垂线交c′d′于n′，由n′作平行OX轴的水平线交c″d″于n″（如图中箭头所示），由投影n、n′、n″所决定的N点，即为所求。

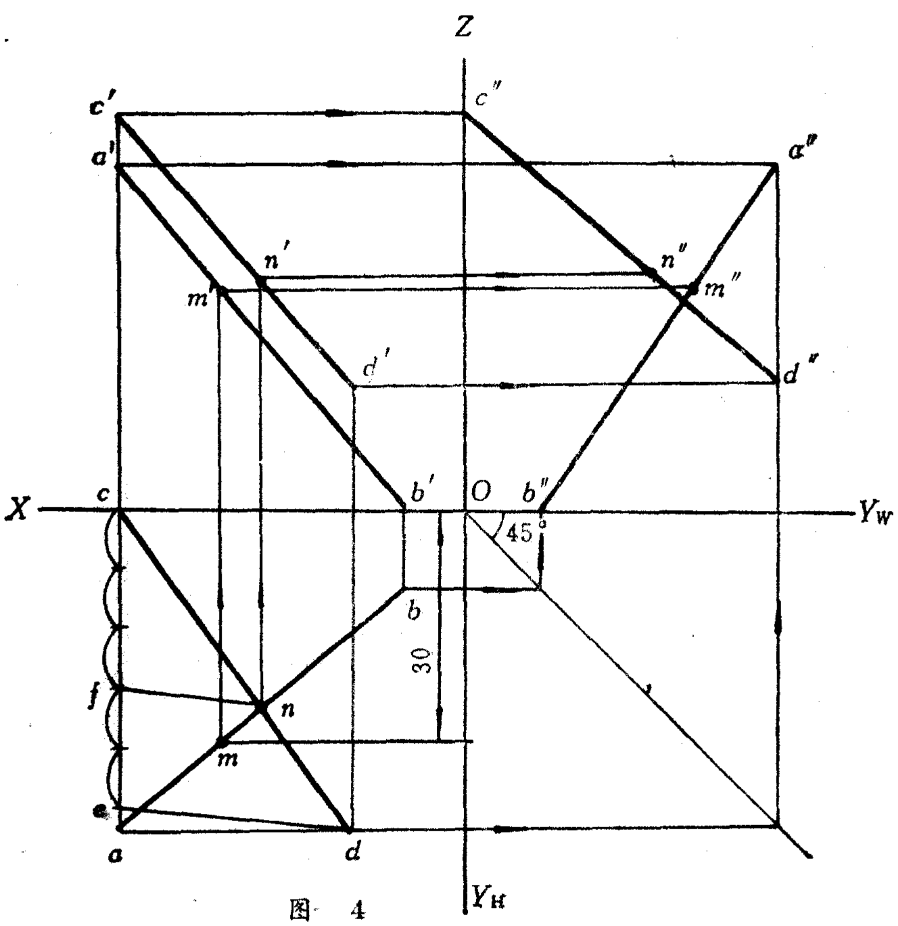


图 4

例 5 已知直线AB与W面的倾角$\gamma=30°$，及其投影a''、b''、b'，试补全AB的三面投影，并在AB上取一点M，使BM＝20毫米。

〔分析〕

从已知B点的两个投影b'、b''，可求出其H面投影b。按照直角三角形法，由已知的$a''b''$投影长及AB与W面的倾角$\gamma=30°$两个条件，可以作出AB线段在W面的投影直角三角形，从而获得A、B两点在坐标轴X方向的差值（Δx）。由B点、a''和Δx值作出a'、a。然后，在AB实长上量取BM＝20毫米而得到M点。用定比分点法作出M点的三面投影，解出此题。

