

系 统 科 学 丛 书

数学模型与工业自动控制

第 二 卷 轧钢过程的控制

李国平 宋瑞玉 范文涛编著

湖 北 人 民 出 版 社

系 统 科 学 丛 书

数学模型与工业自动控制

第 二 卷

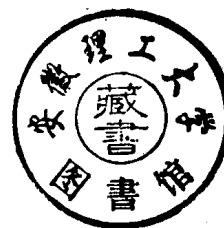
轧钢过程的控制

李国平 宋瑞玉 范文涛编著

人 民 出 版 社

11111

系统科学丛书
数学模型与工业自动控制
第二卷
轧钢过程的控制
李国平 宋瑞玉 范文涛编著



湖北人民出版社出版 湖北省新华书店发行
湖北省新华印刷厂印刷

787×1092毫米16开本 25.25印张 621,000字
1980年9月第1版 1980年9月第1次印刷
印数：1—1,800

统一书号：13106·47 定价：3.88元

目 录

第四篇 轧钢过程的控制模型

第十章 轧钢过程的工艺要点概述	3
§ 52 研究金属形变的若干概念	3
金属强度(3) 金属加工温度对强度的影响(7) 变形速度与变形程度对屈服强度的影响(8) 热轧过程 $\sigma_{ST\Gamma}$ 计算综合研究问题的引述(10) 冷加工条件下的平均变形抵抗计算(16)	
§ 53 单位轧制压力与轧制总压力的计算	18
柴利苛夫(А. И. Целйков)考廖耶夫(А. А. Короёв)单位压力公式(18) 其他压力公式的引述(27) 经验单位压力公式(32) 轧制力公式的数学简化(37) 金属轧制中的中立角计算(39)	
§ 54 轧件在变形过程中的功能转换与温度变化规律	43
轧制变形过程的能量消耗(43) 轧件变形过程的温升模型(46) 轧件在空间的冷却模型(50)	
§ 55 轧辊的弹性压扁与弯曲挠度计算	59
平面弹性力学的基本方程与集中作用的应力圆盘解(60) 轧辊对称受力力学分析与压扁计算(68) 轧辊的弯曲变形(86) 轧辊的弯曲变形控制与综合刚度计算(97)	
§ 56 机架系统的另一些参数与轧件出口厚度的计算	100
轧辊的热膨胀(100) 轴承的油膜厚度(105) 轧制过程中的各种力矩关系(106) 机架的综合刚度与轧件出口厚度计算(116)	
§ 57 轧机电气传动系统的基本方程结构	124
轧机电机性能与参数条件的一般叙述(124) 主传动系统的综合状态方程(127) 压下系统的机电总体模型(136) 轧机张力给定系统的动态方程(140)	
第十一章 轧制过程的静态整定值计算与调整控制模型	149
§ 58 轧机负荷分配概述与最优负荷分配的计算	149
负荷分配问题的一般介绍(150) 最优负荷问题的精确提法与按最优化方法的求解(153) 用牛顿-拉夫逊法解等压负荷分配问题(157) 例 58-1(159) 等压负荷分配的实验设计(163) 等力矩与等发热量的负荷分配法(165) 能耗法及分配系数法(172)	
§ 59 基本整定模型	178
轧机的辊缝调整与速度整定(178) 负荷辊缝与速度的综合整定(183) 自	

	适应整定值计算的概说、例——小结(196)	
§ 60	轧机稳态调整控制模型的构成 I	199
	厚度相关方程式与纯粹的厚度控制法(200) 其它主要参数的相关方程式(203) 几种具体的轧机稳态控制模型(215)	
§ 61	轧机稳态调整控制模型的构成 II	224
	美坂佳助的冷连轧机调整控制模型(224) 热连轧机的美坂佳助模型(240) 阿高松男的连轧稳态综合刚度分析模型(245) 连轧机系统稳态控制模型的总结(253)	
第十二章	轧制过程中轧件的温度变化与控制	259
§ 62	粗轧阶段的温度规律	259
	把出炉坯件送至粗轧机前的温度计算(260) 粗轧机区的温度计算(262) 关于粗轧机组轧件温度分配的计算与对原负荷分配的调整(264) 用粗轧机的出口温度或测定轧件变形抵抗的方法确定精轧机的轧件入口温度(266)	
§ 63	精轧机组的温度分配与控制	269
	精轧机温度降的统计形式与实验资料综述(270) 精轧机出口温度的综合试验资料(271) 按温度误差值调整精轧过程的负荷分配(277) 考虑了加速态的精轧机稳态(AGC)模型与温升计算(282)	
§ 64	卷取温度的决定与卷取机的控制模型	287
	钢带的水冷模型与卷取温度的决定(287) 卷取机的运转模型(296) 卷取后的钢卷温度控制问题(301)	
第十三章	轧机的动态控制模型与延迟动态方程的求解	304
§ 65	连轧机的动态控制模型	306
	轧制过程变量关系的概述(306) 轧机动态模型的建立(316) 冷连轧计算机控制系统概貌(326)	
§ 66	可逆式轧机轧制过程的数学模型	339
	压下量分配模型(340) 可逆式轧机的速度制度及其控制模型(349) 翻钢过程的机理分析(360) 翻钢过程的综合动态控制模型(369)	
§ 67	延迟系统状态方程的求解	376
	基本的延迟系统状态方程及其形式解(377) 延迟系统动态方程的工程处理法(385) 延迟动态方程的近似积分法(389) 延迟系统的脉冲响应与传递函数(392) 控制量带延迟系统方程解的形式和讨论(397)	

