

133078



結構理論

第二卷

И. П. 普洛柯費耶夫著



高等教育出版社

5/803404

T2 k20

高等学校教学用书



結 構 理 論

第 二 卷

И. И. 普洛柯費耶夫著

唐山鐵道學院橋樑隧道系結構力學教研組譯

1

高 等 教 育 出 版 社



本書係根據蘇聯國立鐵路運輸出版社(Государственное транспортное железнодорожное издательство)出版的普洛柯費耶夫(И. П. Прокофьев)著“結構理論”(Теория сооружений)第二卷1947年第四版增訂版譯出的。原書經蘇聯交通部教育司審定為鐵路運輸高等學校教科書。

本書共分三卷：第一卷(譯本已出版)研究靜定結構；第二卷研究超靜定結構的形式及其靜力學計算，其內容說明可參看本書原序；第三卷研究結構的動力學計算及其穩定性計算。

本卷係唐山鐵道學院橋樑隧道系結構力學教研組范文田、陳大鵬、王業敏、戴天民、陸鳳書、高渠清、楊耀乾、陳英俊等同志集體翻譯及互校。

結 構 理 論

第 二 卷

И. П. 普洛柯費耶夫著

唐山鐵道學院橋樑隧道系結構力學教研組譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 15010-342 開本 850×1168 1/32 印張 134/15 字數 361,000

一九五四年十一月上海第一版

一九五七年一月上海第三次印刷

印數 6,001-6,000

定價(10) 洋 2.00

原 序

這本結構理論第二卷第四版是根據運輸與建築高等技術學校教學大綱的要求而修改增訂的。本版內容大體上一如前幾版。在本版中爲了能夠滿足各系不同範圍的教學大綱的要求而將本書的內容作了重新的安排。爲此目的，在前十七節中闡明最簡單的超靜定結構的計算原理時，這些原理對內容最爲縮減的教學大綱來說是必需的，列舉了各種簡單結構的例子：單跨及雙跨梁，簡單剛架，最簡單的桁架等等。

在特殊的各章中，分別作了複雜剛架，連續梁，穹頂與桁架的計算。

在本書中研究了超靜定結構的兩種基本計算方法：冗力法與形變法以及將二法結合起來的混合計算法。力矩定點比的計算方法主要用來研究連續梁及單層剛架以繪製影響線。

掌握這些方法之後，學生就可以獨立地在廣泛的文獻中仔細研討曾爲詳細的專門書刊所敘述的計算剛架的各種方法（阿基莫夫-別列茨，日莫契金，拉賓諾維奇，烏里亞尼茨基等）。

根據同樣理由，本版並未把計算複雜剛架的近似方法加以研討（如克勞斯法，修正剛度法等等），著者認爲最好在結構設計中來掌握這些方法。

關於按破壞載重計算超靜定結構的問題，在本版中主要是對於連續梁簡要地加以敘述；這個問題以對於連續梁的計算研究得最爲充分。

著者應當感謝對第三版提出了意見的教研組以及個別人士，這些意見使著者減輕了第四版方面的準備工作。

И. И. 普洛柯費耶夫教授

第二卷目錄

原序

緒論	1
第一章 基本知識	1
§ 1 一般概念	1
習題與練習	4
冗力法	5
第二章 計算的基礎	5
§ 2 計算的結構或基本結構	5
§ 3 超靜定結構中的力矩、應力與變形的方程式	9
§ 4 作正則方程式以推求贅餘未知力	10
習題與練習	14
第三章 具有一個贅餘未知力或兩個贅餘未知力的結構	16
§ 5 具有一個或兩個贅餘連桿的結構的計算	16
例題 1—2	16
習題與練習	19
§ 6 最小功原理	20
習題與練習	21
§ 7 溫度、支座移動以及預加拉力的影響	22
1. 溫度的影響	23
2. 支座移動的影響	24
3. 人爲拉伸的影響	26
習題與練習	27
§ 8 正則方程式簡化的可能性	29
§ 9 對稱結構中正則方程式之簡化、成對的未知力	30
1. 對稱未知力	30
2. “成對的”對稱與反對稱的未知力	31
3. 在對稱載重與反對稱載重的條件下，將未知力轉化爲零	33
§ 10 未知力方向的選擇	34
§ 11 平行移軸法、把力移至虛設彈性力中心	37
例題 3—4	41
習題與練習	47
§ 12 核對正則方程式中的計算	48
1. 核算未知力的係數	49