〔作图〕

（1）按投影规律作出b。如图5（b）箭头所示。

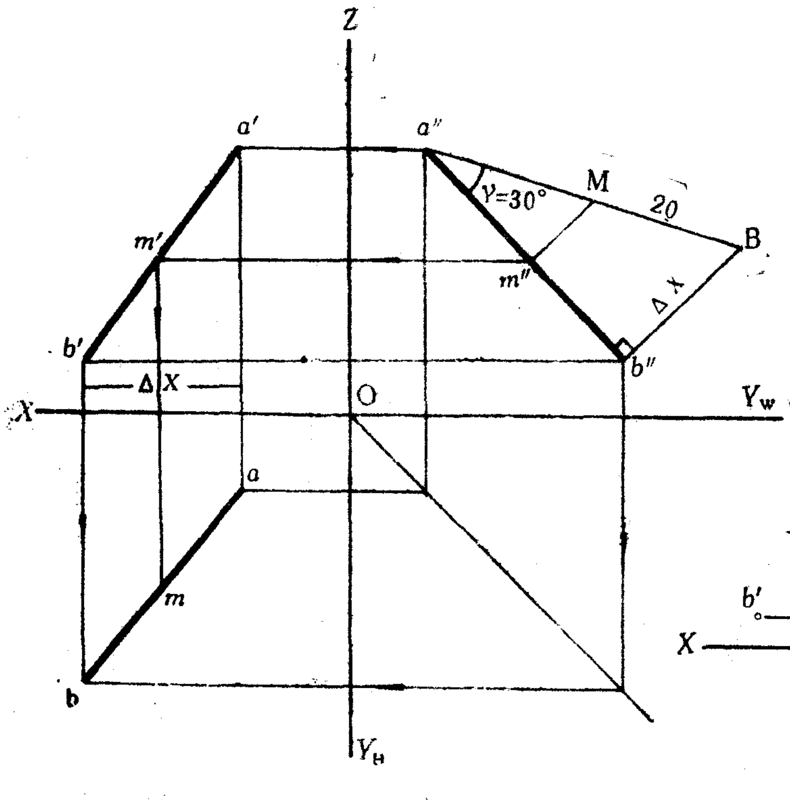
（2）以$a''b''$为一直角边，过a''作直线与之成30°角，并与过b''所作垂直$a''b''$的直线交于B。此直角三角形的斜边a''B即AB实长，Bb''边长即为A、B两点在X轴方向的坐标差值Δx。

（3）在距$b'b$为Δx处（左、右均可），作OX轴的垂直线，由a''在其上求得a及a'。

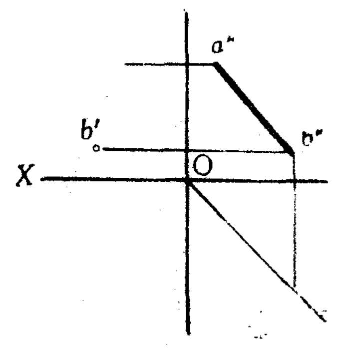
（4）在a''B斜边上取BM＝20得M，过M作直线平行Bb''、交$a''b''$于m''。

（5）过m''作Z轴的垂直线（如箭头所示）交$a'b'$于m'。

（6）过m'作X轴的垂直线交ab于m，完成M点作图。



（b）



（a）原题

图 5

例6 已知直线AB及点K的两面投影如图6(a)，试求出K点到AB的距离实长。

〔分析〕

从已知条件看出，AB为一侧平线。如果过K点作一直线与AB正交，则两直线在W面的投影，根据直角投影定理，应为直角，而K点到交点的距离，就是K点到直线AB的距离。

〔作图〕

(1)按投影规律作出K及AB的第三面投影k″、a″、b″。
(2)过k″向a″b″作垂线得交点m″。
(3)过m″作OZ轴的垂线，交a′b′于m′。
(4)过m″作OY轴的垂线，如(b)图箭头所示，在ab上求得m。
(5)连k′m′、km，作直角三角形Kkm，其斜边Km即K点到AB的距离实长。