第四篇 轧钢过程的控制模型

第一卷中, 我们叙述了建立生产过程控制用数学模型的一般方法. 本篇则要运用这种一般方法对具体的轧制工业系统的生产过程作具体的分析并得出具体的结果. 我们已经知道, 这样做的目的是为了运用数字电子计算机的技术对生产过程进行控制的自动化. 然而, 用计算机控制生产过程, 则又是指要突破人工操作的局限, 从我们所追求的生产目标出发, 找到一组生产条件即最优工况, 使在这组条件下达到理想的目标. 也就是说, 要用电子计算机代替人根据生产过程的状态、环境及原料设备等的变化情况, 利用以一定精度模拟过程运行规律的数学模型, 计算出生产过程各个控制参数的最优给定值(如果控制方式及所依据的模型是稳态条件之下的)或者最优给定的时变规律(如果控制方式及所依据的模型是动态的), 并且采用各种方式, 将这些控制参数(定值的或跟踪的)调节到最优的给定值(或给定规律), 从而实现最优控制. 这样, 我们就须有两种形式的数学模型: 其一是为了做最优工况的计算以及相应的最优控制参数的给定值或(动态控制情形下的)最优时变控制规律的确定; 其二则是为了对有关的这些控制参数作调整控制用的调整控制数学模型. 通常我们把这两者统称为过程的控制模型. 我们已经(并且还将)指出, 关于最优工况的计算, 本质上是一个数学规划问题(它的另一较狭义的名称是最优化方法或者最优化技术), 它的模型由一个目标函数(或泛函)以及表示系统特性与各种条件不等式组成的限制条件表达式组成. 至于调整控制模型, 则本质上可认为是过程参数的已积分出的表达式, 在诸参数于所算定的或选定的最优工况点和相应的最优控制量给定值点的泰勒展开式取一级近似的结果.

本篇或者说本二卷的全部内容就是按这种总的思路展开的. 只是由于我们现在的讨论是围绕着轧钢生产来进行的, 故而将不可避免的并且也是必须的要在叙述中经常的和轧制工艺的具体理论与工程对象纠缠在一起.

当然, 一般说来, 大型钢铁企业或综合性钢铁厂的完整生产工艺过程, 应毫无例外的包括高炉冶铁、炼钢和轧钢等三个主要的环节系统. 但是就实现计算机控制的可能性来说, 目前则只有轧钢过程具有比较良好的条件. 这不仅是因为这一环节控制所需的数学模型已经可以通过机电、力学、热学等学科方面的现有知识与技巧得到, 也因为拟定此过程的实用模型所涉及的主要参量的检测技术已经具备. 至于前两个冶炼过程, 情况则不完全这样. 虽然, 取得它们的数学模型并没什么原则上的困难, 但所涉及到的高温物化讯号却很难精确而即时的检测到. 这就使得组成相应的计算机控制系统的工作遇到了困难. 因此, 当我们叙述钢铁生产过程的数学模型时, 要把主要精力放到轧钢过程上并把它作为一个大型系统模型的范例来加以研究.

本篇中将从轧钢生产所涉及的一般知识开始, 先简要地说明一下拟定模型工作的必要知识和有关的计算方法, 然后引用一部分常用工艺参数的计算公式; 至于这些公式的来源, 则是可以在轧制工艺研究的通常文献中查到的. 由于本卷并非一种专门的工艺参考书, 故往往仅限于从理论上的分析入手以说明有关术语的物理意义, 而不去搞那种不必要的繁证博引.

通常, 轧钢生产分坯、棒、板、管四类, 每类都依据生产特点的不同安装有不同的设备. 但

是, 如果我们只是要从理论的角度研究轧制过程时, 它们又是可以统一论述的. 一般来说, 只要弄清了如下的几个模型内容, 则不论是对什么轧机进行控制, 余下的事情就都只是一个合理选择诸模型的具体形式以及按具体条件使用、配置这些模型了. 所述诸模型的类别是:

- 1° 轧机的负荷分配模型;
- 2° 轧机的速度制度模型;
- 3° 轧机的最优运行条件模型;
- 4° 轧件的加热与冷却模型;
- 5° 钢种的多态编码模型;
- 6° 卷取机的力学模型;
- 7° 功热变换模型.

以上七种, 只是一个大体上的分类. 它们是一些基础规律, 每一类中都包含着相当丰富的内容. 无论是进行最优工况的计算还是寻找有关最优控制量给定值的调整控制模型, 都必须以它们为依据. 要把用这些模型构制的控制系统予以明晰的论述, 都将涉及到广泛的资料 and 知识. 我们将以拟定控制用的完整轧制过程 (连轧与可逆轧二者) 数学模型为目标, 有选择地分析轧制工艺中的有关问题, 逐步阐明轧制过程的变量相依规律. 这是本篇的第一部分即第十章——轧钢工艺要点概述所要讲述的内容.

然后, 我们就要讨论拟定轧制过程控制用数学模型本身. 整个的材料安排以讨论连轧机组的稳态轧制过程的具体控制模型为重点. 它包含了第十一、十二两章. 其中的第十一章, 是讨论这一轧制过程的静态整定值计算, 或者说所谓最优负荷分配及其相应的控制量方面的最优整定值的计算与调整控制的模型. 除了介绍一般原理之外, 也列举了相当有实用价值的各种具体模型的结构形式和实施方案. 这一部分是全书的核心内容. 第十二章是讲过程的轧件温度变化规律与控制. 它是与第十一章讲的以厚度控制为核心的综合控制含义不同的另一个现代轧制过程控制工程上的重点课题.