2. 已知項的核算	53
第四章 影響線	55
§ 13 贅餘未知力的影響線	55
例題 5-6	56
§ 14 梁及剛架結構的影響線縱距的計算表	60
1. 兩端自由支承的桿件	60
2. 一端固定的桿件	62
§ 15 結構各構件截面內應力及力矩的影響線	63
§ 16 影響線的型式	65
§ 17 怎樣在影響線上佈置載重	67
習題與練習	70
第五章 實體拱與穹頂	72
§ 18 拱的特性、軸的形狀	72
1. 拱軸	73
2. 載重及其在拱身上的傳遞	74
第六章 無鉸拱與穹頂	75
§ 19 截面沿拱長度上之變化	75
§ 20 基本結構	77
§ 21 計算未知力的公式及其可能的簡化	80
§ 22 壓力多邊形或壓力曲線	87
§ 23 拋物線軸拱的計算	89
1. 集中力	91
2. 分佈載重	98
例題 7	102
§ 24 影響線的解析作法	104
例題 8	104
§ 25 以分項積分法計算具有任意形狀拱軸的拱	109
例題 9	111
§ 26 用影響線計算具有任意形狀拱軸的拱	116
例題 10	122
§ 27 溫度變化及混凝土收縮的影響	127
§ 28 在具有合理軸的拱中拱壓力的影響	129
§ 29 具有懸索形軸線的穹頂的計算	133
§ 30 具有輻向載重的圓形拱的計算	137
第七章 兩鉸拱	139
§ 31 在兩鉸拱計算中所可能作的簡化	139
§ 32 壓力多邊形	142
§ 33 拋物線拱之分析計算	143

1. 集中載重	145
2. 連續載重	145
3. 影響線	147
4. 支點反力線	149
§ 34 拱軸為任意形狀的拱或厚度按任意規律變化的拱的計算	151
§ 35 具有繫桿的拱	152
§ 36 拱軸彈性變形對於拱內力矩數值的影響	153
第八章 桁架	157
§ 37 基本結構及正則方程式的簡化	157
例題 11	160
§ 38 靜重下的計算	163
例題 12	164
§ 39 桁架計算的核對	165
§ 40 溫度情況變化的影響	167
§ 41 桿件截面尺寸的預先決定	168
§ 42 活重下的計算	170
例題 13	172
習題與練習	176
§ 43 多重腹桿桁架	180
例題 14	183
第九章 連續梁	191
§ 44 基本結構、三力矩公式	191
§ 45 靜載重的作用	194
§ 46 受熱及支承下沈的影響	196
§ 47 定點及定點比	198
§ 48 載重跨內的支承力矩	201
§ 49 影響線	202
例題 15	204
§ 50 最不利的載重情形	210
§ 51 複合計算圖	212
習題與練習	213
§ 52 截面變化影響的計算	214
§ 53 在彈性下沈的鉸支座上之連續梁	215
第十章 複雜剛架	220
§ 54 基本結構的選擇	220
1. 基本結構簡圖	220
2. 基本結構的評比	222
3. 特殊情形	227
習題與練習	228

§ 55 利用對稱關係而得到的簡化	229
§ 56 用轉移未知力的方法使正則方程式簡化	235
習題與練習	241
§ 57 成組未知力及成組變位	241
§ 58 計算圖的作法及其正確性的檢查	246
§ 59 複雜剛架的計算步驟	253
例題 16	254
§ 60 按成組單位力與成組未知力繪製力矩圖	261
§ 61 影響線	262
例題 17	263
§ 62 溫度狀況變化的影響	271
例題 18	272
§ 63 剛架橫截面的初步確定	275