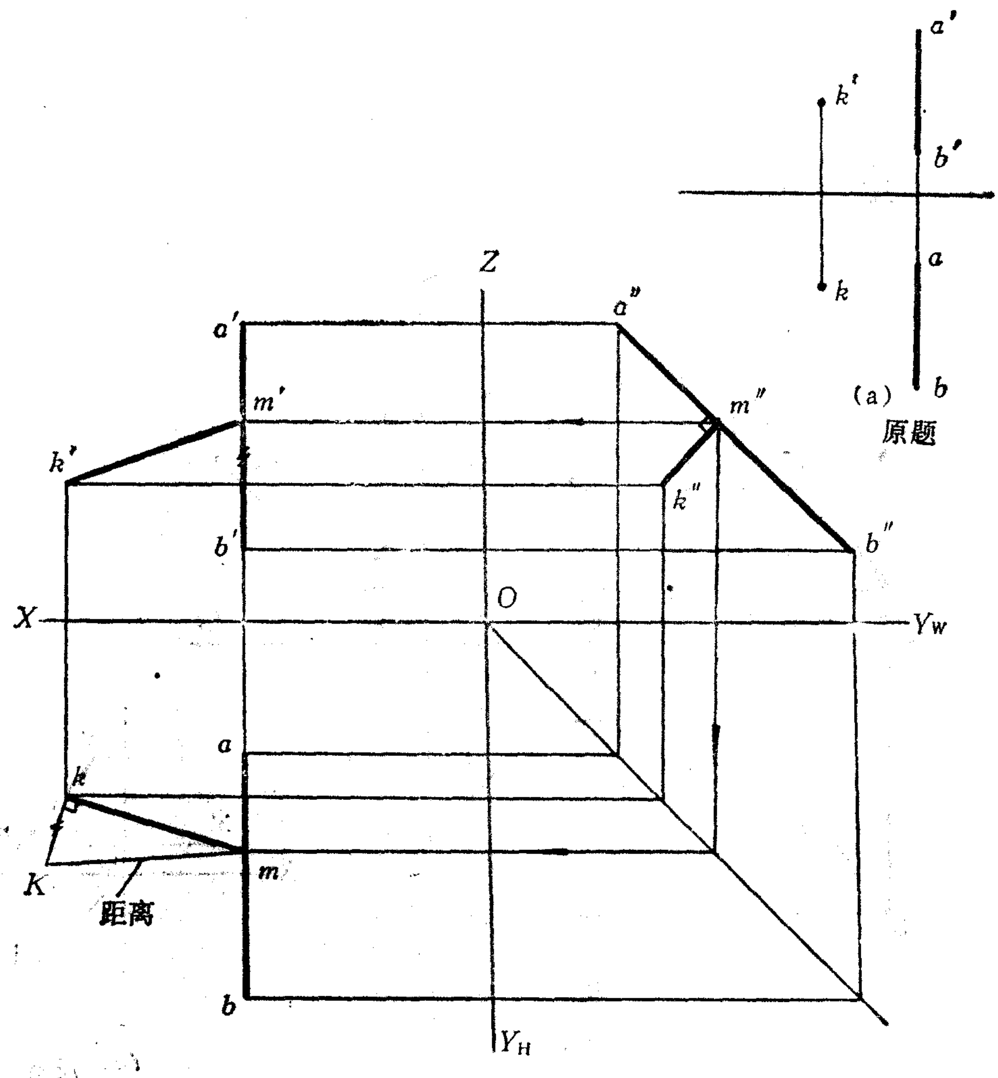


图 6

例7 已知AB、CD两直线及AB上一点O。求作一等腰三角形PMN，使PM=PN=40毫米，底边MN在AB上，顶点P在CD上，PO为高。（AB为正平线）

〔分析〕

因PO为等腰三角形的高，故PO⊥MN，即PO⊥AB，它应位于过O点所作垂直于AB的平面内。CD与此平面的交点应是顶点P。由已知PM=PN=40毫米，及PM、PN在Y轴上的坐标差等于PO在Y轴的坐标差（因M、N、O同在正平线AB上，y值相等），故可用直角三角形法求出在V面的投影长p′m′、p′n′，从而得到n′、m′。由n′、m′作图得到n、m。连PMN即为所求。