第十三章是讨论轧制过程的动态控制模型的拟定问题. 其中除了同样地讨论了连轧机的动态模型外, 我们也以相当大的注意力分析和论述了可逆轧机的动态模型的制定和相应的数字控制问题. 虽然, 我们的工作尚只是初步的, 其重要性则是明显的. 此外, 我们也在该章的最后补述了延迟动态方程的求解问题的一些材料. 这是因为, 一旦我们要讨论连轧机组的动态模型方程时, 我们就必然要与一个具有延迟项的一阶微分方程组打交道; 而到目前为止, 求解这类微分方程组的算法, 尚未介绍过.

第十章 轧钢过程的工艺要点概述

我们曾经在第三篇第八章叙述使用理论的替代法拟定轧制过程数学模型的段落中定性地介绍了轧制过程的基本工作方式。本章的目的，是要在那个基础上对过程中出现的一些物理量的概念和关系作一定程度的详细分析，从而使我们能够对所拟模型的各种主要参数的物理意义有一个明白的理解，并求得一系列参数间的定量关系。

一般来说，金属的冷热加工是一种塑性理论的应用。要使金属改变形状，必须对金属施以外力。因此，为要弄清轧钢过程的规律性，势必要对塑性变形、机械变形（及其强度）、电机、供电设备、控制线路等的动态特性有清楚地了解。只有在所有这些都已弄得明白无误之后，我们才能依照控制理论所要求的要点来拟定金属加工过程（即轧制过程）的控制模型。本章所辖各节的内容就是按照这个原则组织的。

§ 52 研究金属形变的若干概念

金属强度 每一种金属都有它自己的强度指标。通常，这一概念是在金属受力作拉伸形变的条件下建立起来的。它可以用常温下的虎克定律（即金属弹性形变区域内的应力应变关系）： $\sigma = E\varepsilon$ 来表示。这里 σ 为金属在拉伸方向的应力， ε 是相应的延伸（应变）， E 是这个关系的比值即通常所称的弹性模量。但是当所研究的问题是金属的塑性加工时，我们就必须着重考虑在各种温度下金属从屈服强度（ σ_s ）点至断裂强度（ σ_b ）间的塑性变形区的应力应变关系。当还考虑金属的加工硬化和温度对强度的影响后，这一关系是很复杂的。在金属压力加工技术发展的初期，为计算变形过程中的压力涉及到数据 σ_s 时，总是就采用该金属在实验室做拉伸试验所得的结果。随着轧制理论的发展与金属强度研究技术的提高，学者们又提出了从同轧制过程有相似形变条件的压缩或冲击试验获得 σ_s 的数据的方法。不过，由于这种近似的模拟条件还同摩擦系数（ μ ）及变形速度…等因素有关，致使这种方法对 σ_s 精度的改善也受到了限制。

上面已经说过，金属的冷热加工本质上是一种塑性理论的应用；而要使金属产生塑性变形的必要条件则是要把外力 F 加到其屈服强度 σ_s 以上。因此，不管 σ_s 是用哪一种方法求得的，它始终是轧钢生产中第一个应受重视的参数。大量实验资料证明：任何金属的屈服强度 σ_s 都同它本身的化学成分、热处理制度、加工度、变形速度以及加工温度等因素有关。但是要对不同钢种的屈服强度作统一的研究，却是从常温下不同钢种的屈服强度值开始的。也就是说，首先应摸清常温状态下的 σ_s 值，然后，再纳入温度以及变形速度等因素的修正因子来修正这个常温下的 σ_s 值。这种修正又因具体条件的不同而有不同的主次。通常，在热轧过程中，温度、化学成分是影响 σ_s 的主要因素；而冷轧过程所考虑的主要因素，则又是金属的加工硬化、变形速度与化学成分。由此说来，当考虑到有较多的外界影响条件的金属强度时，不过是在处理技巧上增加了自变量的数量而已。

需要事先说明：在金属加热作塑性变形时，同时也存在着弹性形变。但是考虑到此时的 σ 值将变得很小（与 σ_s 相比）或者说其弹性形变区在此时将变得与塑性变形区比较时可以忽略不计。故而，一般在研究金属的塑性变形时，并不提及弹性变形的内容。

按传统方法，计算轧制过程中的平均单位压力（ P_{cp} ）时所需的 σ_s ，是由图表查到的（目前这种资料是现成的）。但从制定轧钢过程的数学模型的要求来说，我们则需要将不同钢种（或金属）在不同温度与加工条件下的 σ_s 值规律表达为合适的数学公式。近几年来，有关钢种的 σ_s ，以及断裂强度 σ_b 、极限延伸 ε 的线性统计公式已经出现和使用，并已达到相当的精度。为此，我们需要介绍一下在金属强度 σ_s 等的研究中，限于某些温度范围内（比如说低温段的）的所述物理量的线性与非线性统计公式的结构问题。

(a) 金属性能指标的线性统计结构。

所谓金属性能指标的线性统计结构比如说线性金属强度 σ_s （或 σ_b ， ε 等）是指 σ_s （或 σ_b ， ε ）同化学成分等的一次关系式。通常，我们有对于 σ_s ， σ_b 及 ε 的如下线性表达形式：

$$\begin{aligned}\sigma_s &= Y_{-s} = \sum_{i=1}^n a_{1i}x_i + a_{1n+1}x_{n+1} + a_{10} \\ \sigma_b &= Y_{-b} = \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i + a_{2n+1}x_{n+1} + a_{20} \\ \varepsilon &= Y_{-\varepsilon} = \sum_{i=1}^n a_{3i}x_i + a_{3n+1}x_{n+1} + a_{30}\end{aligned}\quad (52-1a)$$