變位法(形變法) 279

第十一章 方法的本質 279

§ 64 基本前提及概念	279
§ 65 基本結構以及未知數數目的確定	282
習題與練習	284

第十二章 靜重下的計算方法 286

§ 66 正則方程式的組成	286
1. 符號	286
2. 根據平衡條件組成正則方程式	296
3. 未知數前的係數	287
4. 各正則方程式中的載重項	291
5. r_{km} 及 δ_{mk} 值的互換性	293
6. 按功的互等定理組成正則方程式	297
例題 19	298
7. 幾點總結	301
§ 67 用高斯的簡化法解方程式	301
例題 20	301
§ 68 計算用圖形的作法	303
§ 69 對稱的利用	306
習題與練習	309
§ 70 在非平行支柱的剛架計算中組成方程式的特殊性	310
§ 71 溫度影響的計算	316
1. 均勻加熱	318
2. 不均勻加熱	320
3. 方程式的組成	321
例題 21	322

§ 72 支座處的線位移與截面轉動的影響	327
第十三章 影響線的作法	329
§ 73 影響線	329
1. 未知數(節點轉動角與位移)影響線的作法	329
2. 內力矩與內力影響線的作法	331
例題 22	333
§ 74 截面變化的計算	338
補充篇	341
第十四章 剛架計算的混合法及聯合法	341
§ 75 一般的方針	341
§ 76 計算方程式的組成	343
例題 23	345
§ 77 聯合法	351
第十五章 用定點比法計算剛架	353
§ 78 方法的實質	353
§ 79 定點比	354
§ 80 端力矩的公式	358
§ 81 無節點位移及閉合圖形的剛架的計算	360
例題 24	360
§ 82 具有閉合圖形但無節點線位移的剛架的計算	363
§ 83 具有水平位移的剛架的計算	364
§ 84 一般的結論	365
第十六章 按極限載重計算法	367
§ 85 計算的基礎	367
§ 86 在一次載重下具有實體截面的結構的載重量	368
§ 87 桁架結構中的載重量	372
§ 88 在多次載重下超靜定結構的作用	374
附錄 1 應用高斯簡化法解正則方程式	375
附錄 2 用逐次接近法(反覆法)解算方程式	385
習題解答及答案	391
俄中文名詞對照表	412
人名對照表	414

緒 論

第一章 基本知識

§1 一般概念

凡不能僅用靜力學方程式計算的結構稱為超靜定結構。在形成方式上,超靜定結構與靜定結構之不同在於:除了形成穩定靜定的結構所必需的連桿之外,超靜定結構中還有着贅餘的連桿(連結)。這些連桿可以是外部的——支座連桿,也可以是內部的——個別連鎖相互間的連桿以及連鎖本身內的連桿。

兩端固定的折線形樑(剛架)(圖1),在支承處具有 $2 \times 3 = 6$ 個連結(連桿),因此,是外部超靜定。

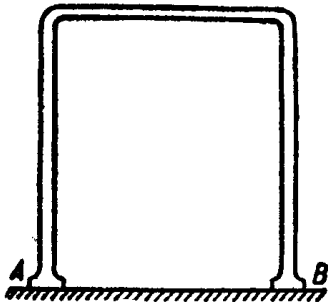


圖 1

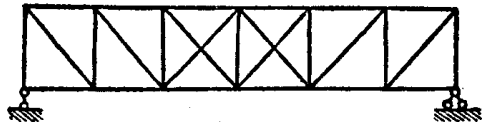


圖 2

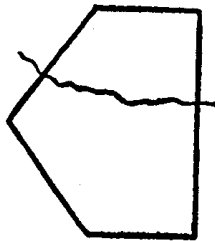


圖 3

圖2所示之桁架,在中央二個節間內,具有兩個額外的連桿,其形式為二個多餘的斜桿,因此,該桁架為內部超靜定。

組成超靜定結構的贅餘連桿或贅餘連結的數目就決定了它的超定

次數,根據這個規定,這些結構就被稱為二次超定(圖 2),三次超定(圖 1 及 3),一般地說是 m 次超定。

根據下列的論述,我們就可以推求複雜結構的超定次數。

每一個無鉸的平面閉合圖形皆是三次超定,因若以橫截面(圖 3)切斷這種圖形,則在其切口處應放上兩個內力及一個力矩,即為六個未知力。為了推求這六個未知力,我們有着三個靜力學方程式。