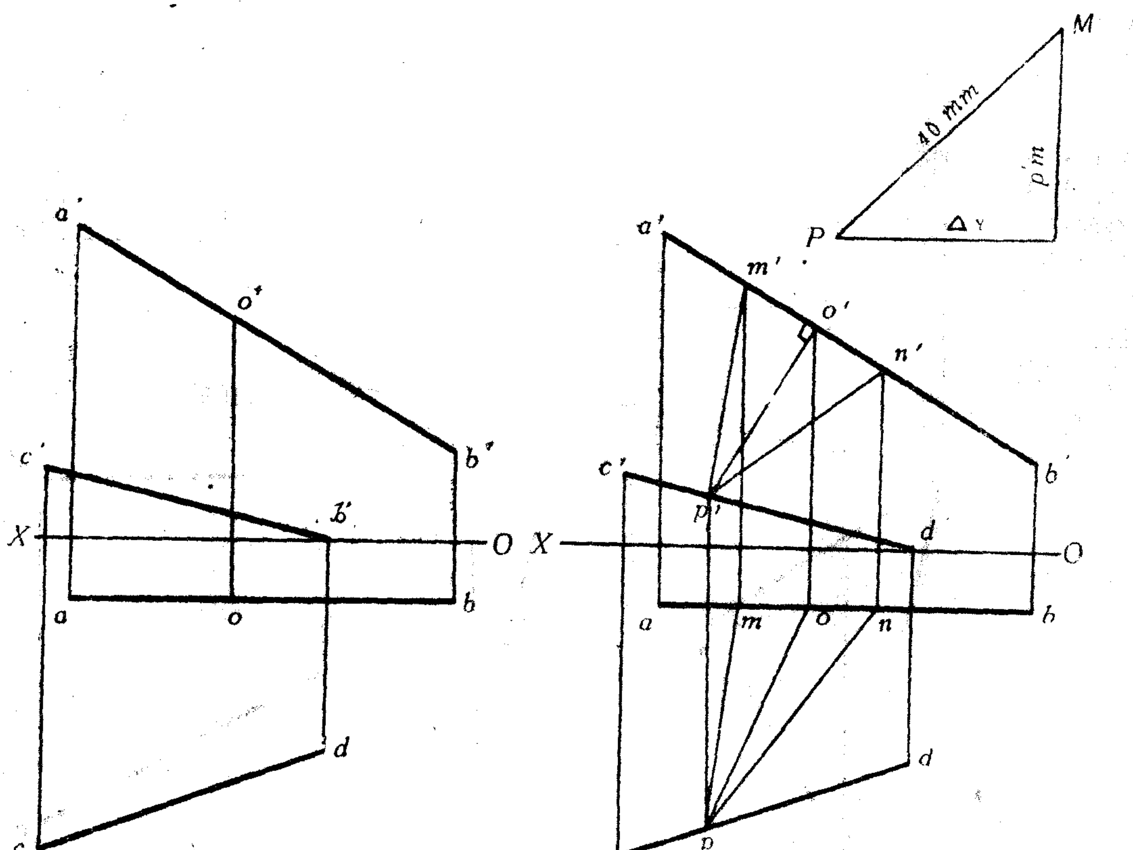
〔作图〕

（1）过O点作直线（或平面）垂直正平线AB，交CD于P点。

（2）以$\Delta y = y_p - y_o$为直角边，PM=40毫米为斜边，作直角三角形。所得的另一直角边即PM在V面的投影长（p′n′=p′m′）。

（3）以p′m′长为半径，p′为圆心，作圆弧交a′b′于两点n′、m′。

（4）由n′、m′作图得n、m。连ΔPMN即为所求的等腰三角形。



（a）原题　　（b）

图　7

例 8 以已知水平线BC〔如图8（a）〕为底边，作一等腰△ABC；等腰三角形的高AD＝40毫米，且它对H面的倾角$\alpha=30°$。本题有几解？

〔分析〕

从平面几何知，等腰三角形的高，即底边上的中垂线。现已知其底边BC为一水平线，根据直角投影定理，高与底边在H面的投影，应垂直相交。因而可以通过底边的中点，在H面上作出包含高的中垂面的投影。在此面内过中点符合对H面倾角$\alpha=30°$的直线共有四条，故本题有四解。

〔作图〕

（1）以AD＝40毫米作斜边，作一锐角$\alpha=30°$的直角三角形〔如图8（b）〕。30°角的邻边Ad即为高在H面的投影长，对边Dd为AD在V面投影的z坐标差$\triangle z$。

（2）过底边BC的中点D作其垂线（在H面过d作垂直bc的直线）。

（3）利用直角三角形得出的Ad长度，在bc中垂线上的不同方向截取得a_1、a_2，由它们分别向上引垂直于$b'c'$的垂线，如图8(c)箭头所示。在垂线上取距$b'c'$等于$\triangle z$的各点，得到A点在V面上的四个投影a_1'、a_2'、a_3'、a_4'，在H面上相应求得a_1、a_2、a_3、a_4，所代表的A_1、A_2、A_3、A_4各点与B、C的连线，均分别构成等腰三角形，且符合题所求的条件，为本题之四解。