这里， a_{1i} ， a_{2i} ， a_{3i} 是指化学成分 x_i 对 σ_s （ Y_{-s} ）， σ_b （ Y_{-b} ）， ε （ $Y_{-\varepsilon}$ ） a_{10} ， a_{20} ， a_{30} 为相应的常数项的贡献度； x_{n+1} 是热处理温度。 n 是钢种化学成分的数字代号。

下面，我们仅列出一个实例结果。它们是对一种低镍铬钼钢按表 52-1 所列的试验数据用线性回归法统计得来的。设以 T_{-s} 表抗张强度， Y_{-s} 表屈服强度； ε 表延伸率。则我们有：

$$\begin{aligned}T_{-s} &= 285.600 + 206.200(\%C) - 11.520(\%Mn) + 203.90(\%Si) \\ &\quad - 3.430(\%Ni) - 12.280(\%Cr) - 31.620(\%Mo) + 5.863(\%Al) \\ &\quad + 484.800(\%P) - 110.800(\%S) - 142.2(T), \\ Y_{-s} &= 245.000 + 813.450(\%C) - 11.640(\%Mn) + 6.927(\%Si) \\ &\quad - 5.881(\%Ni) - 14.620(\%Cr) - 33.910(\%Mo) \\ &\quad + 105.800(\%Al) + 467.600(\%P) - 76.372(T), \\ \varepsilon &= 9.241 - 12.45(\%C) + 0.339(\%Cr) - 0.940(\%Mn) \\ &\quad + 10.3(\%Al) - 3.90(\%P) - 103.6(\%S) + 0.006512(T) \\ &\quad + 2.162(\%Si) + 0.1689(\%Ni).\end{aligned}$$

表 52-1 一种低镍铬钼钢的化学成分表

化 学 成 分	高	低	平 均	化 学 成 分	高	低	平 均
C(碳)%	0.45	0.25	0.36	Mo(钼)%	0.65	0.28	0.40
Mn(锰)%	1.53	0.65	0.90	Al(铝)%	0.062	0.003	0.033
Si(硅)%	2.03	0.25	0.61	P(磷)%	0.028	0.004	0.013
Ni(镍)%	2.46	0.01	1.20	S(硫)%	0.028	0.007	0.018
Cr(铬)%	1.56	0.53	0.92	处理温度 T	1100	400	725

这里我们略去了具体的试验结果数据表。分析结果表明，当实验次数达到 106 次时，相关

系数高到 98%，若增加实验次数，精度还可提高。

当然，我们也可以把公式(52-1a)写为矩阵、矢量表示的形式。即设

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{-s} \\ Y_{-b} \\ \varepsilon \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n+1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n+1} \end{bmatrix}; \quad A_0 = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \end{bmatrix},$$

(52-1a)则成为:

$$Y = AX + A_0 \quad (52-1b)$$

(b) 金属机械性能指标的非线性结构形式。

严格讲来，用线性统计形式(52-1)来决定 σ_s 、 σ_b 、 ε 同化学成分(C, Si, Mn, S, P, Cr, Ni, Mo, W...) 以及热处理温度(T)的关系是满足不了精度上的要求的。因为在这种形式里，没有反映出化学成分之间的相互关系对这些物理量的影响。为此可以使用如下的并不过于麻烦的非线性统计结构形式:

$$\begin{aligned} \sigma_s = Y_{-s} &= a_{10} + \sum_{i=1}^{n+1} a_{1i}x_i + \sum_{i=1}^{n-1} b_{i+1}^1 x_i x_{i+1} + b_{n+1,1}^1 x_{n+1} x_1 \\ \sigma_b = Y_{-b} &= a_{20} + \sum_{i=1}^{n+1} a_{2i}x_i + \sum_{i=1}^{n-1} b_{i+1}^2 x_i x_{i+1} + b_{n+1,1}^2 x_{n+1} x_1 \\ \varepsilon = Y_{-\varepsilon} &= a_{30} + \sum_{i=1}^{n+1} a_{3i}x_i + \sum_{i=1}^{n-1} b_{i+1}^3 x_i x_{i+1} + b_{n+1,1}^3 x_{n+1} x_1 \end{aligned} \quad (52-2a)$$

或者改写成:

$$\begin{aligned} \sigma_s = Y_{-s} &= a_{10} + [a_{11} \quad a_{12} \quad \cdots \quad a_{1n+1}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \\ &+ [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n+1}] \begin{bmatrix} b_{12}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+1,1}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n+1} \\ x_1 \end{bmatrix} \\ \sigma_b = Y_{-b} &= a_{20} + [a_{21} \quad a_{22} \quad \cdots \quad a_{2n+1}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \\ &+ [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n+1}] \begin{bmatrix} b_{12}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+1,1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n+1} \\ x_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon = Y_{-s} = a_3 + [a_{31} \quad a_{32} \quad \cdots \quad a_{3n+1}] & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \\ + [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n+1}] & \begin{bmatrix} b_{12}^3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+11}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n+1} \\ x_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (52-2b)$$

如再设

$$A_1 = [a_{11} \quad a_{12} \quad \cdots \quad a_{1n+1}]; \quad A_2 = [a_{21} \quad a_{22} \quad \cdots \quad a_{2n+1}]; \quad A_3 = [a_{31} \quad a_{32} \quad \cdots \quad a_{3n+1}];$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \begin{bmatrix} b_{12}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+11}^1 \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} b_{12}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+11}^2 \end{bmatrix}; \\ B_3 &= \begin{bmatrix} b_{12}^3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{23}^3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{n+11}^3 \end{bmatrix}; \quad X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix}; \quad X_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n+1} \\ x_1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