同樣的情形也存在於由空心格子所構成的一切閉合圖形中(圖 4)。

因此,若結構中的連鎖與桿件(將地基也算在連鎖之內)構成 k 個閉合圖形,則結構的超定次數 m 等於:

$$m = 3k. \quad (1)$$

每個圖形中含有一個鉸或者若干個鉸時就可以使我們組成額外的平衡方程式,額外平衡方程式的數目根據交匯於鉸處的桿件或連鎖的數目而定。若一個鉸連結着兩個連鎖,使鉸所連結的結構的兩部份中之一部份上所作用的力與載重對鉸的力矩等於零之後,我們就可以組成一個額外平衡方程式;若一個鉸連結着三個連鎖(圖 5),則使交匯於鉸^①處的結構的三部份中之二部份上的力與載重對鉸的力矩等於零之後,我們就可以組成兩個額外的平衡方程式,依此類推。因此,對於每一個鉸所可能寫出的額外的靜力學方程式的數目,比交匯於鉸處的桿件或連鎖的數目少一。

因此,決定結構超定次數的贅桿數目等於結構的閉合圖形數目的三倍減去由於中間鉸所可能寫出的額外的靜力學方程式的數目。這個原理給了我們下列的關係式:

$$m = 3k - 1u_2 - 2u_3 - 3u_4 - \dots, \quad (2)$$

此處 k —結構中閉合圖形的數目; u_2, u_3, u_4 —連結着二個,三個……

① 可以把鉸當作是由兩個鉸疊合而成的:屬於桿件 ad 的鉸 d_1 , 以及屬於桿件 db 的鉸 d_2 。

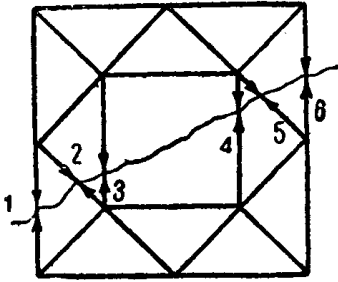


圖 4

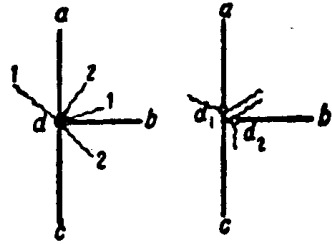


圖 5

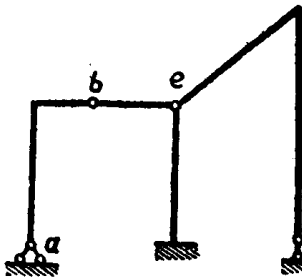


圖 6

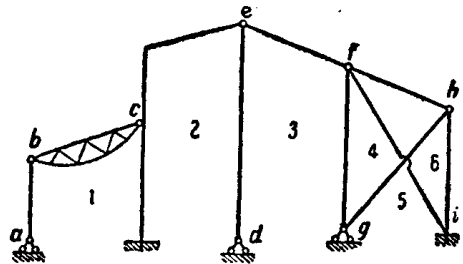


圖 7

桿件或連鎖的鉸的數目， m —贅桿數目。

例如，圖 6 所示的結構中有着兩個閉合圖形，四個鉸(a, b, c, d)中每個鉸皆可組成一個額外方程式，並有一個鉸(e)可以組成兩個額外方程式；由此得，

$$m = 3 \times 2 - 1 \times 4 - 2 \times 1 = 0,$$

即結構為靜定。

圖 7 所示的結構有六個閉合圖形（四邊形 $gfhi$ 包含了三個閉合圖形： gfi , hgi , 與 fhi ）與 8 個鉸，而 $u_2 = 4$ （鉸 a, b, d, c ） $u_3 = 3$ （鉸 e, g, h ）， $u_4 = 1$ （鉸 f ），因之：