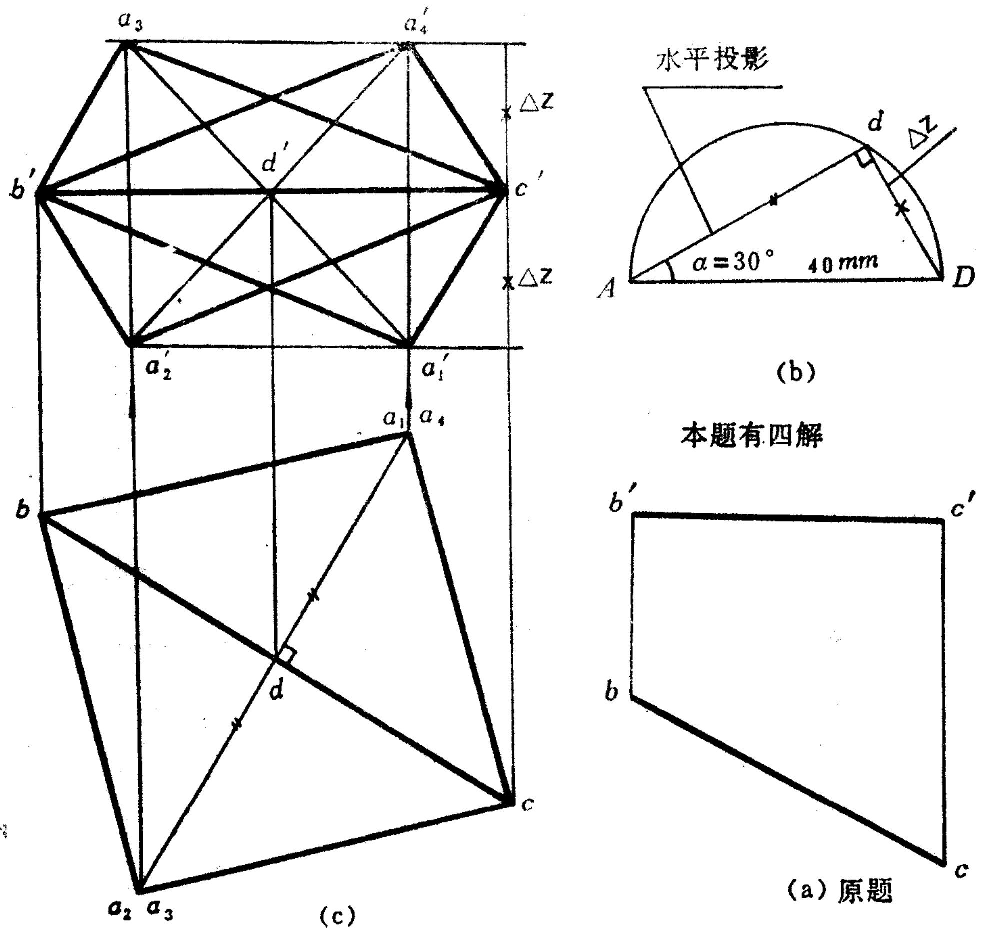


图 8

二、平面的投影

例9 在已知△ABC平面内开一平行四边形孔，如图9（a）所示。试作全△ABC及平行四边形DEFG的三面投影。

〔分析〕

本题可用平面内求直线，直线上找点的方法解出。

〔作图〕

（1）将d′e′左右延长使与a′c′交于1′，与a′b′交于2′。

（2）过1′作OX轴的垂线，交ac于1。过2′作OX轴的垂线，交ab于2，连1、2。

（3）过d′、e′分别作OX轴的垂线，与12连线的交点，即为d、e投影。

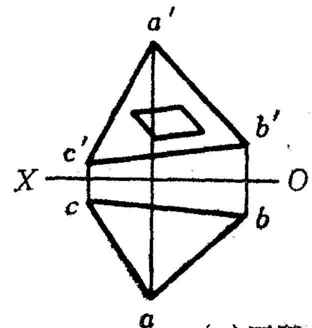
（4）延长d′g′交a′c′于3′。过3′作OX轴的垂线，交ca于3，连3、d。