则(52-2b)又可写成:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s = Y_{-s} &= a_{10} + A_1 X_1 + X_1^T B_1 X_2 \\ \sigma_b = Y_{-b} &= a_{20} + A_2 X_1 + X_1^T B_2 X_2 \\ \varepsilon = Y_{-s} &= a_{30} + A_3 X_1 + X_1^T B_3 X_2 \end{aligned} \right\} \quad (52-2c)$$

综上所述,我们就可以通过寻找出金属性能指标的统计公式法得到塑性变形区域内金属的全部有用参数。再以此为基础,我们就可以在金属作塑性变形加工的过程中设 E_p 与 ε_p 表示其相应的塑性模量与延伸,则易知它们同样有类似于弹性力学中虎克定律型的关系:

$$\sigma_s = Y_{-s} = E_p \varepsilon_p \quad (52-3)$$

于是可据此得到塑性模量的表示式为:

$$E_p = \frac{Y_{-s}}{\varepsilon_p} = \tan \theta_p \quad (52-4)$$

式(52-4)中各量的关系,可以从图 52-1 中看出。

不难看出,由于金属的塑性变形只在外力越过屈服点 σ_s 之后,才有可能,所以实际的金属拉伸过程是按 OBC 线进行的。其中 OB 是弹性变形区,相应的延伸为 ε_s 。当应力达到屈服点 $\sigma_s(Y_{-s})$ 时,金属才开始塑性变形,其后的应力应变关系按 BC 线进行。但由于 ε_s 与 ε_p 比相差很小,故在工程计算中,干脆采用关系 $\varepsilon_p \approx \varepsilon_s$ 这样,我们就得到公式:

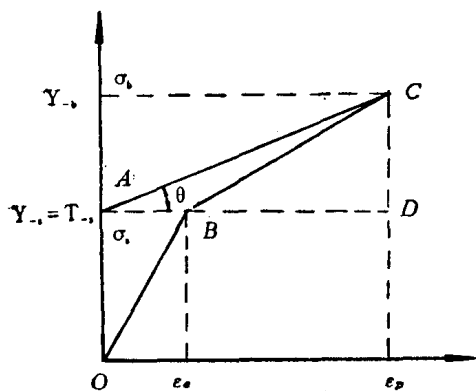


图 52-1 金属塑性变形状态下
参量关系图示

$$\theta_p = \arctan \left(\frac{Y-b}{\varepsilon_p} \right) \quad (52-5)$$

对于金属的轧制过程来说, 参数 σ_s 应是事先知道的. 但是由于具体生产过程的金属变形速度较快, 要按钢种的实际化学成分用试验法求得 σ_s 值是不可能的, 从而必须用公式计算的办法来求得, 也就是说, 需要根据钢厂出钢的化学成分来预估 σ_s 值. 不难看出, 研究上述方法的实质也就正是为了满足工程上的这种实际需要.

顺便指出, σ_s 的计算公式也可以从有关金属加工的理论文献中查到许多. 虽然由于各种具体条件的限制, 未能在识别中引入更多的变量, 从而使得把所得结果应用于控制模型时要导致精度上的欠缺, 但因其结果简单, 故而即使在今天, 也是可以适当使用的. 另外, 由于金属变形过程是一种较复杂的受力结果, 要严格讨论它的屈服条件, 将必须考虑到三维空间的应力屈服准则, 结果将导致一个难予求解力学方程. 所以, 为实用起见, 一般都假定轧制过程的形变可以作为平面力学问题而予讨论. 并且按照塑性力学中的屈服准则, 平面形变条件下的塑性变形是在变形阻抗 $K_f = 1.15\sigma_s$ 时发生的. 这就是所谓的平面变形屈服条件. 正是由于这一条件的引入, 才导致了塑性力学方程的近似法求解. 因此, 这是一个在塑性力学应用中经常起作用的重要假定.

金属加工温度对强度的影响 金属加工有常温下的冷加工和高温下的热加工两种状态. 对于后一种加工状态来说, 由于上段方法中拟定屈服强度 (σ_s) 的两种统计公式中都未计及温度的影响, 故应予以修正.

我们从日常生活就知道如下的温度对金属强度影响的效应: 低温时金属强度大, 受热后, 强度变小. 从统计物理学的理论知道, 这种温度效应可以用指数函数

$$\sigma_{ST} = \sigma_s e^{\beta T} \quad (52-6)$$

来精确描述. 但是由于一方面直接用这种科学上常见的公式作统计的结果并不理想, 另一方面热加工温度变化区也并不是很宽的, 因而可以把式(52-6)展成线性形式

$$\sigma_{ST} = \sigma_s (1 + mT) \quad (52-7)$$

后, 进行回归统计. 或者在展开式中取到 T^2 项即

$$\sigma_{ST} = \sigma_s (1 + m_1 T + m_2 T^2) \quad (52-8a)$$

如果把考虑了化学成分用回归求得的 σ_s 的表示式

$$\sigma_s = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n$$

代入到式(52-8a), 则此式又该写成为

$$\sigma_{ST} = (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n) (1 + m_1 T + m_2 T^2) \quad (52-8b)$$

形式, 这就说明, 求 σ_s 的修正表示式(52-8)的具体途径是分步作统计回归计算, 即首先进行 σ_s 的低温识别, 然后再按观测数据, 识别式(52-8)中的 m_1 与 m_2 . 不难看出, 这种更一般的识别, 正是我们已在第八章中论述过的多项式回归问题. 应当说明: 对(52-8)中各未知量的识别也可在作适当地变量代换后, 一次进行. 由于在任何场合下用金属强度理论得到的结果, 都很难与实际情形相吻合, 因而用上述识别方法求得的公式将比每一种用理论法所得结果都精确.