$$m = 3 \times 6 - 1 \times 4 - 2 \times 3 - 3 \times 1 = 5.$$

因此，結構為五次超定。

在計算超靜定結構時，除靜力學方程式之外，必須按結構中贅桿數目 m 組成 m 個額外方程式，再由解 m 個聯立方程式來計算這些未知

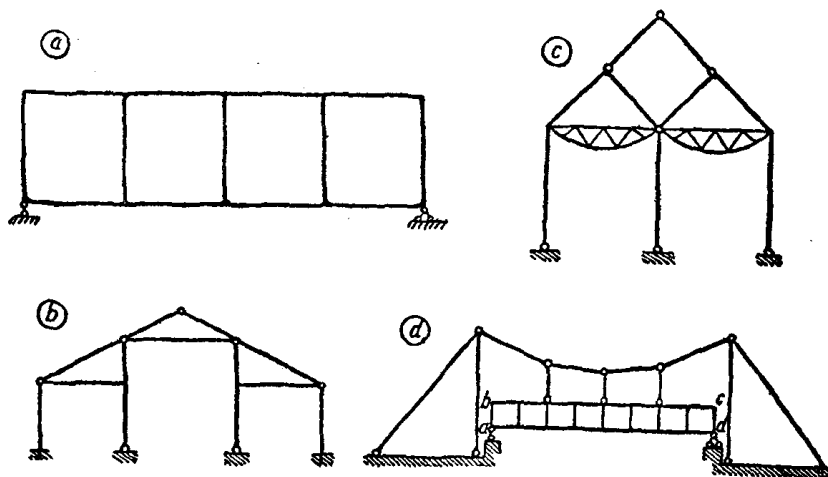


圖 8

力。這種步驟伴隨着令人厭煩的計算，而這些計算又可以引起很大的差誤，因之很自然的要尋求這樣一種方法；使方程式中的未知數部份等於零，或是使這些方程式中的個別未知數化為零。

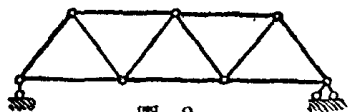


圖 9

結構力學基本上研究兩種計算超靜定結構的方法：冗力法與形變法。一切其他的計算方法（固定點法等）皆來源於以上兩法。

上述兩個基本方法在計算結構時可以聯合應用。這就創立了所謂混合法與聯合法。

習題與練習

1. 推求圖 8 所示結構的超靜定次數。
2. 若圖 8, a 所示結構的上部節點為鉸，此結構之超靜定次數如何改變？
3. 利用式 (2) 核對圖 9 所示結構的靜定條件。

冗 力 法

第二章 計算的基礎

§ 2 計算的結構或基本結構

爲了用冗力法來進行計算，必須用拆除超靜定結構中贅桿的辦法，把超靜定結構化爲帶有力與力矩的靜定而穩定的結構。這些力與力矩是用來代替被拆除的連桿的。用此種方法得到的靜定結構叫作計算的結構或基本結構。