（5）过g′作直线垂直OX轴，其与3d的交点即g。

（6）过g作de的平行线，过e作dg的平行线，两平行线的交点即f（平行四边形的投影同样是两组对边相互平行）。至此，在△ABC面内完成了四边形的H面投影。

（7）按投影规律，由△ABC的两面投影，作出其W面投影。a″、b″、c″积聚为一直线，说明此平面为一侧垂面。

（8）作出D、E、F、G四点在W面的投影d″、e″、f″、g″，如箭头所示。



(a)原题

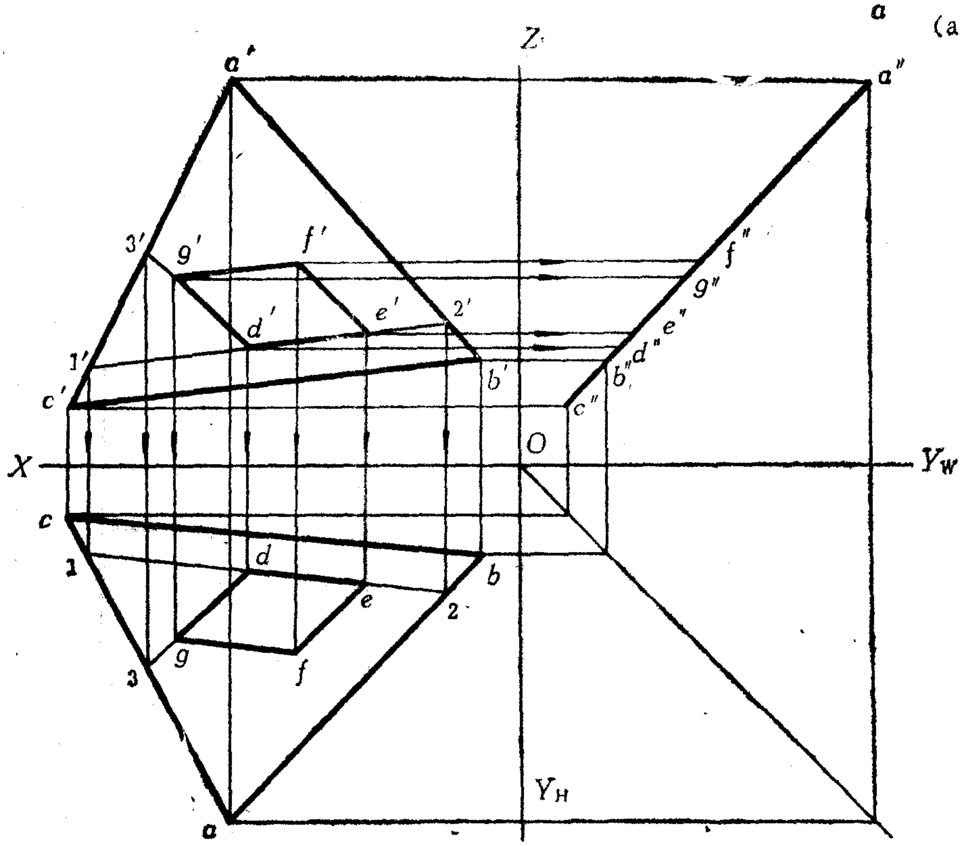


图 9 (b)

例10 设AB〔见图10（a）〕为某平面内对H面的最大斜度线，试作出该平面，及该平面对两投影面（H、V）的倾角α、β。

〔分析〕

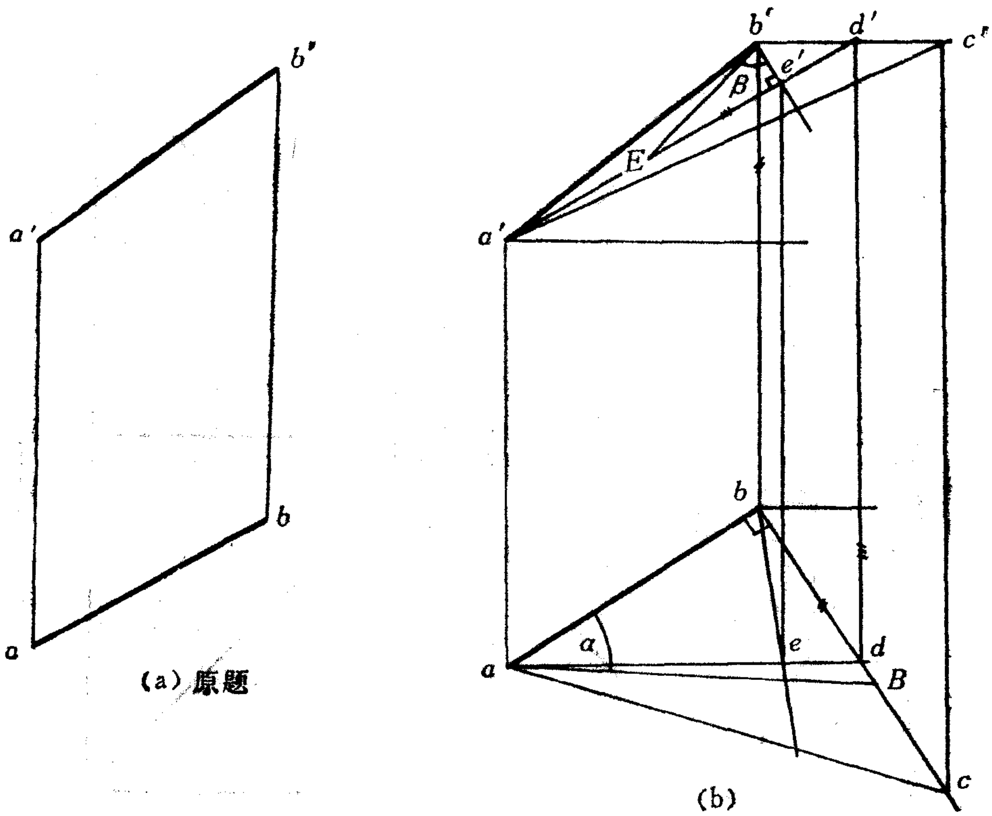
根据平面内最大斜度线的定义：平面对H面的最大斜度线，应垂直同平面内的水平线；平面对V面的最大斜度线，应垂直同平面内的正平线。因此，解本题时，可过已知最大斜度线AB上任一点，作一与之垂直的水平线，此水平线必是平面上的直线，此两直线所构成的平面，必符合题意要求。然后，用直角三角形法求出平面最大斜度线的倾角，就是平面的倾角。