下面引述几个金属强度的温度修正公式.

1. А. И. Целиков 公式.

$$\ln \sigma_{ST} = 6.022 - 34.4 \times 10^{-4} T \quad (52-9a)$$

这里 σ_{ST} 为考虑了温度影响后的屈服强度; T 为金属加工时的绝对温度.

2. С. И. Губкин 公式.

$$\sigma_{ST} = \sigma_s \left[1 + \beta(0.95t_{nn} - t) + \frac{\beta^2(0.95t_{nn} - t)^2}{2} \right] \quad (52-9b)$$

其中 t_{nn} 为轧件金属的熔化温度;

t 为轧件变形时的温度;

β 为待定常数, 其值界于 0.008 到 0.012 之间.

3. В. А. Тягунов 公式.

$$\sigma_{ST} = K_t \sigma_s \quad (52-9c)$$

这里 K_t 是修正系数, 当 $t > (t_{nn} - 575)$ 时

$$K_t = \frac{(0.95t_{nn} - t)}{1500} + \frac{t_{nn} - 75 - t}{1500}$$

当 $t < (t_{nn} - 575)$ 时

$$K_t = \frac{t_{nn} - t}{1000}$$

4. 美坂佳助、吉本友吉公式.

这是对碳素钢适用的实验强度公式, 设 K_{mf} 表平均变形抵抗, 则在固定延伸和变形速度下有

$$K_{mf} \simeq K \exp \left\{ 0.126 - 1.75C + 0.594C^2 + \frac{2851 + 2908C - 1120C^2}{T_K} \right\} \quad (52-9d)$$

其中 $T_K = T + 273^\circ$ 是加工时的绝对温度; C 为轧件的含碳量, K 为常数, 把 K_{mf} 除以 1.15 就得 σ_{ST} .

变形速度与变形程度对屈服强度的影响 通常屈服强度 σ_s 是在试验机上测定的. 当金属的变形速度 (即试验机的拉伸速度) 大时, 同样的钢种表现出抗力有增大的趋势, 反之变形速度降低, 抗力也相应地变小. 也就是说, 变形抗力 (即考虑了变形影响的金属强度!) 与变形速度具有以下一般关系式:

$$\sigma_{STV} = f_1(C; Si; Mn; \dots) f_2(T) f_3(\dot{\epsilon}) \quad (52-10a)$$

这里 σ_{STV} 表示考虑了化学成分、温度以及变形速度 $\dot{\epsilon}$ 的金属强度. 有关 σ_{STV} 的理论结果, 到目前为止都是不成熟的, 通常都是采用试验数据作统计分析以求得经验公式来满足工程上的计算需要. 如同我们在前面提出的 σ_{ST} 的识别形式 (52-8) 一样, 对 σ_{STV} 的经验公式仍可以采用统计形式, 如以 $\dot{\epsilon} = u$ 表示变形速度, 这时又有

$$\sigma_{STV} = (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n) (1 + m_1T + m_2T^2) (1 + \eta_1u + \eta_2u^2) \quad (52-10b)$$

可供进行统计的形式. 以上是这个问题的一个总轮廓, 下面将再进行逐步的说明, 并引述一些有关结果.

首先, 我们来定义一下变形速度. 当试验机上作实验的是金属杆件时, 它是指杆件受拉时单位时间内的延伸. 设拉伸前杆件长 L_0 , 拉伸后长 L , 其绝对拉伸长为 $\Delta L = L - L_0$, 而相对伸长即延伸 $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$, 于是杆件的变形速度 $u = \dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$, 其平均值则称为平均变形速度, 并以 u_{cp} 记之. 下面是把这一概念推广到轧制过程上去所得出的经常出现在各种工艺文献上的平均变形速度计算公式:

$$(1) \quad u_{cp} = \frac{2n\pi}{60\sqrt{r}} \sqrt{\frac{R'}{H}} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (52-11a)$$

其中 n 为轧辊的转数; r 为轧件的延伸 $\frac{\Delta H}{H}$; R' 为轧辊考虑了压扁的轧辊半径(其计算方法将来介绍); H 为轧件轧前的厚度.

(2) W. Lueg 公式

$$u_{cp} = \frac{v}{h_{cp}} \sqrt{\frac{H-h}{R}} \quad (52-11b)$$

其中 h_{cp} 为轧件轧制前后的平均厚度, 即 $h_{cp} = \frac{H+h}{2}$; v 为轧辊的线速度; $H-h = \Delta H$ 为压下量; h 为轧制后的厚度; R 为轧辊半径.

(3) H. Hoff 公式

$$u_{cp} = \frac{v}{l_d} \ln\left(\frac{H}{h}\right) \quad (52-11c)$$

这里 l_d 为轧件同轧辊接触的弧长; v 、 H 、 h 同前.

(4) W. Trink 公式

$$u_{cp} = \frac{v(H-h)}{l_d H} = \frac{v}{l_d} \frac{\Delta H}{H} \quad (52-11d)$$

(5) E. Ekelund 公式

$$u_{cp} = \frac{v}{l_d} \cdot \frac{H-h}{H} \cdot \frac{2H}{H+h} \quad (52-11e)$$

(6) E. Olowan 公式

$$u_{cp} = \frac{v}{l_d} \frac{(H-h)}{H} \cdot \frac{H+3h}{4h} \quad (52-11f)$$

(7) A. И. Пелйков 公式

$$u_{cp} = \frac{v_h l_d}{R h} \simeq \frac{v_h}{l_d} \cdot \frac{\Delta H}{H} \quad (52-11g)$$

这里, v_h 为轧件的出口速度, 其他符号同前.