對於同一個已知的超靜定結構，可以用各種不同的方法拆除贅桿，因此基本結構的簡圖可以極廣泛地改變着形式。例如，圖 10 所示的二次超定桁架可以用以下的方法導出：

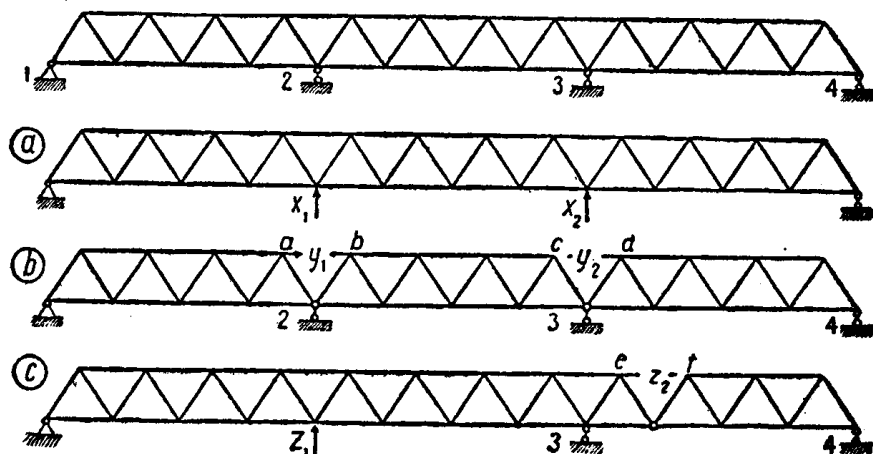


圖 10

1) 拆除兩個中間支承連桿(圖 10, a)使桁架變爲支於兩個支承上而帶有兩個附加力 X_1 與 X_2 的桁架；

2) 拆除 ab 及 cd 兩桿(圖 10, b)使桁架變爲帶有附加力 Y_1 與 Y_2 的三個雙支承的梁式桁架；

3) 拆除桿件 ef 與一個支承連桿(圖 10, c)使桁架變為帶有一個懸跨與兩個附加力 Z_1, Z_2 的雙支承懸出桁架等等。

圖 11 所示三次超定的拱可以化爲：一端固定的兩個曲梁(圖 11, a)；三鉸拱(圖 11, b)；自由支承於兩個支座上的曲梁(圖 11, c)等等。

不可能給出一定的指示以選擇基本結構；這大多要根據計算的經驗而定。一般說來，選擇基本結構時應當遵循下列的原則。

1. 基本結構應該滿足穩定條件。

除了在靜定結構中所應用的推求穩定性的方法之外，我們還必須

記住，拆除那些能用靜力學方程式求得應力的連桿會破壞結構的穩定性。

例如，在圖 12 所示之結構中，不能去掉節點 2—6 間的任一腹桿，這些腹桿中的應力可以從豎直截面中，將作用於截面一側的諸力投影在豎直軸上來推算之。實際上，移去這些桿件時，就得到由三個平行桿件所連結的兩個連鎖。

2. 基本結構在計算上應當儘量簡單。例如，若回到圖 10 所示的結構，則我們寧願選用支於兩個支承的桁架，(圖 10, a 與 b)而不選用比前兩個更複雜的懸出桁架(圖 10, c)。

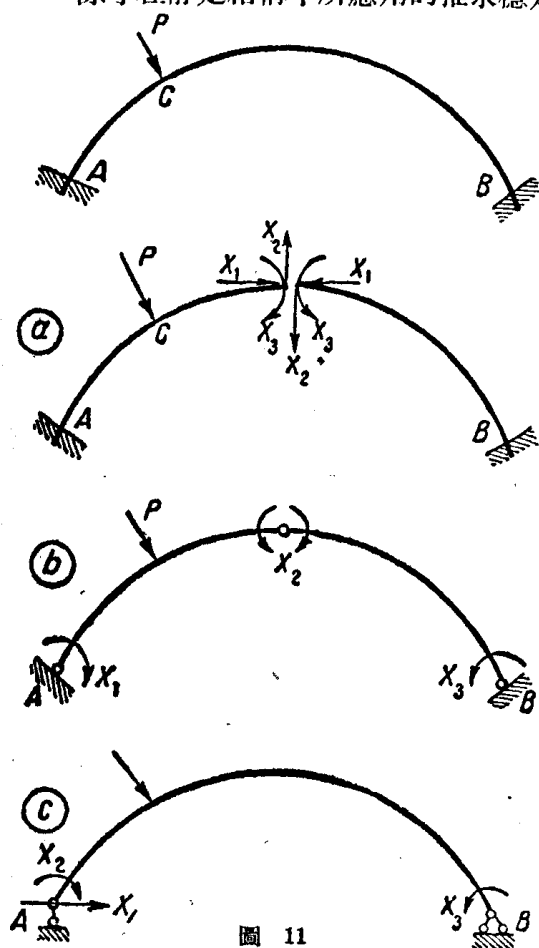


圖 11

3. 基本結構在可能範圍內應當是對稱的。這樣就簡化了結構中應力與變位的計算，這一點在以後的 § 9 中詳述之。

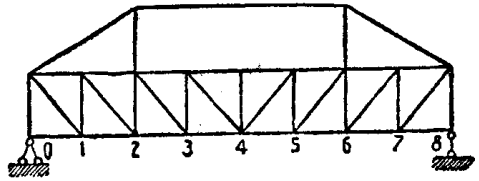


圖 12

4. 應當來這樣挑選基本結構，以使原來載重與所取超定力的影響儘量局限於結構的一部份，這樣就簡化了計算過程。例如，在計算圖 11 所示之拱時，我們應選用圖 11, a 所示之基本結構，因為此時載重對於結構的影響被局限於 AC 部份，而在圖 11 所示的其他兩個基本桁架中，載重的作用分佈於全部結構上。