〔作图〕

（1）过直线AB上B点作与之垂直的水平线BC，则AB×BC平面即为所求平面P。

（2）在P平面内取正平线AD，过B作BE⊥AD，则BE为P平面内对V面的最大斜度线。

（3）用直角三角形法，求出两条最大斜度线各自对H、V面的倾角，即为所求平面的倾角α、β。



(a) 原题

(b)

图10

例11 已知M小球自斜坡 ABCD 的顶面 AB（$/\!/$OX）上M_2处，沿斜坡自由滚落至M_0处（如图a所示m_0'已知）稍停后又继续滚至地面M_1处。

试求：（1）小球M滚落时的起始点M_2及终止点M_1的投影。（2）小球滚落路径的长度及斜坡的倾角（对H面）。

〔分析〕

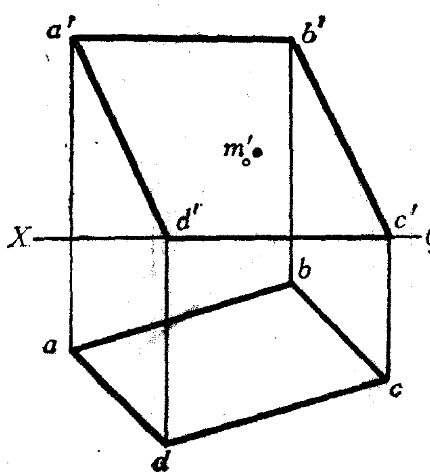
小球M在斜坡顶面顺坡滚落时，在重力作用下，必沿斜坡的最大斜度线（对H面）往下运动。并经过M_0。因此，可过M_0作出斜坡对H面的最大斜度线，延长之，上至顶面AB得始点M_2，下至地面CD得终点M_1。最后求出最大斜度线 M_1M_2 的实长及对H面的倾角α。

〔作图〕

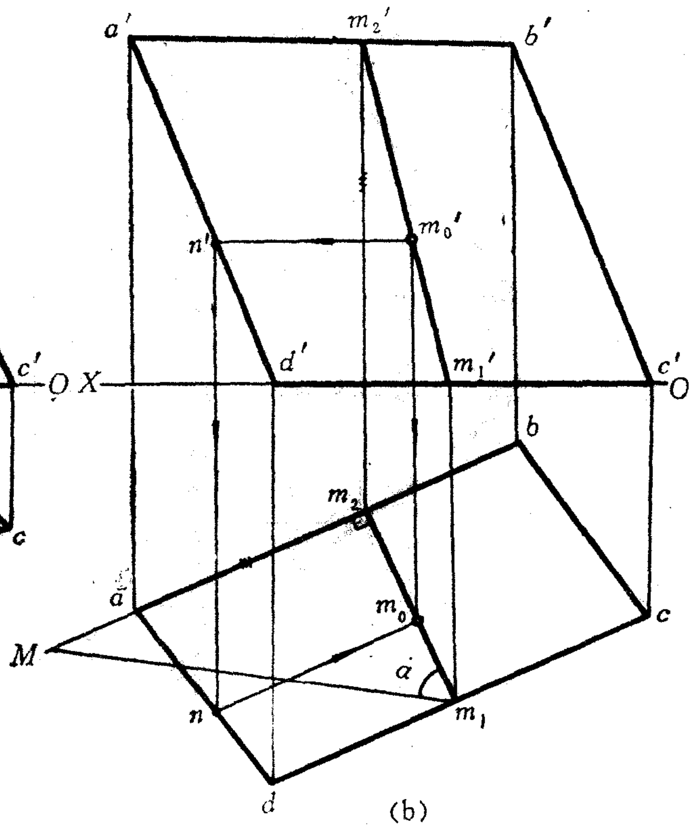
（1）由已知M_0点的V面投影m_0'，用面内求点法（如图箭头所示）作全M_0的投影m_0。