(8) Крейдлин 公式:

$$u_{cp} = \frac{2hv\mu \left[(h+D) \frac{H-h}{Hh} + \ln \frac{H}{h \cos \alpha} \right]}{(h+D)^2 \alpha} \quad (52-11h)$$

这里 μ 为摩擦系数; $D=2R$ 为轧辊直径; α 为咬入角; v 为轧辊线速度.

(9) A. A. Королёва 公式:

$$u_{cp} = \frac{v}{l_d} u \left(1 + \frac{u}{2} \right); \quad u = \frac{H-h}{H}, \quad (52-11i)$$

(10) E. C. Галке 公式

$$u_{cp} = v \sqrt{\frac{2}{D(H-h)}} \cdot \lg\left(\frac{H}{h}\right) \quad (52-11j)$$

(11) 志田茂公式

$$u_{cp} = \frac{2\pi N}{60} \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{R}{H}} \ln\left(\frac{1}{1-r}\right) \quad (52-11k)$$

$$\text{这里 } r = \frac{\Delta H}{H} = \frac{H-h}{H},$$

类似的平均变形速度公式还可以列举很多。显然,有了它以后,我们就可通过 $u_{cp} = (\dot{\varepsilon})_{cp}$ 计算(拉伸时)变形程度,从而考虑变形程度对变形抗力的影响。

现在我们来简单说明一下,在金属进行塑性变形时变形阻力受变形程度的影响问题。如果我们在研究这一问题时,先不考虑化学成分、变形速度以及温度(对 σ)的影响,而仅只考虑单纯的变形程度(ε)与变形阻力(σ)的关系,则我们有一般的表写式:

$$\sigma_{\varepsilon} = \sigma(\varepsilon) = f(\varepsilon)$$

对此,不同的作者也采取了不同的 $f(\varepsilon)$ 结构作为其统计骨架。下面通过表 52-2 给出了几种常用的 $\sigma_{\varepsilon} = f(\varepsilon)$ 关系。

表 52-2 金属的变形程度 ε 同强度 $\sigma(\varepsilon)$ 的各种统计形式表

$\sigma(\varepsilon)$	$\frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon}$	公 式 著 者
$a + b\varepsilon$	b	С. И. Губкин; А. Надай
$a + b \ln \varepsilon$	$b\varepsilon^{-\frac{a-b}{b}}$	Р. Фекер; Е. Оровон; Р. Эдер
$a + b \ln(1 + \varepsilon)$	$b\varepsilon^{\frac{a-b}{b}}$	П. А. Одйнг; Э. Эибех
$a\varepsilon^n$	$na^n\varepsilon^{\frac{n-1}{n}}$	С. И. Губкин; А. Надай
$a(b + \varepsilon)^n$	$na^n\varepsilon^{\frac{n-1}{n}}$	А. Крупковский
$a + \frac{b}{(1 + \varepsilon)^n}$	$nb^{-\frac{1}{n}}(\sigma - a)^{\frac{n+1}{n}}$	М. А. большоанй
$a\varepsilon^n$	$n\sigma\left(\ln \frac{\sigma}{a}\right)^{\frac{n-1}{n}}$	А. Т. Стукач

在冷轧过程中,由于应考虑到加工硬化,必须经常的对金属的强度或变形阻力按变形程度 ε 的值予以修正。至于到底使用表中那一种形式,在目前那是不重要的。今后,我们常将考虑了温度(T)变形速度(v)、变形程度(ε)及化学成分(S)的变形抗力记为 $\sigma_{STV\varepsilon}$ (即强度),则 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 在形式上应写为:

$$\sigma_{STV\varepsilon} = f_1(x_1, \dots, x_n) f_2(T) f_3(u_{cp}) f_4(\varepsilon) \quad (52-12a)$$

为了方便,可用下面形式进行识别,即

$$\sigma_{STV\varepsilon} = \sigma_{STV}(1 + \xi_1\varepsilon + \xi_2\varepsilon^2) \quad (52-12b)$$

这种形式的修正,在精度方面不会比其他形式的修正结果低。这样一来, $\sigma_{STV\varepsilon}$ 就可表为如下的综合识别形式,即

$$\begin{aligned} \sigma_{STV\varepsilon} = 1.15(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n) \cdot (1 + m_1T + m_2T^2) \\ (1 + \eta_1u_{cp} + \eta_2u_{cp}^2) \cdot (1 + \xi_1\varepsilon + \xi_2\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (52-13)$$

至于 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 的具体识别,则可以用分步进行识别的办法来实现。

热轧过程 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 计算综合研究问题的引述 为了适应金属热加工的需要,对 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 的研究形成了专门的学科,积累了丰富的试验研究资料。考虑到我们拟定模型的需要,这里补述几个主要的国内外经常采用的成果。

1. 关于温度对变形抵抗的影响。

前面已提到,随着变形温度的增高,金属的变形抵抗将相对降低,如果我们是研究的固定

的钢种, 则 σ_s 是确定的常数。其次, 我们可从统计曲线上看出: 当改变温度时, σ_{ST} 随温度的变化为对数关系:

$$\sigma_{ST} \simeq \sigma_s e^{f(T)} \quad (52-14a)$$

如果把物质的化学成分因素也纳入, 则可想见, 亦呈现类似的形式。志田茂在经过适当地分析之后, 提出了近似公式

$$\sigma_{ST} \simeq \sigma_s e^{\frac{A}{T_K}} \quad (52-14b)$$

这里, A 表示化学成分对变形抵抗的影响, T_K 为绝对温度。

2. 关于变形速度 u_{cp} (或 $\dot{\varepsilon}$) 对变形抵抗的影响。

一般来说, 变形速度大时, 相应的抗力大, 反之则低, 但却并不一定是线性关系。历史上常采取形如

$$\sigma_{STV} \simeq \sigma_{ST} \dot{\varepsilon}^m \quad (52-15)$$

的指数函数形式。这里 m 为考虑 $\dot{\varepsilon} = v$ 对 σ_{STV} 的影响的一个指数, 它可以由统计法确定。后面我们将指出它还可以是其它因素的函数。