如上所述，通常將靜定結構當作基本結構。但是並未取消選擇超靜定結構作為基本結構的可能性，只要所選結構的超定次數較原來結構為低；此時在基本結構中用力或力矩用以代替原來結構中被拆除的贅桿。這只有當那些作為基本結構的超定結構的性質已被研究過，而且我們能很好地利用這些性質時，才有可能以次數較低的超定結構作為基本結構。

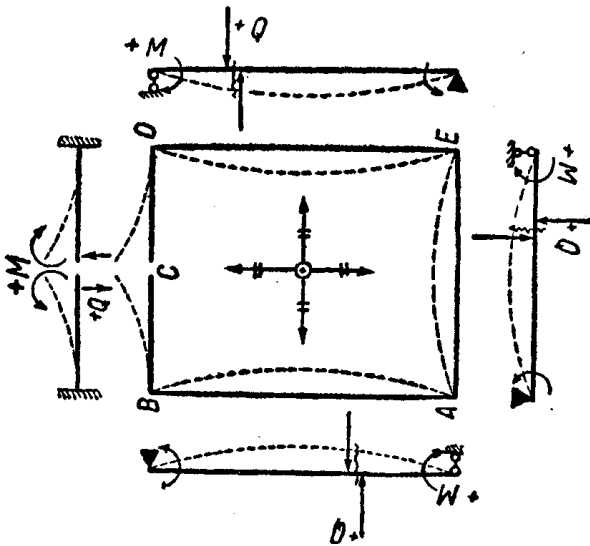


圖 13

符號法則。在基本結構中引用了力與力矩，用以代替被拆除的贅桿，力與力矩的方向是可以任意選擇的；而未知數的真正方向卻由最後計算中得出的符號決定之。帶正號的計算結果告訴我們，所求應力或力矩的實際方向

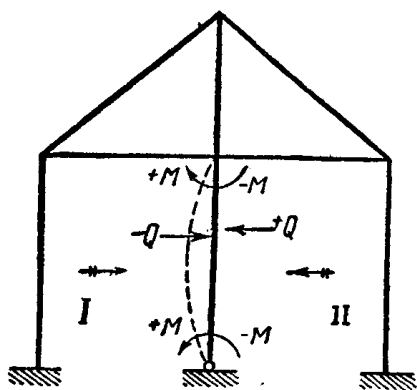


圖 14

與計算中所採用的方向相符；而負號則說明計算中所採用的方向應被變為反向

在閉合形狀的結構中，是由一個位於閉合圖形之內的觀察者的論點來斷定變位的符號，以及與該變位相對應的力矩與應力的符號。

因此，在圖 13 所示之剛架中，以虛線表示了每邊軸線彎曲的正號

方向。觀察者位於剛架圖形之中，並把剛架的各邊當作直梁，因而，他將看到；所有各邊對他來說宛如向下彎曲一樣，而這種情形又符合於變位底正號方向。圖 13 中以箭頭表示了符合於上述彎曲的正號力矩的方向。

若剪力使它所作用的部份沿順時針方向旋轉，則它的方向是正的。圖 13 中，以各個箭頭表示了這些方向。

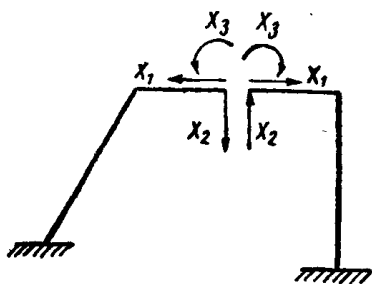


圖 15

結構中有幾個閉合圖形時(圖 14)，使觀察者接連不斷地由一個圖形轉到另一個圖形就可以定出各個桿件力矩的符號。這樣，圖 14 所示的中間柱的力矩對圖形 I 來說為正，對圖形 II 來說則為負。該桿件的剪力對兩個圖形來說將具有同樣的符號。

在任意傾斜桿軸的情形下，從桿件切口拉開的方向，是軸向力的正號方向。

未知力方向底選擇。為了在所有公式的結論中取得一律起見，我們約定對被截離的實體桿件右面部份所作用的內力 X_1 及 X_2 ，採取向右與向上的方向(圖 15)，而力矩 X_3 採取順時針方向。因而作用於結