（2）过M_0点向AB作垂线，交AB于M_2点，延长M_2M_0交CD于M_1（因AB、CD均为面内水平线，故所作垂线为斜坡对H面的最大斜度线）。M_2、M_1为小球的起止点。

（3）以H面投影m_1m_2为直角边，m_1'与m_2'的z值差为另一直角边，作直角三角形，其斜边长为小球滚落时的路径长。斜边Mm_1与m_1m_2的夹角α，就是斜坡对H面的倾角。



(a) 原题



(b)

图 11

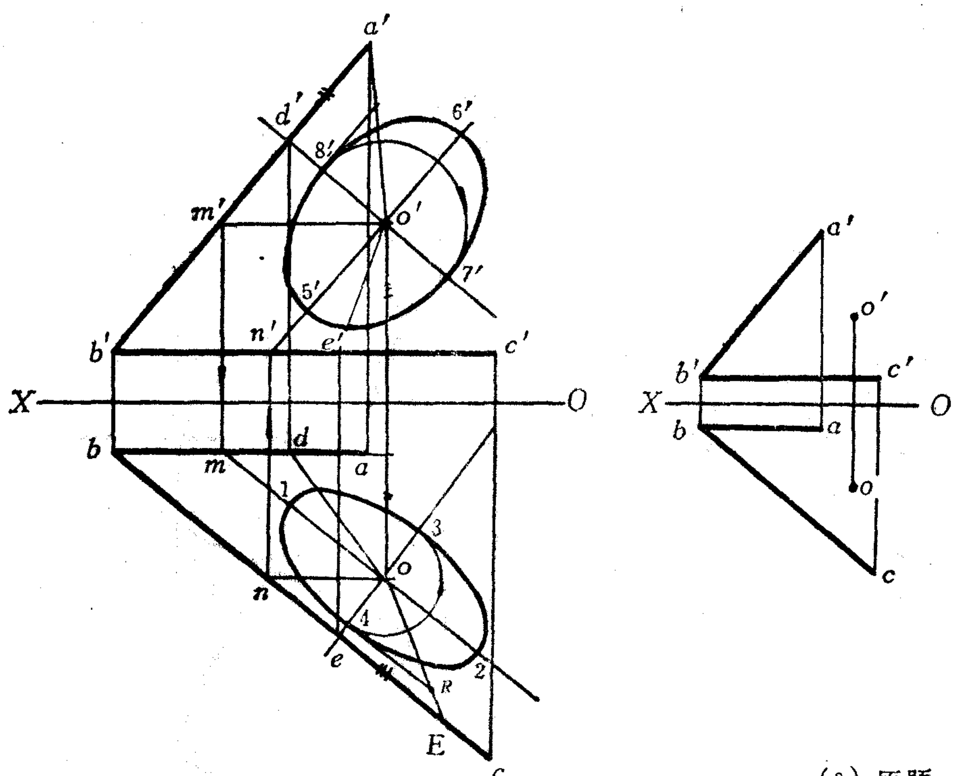
例12　已知平面 ABC 及其面内点 O 的两面投影，试求平面内圆 O（圆心为 O，直径 D＝30毫米）的两面投影。

〔分析〕

因一般位置圆的投影为椭圆，椭圆的长轴方向是过圆心的某投影面的平行线（正平线、水平线或侧平线），其长度等于圆的直径。椭圆的短轴是过圆心所作的垂直长轴的线段，其长度用定比分点法根据圆的直径作出。得出长、短轴后，椭圆即可作出。

〔作图〕

（1）过圆心 O 点作平面内正平线 ON、水平线 OM。
（2）在水平线的 H 面投影 om上，取 o1＝o2＝D/2，1 2 即为椭圆上的长轴。
（3）过 O 作 OM 的垂直线OE，交 BC 于 E。
（4）作出 OE实长，按 D/2作图得短轴长 4 3。
（5）用四心法作出圆在 H 面的投影——椭圆。
（6）用同样方法可作出圆在 V 面的投影，如图12（b）所示。



(b)　　　　(a) 原题

图　12