3. 关于加工度 (ε) 对变形抵抗的影响。

如前所说, 把变形度 ε 引入变形抵抗是金属加工硬化效应的反映。在热加工时, 硬化尚不显著, 但在冷加工, 加工硬化就非考虑不可。通常的办法是以

$$\sigma_{STV\varepsilon} \simeq \sigma_{STV} \varepsilon^n \quad (52-16)$$

的形式作统计识别。这里 n 是一个指数, 以后我们将看到它并不为一个常数。

根据以上所叙的各点, 美坂佳助对 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 采取了如下的识别形式, 即设

$$\sigma_{STV\varepsilon} = K_f = K e^{\frac{A}{T_K}} \cdot \varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \quad (52-17a)$$

这里 $\sigma_{STV\varepsilon}$ 是变形抵抗, 为了得到平均变形抵抗, 美氏把它在区间 $[0, \varepsilon]$ 上求均值而得到了如下结果:

$$K_{fm} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon K_f d\varepsilon \quad (52-17b)$$

这个公式看起来是很简单的, 但使用的统计方法却很复杂, 当然为了达到同等的精度, 也可以采用其它的统计识别形式。

美氏采用落锤法进行了试验。假定 K_{fm} 表示平均变形抵抗 (kg/mm^2); W 表示落锤的重量 (kg); H 表示落锤离开加工体的高度 (mm); V 为变形体的体积 (mm^3), ε 为试件延伸, 则落锤打击加工体时, 所做的功为 WH , 且从功平衡原理得到如下的平均变形抵抗转换式:

$$K_{fm} = \frac{WH}{V\varepsilon} \quad (52-18)$$

相应地变形速度则用公式

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\sqrt{2gH}}{h_0} \right) 0.8 \quad (52-19a)$$

计算, 其中 h_0 为加工件高度, g 为重力加速度, 0.8 相当于所求得平均速度的系数。

而加工度即延伸则按

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{H_0}{h} \right) \quad (52-20)$$

计算。其中 H_0 为未落锤时加工件的高度, h 为加工后的试件高度。

试验中所取各参数的范围为

- (i) 加工温度 T : 750~1200°C,
- (ii) 加工度 ε : 0.1~0.5
- (iii) 落锤速度 V : 30~200(1/秒)
- (iv) 化学成分为: C(碳)0.08~1.16(%);
Si(硅)0.01~0.40(%);
Mn(锰)0.33~1.40(%);
P(磷)0.008~0.020(%);
S(硫)0.013~0.029(%);
Cu(铜)0.08~0.26(%);
Al(铝)0.048~0.030(%)

其按试验序号排列每次试验钢种的具体化学成分如表 52-3 所示。

表 52-3 美坂佳助试验所用钢种的化学成分表

试验序号	C	Si	Mn	P	S	Cu	Al
1	0.08	0.51	0.33	0.009	0.019	0.09	—
2	0.05	0.24	0.77	0.009	0.019	0.08	—
3	0.06	0.01	1.78	0.011	0.016	0.08	0.047
4	0.16	0.45	0.77	0.008	0.018	0.08	—
5	0.15	0.16	1.35	0.014	0.018	0.08	—
6	0.16	0.01	0.33	0.009	0.021	0.08	0.030
7	0.28	0.40	1.40	0.009	0.019	0.09	—
8	0.27	0.22	0.33	0.008	0.019	0.09	—
9	0.32	0.01	0.84	0.013	0.023	0.09	—
10	0.07	0.01	0.36	0.014	0.024	0.09	—
11	0.15	0.01	0.48	0.020	0.018	0.06	—
12	0.17	0.01	0.42	0.015	0.018	0.06	—
13	0.17	0.01	0.63	0.013	0.022	0.09	—
14	0.23	0.02	0.78	0.017	0.021	0.10	—
15	0.19	0.05	0.86	0.018	0.014	0.05	—
16	0.23	0.03	0.80	0.024	0.016	0.06	—
17	0.17	0.01	0.41	0.018	0.029	0.08	—
18	0.61	0.25	0.38	0.013	0.016	0.09	—
19	0.81	0.23	0.43	0.015	0.013	0.26	—
20	0.16	0.24	0.40	0.008	0.014	0.21	—

根据式(52-19a)表示的 $\dot{\varepsilon}$, 并利用(52-18)可知平均的变形速度为

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= \frac{\sqrt{2gH}}{h_0} 0.8 = 0.8 \frac{\sqrt{2g}}{h_0} \cdot \sqrt{\frac{K_{fm} V \varepsilon}{W}} \\ &= 0.8 \frac{\sqrt{2g}}{h_0} \cdot \sqrt{\frac{V}{W}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{K_{fm}} = C \sqrt{\varepsilon} \sqrt{K_{fm}}\end{aligned}\quad (52-19b)$$

这里, $C = 0.8 \frac{\sqrt{2g}}{h_0} \sqrt{\frac{V}{W}}$ 在每一固定方案的试验中为定数。

表 52-4 是美坂佳助按(52-17)的识别形式求 σ_{STV} 的具体表示的试验资料。其中 K_{fm} , $\dot{\varepsilon}_m$, ε 分别是按(52-18), (52-19), (52-20)计算的。