

功勋教师
特级教师
张天孝主编



小学数学思维训练

名师指导

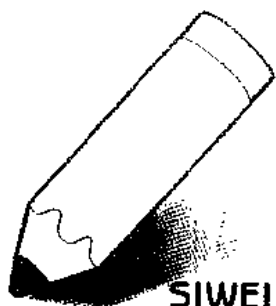
第10册



浙江少年儿童出版社

XIAOXUE8HUXUE8IWEIXUNLIANMINGSHIZHIDAO

顾问 张梅玲
主编 张天孝
编委 沈匡梅 朱乐平
邱向理



XIAOXUE SHUXUE
SIWEI XUNLIAN MINGSHI ZHIDAO

小学数学思维训练 名师指导

第10册

浙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学思维训练名师指导. 第10册/张天孝主编. —杭州: 浙江少年儿童出版社, 2003. 2
ISBN 7-5342-2797-6

I. 小… II. 张… III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 096034 号

责任编辑 蒋 薇

美术编辑 吴 珩

封面设计 张 鹰

小学数学思维训练名师指导

第 10 册

主编 张天孝

浙江少年儿童出版社出版发行

(杭州体育场路 347 号)

临安曙光印务有限公司印刷 浙江省新华书店经销

开本 950×1168 1/32 印张 4.875 字数 89 千 印数 1—12350

2003 年 2 月第 1 版 2003 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 7-5342-2797-6/G · 1489 定价: 6.00 元

如有印装质量问题, 请与承印厂联系调换

版权所有 翻印必究



序言

数学既是一种工具,也是一种思维。以数学思维为核心的数学教育对发展人的思维,提高人的素质,尤其是对培养人的创新意识和创新能力起着重要的作用。

在课堂上组织富有成效的教学活动,是学生数学思维训练的主渠道。在课外,配合课堂教学有计划、有目的地进行数学思维能力训练,也是促进儿童数学思维能力发展的重要渠道。为此,我们专为小学生编写了这一套《小学数学思维训练名师指导》。

以色列心理学家鲁文·弗斯坦通过长达 25 年的研究,并用大量的实验结果说明:“除非有最严重的遗传和器质性缺陷,人类机体在任何年龄和发展阶段可变性都是开放的。”这就是说,人的思维通过有目的、有计划的训练可以在各自原有的水平上得到提高。1986~1989 年期间,我们课题组曾在北京四类不同学校,就《现代小学数学》教学实验中数学思维训练对小学生数学思维的促进作用进行了三年的追踪研究,实验结果表明,经训练的学生在解决数学问题时,其可逆性、有序性、互补性、相对性等思维的水平均高于同年级对照班学生。实验充

分说明,小学生数学思维的水平是可以通过有计划的训练而得以提高的。

数学思维训练的有效度,在很大程度上,取决于科学的教学指导。为此,张天孝主编《小学数学思维训练名师指导》,为学生提供全面而科学的指导供学生学习时参考。

在当今人类面临开垦第三块处女地——人脑的年代里,让我们共同给予孩子创造的自由,点燃他们智慧的火把吧!这是时代赋予教育的最强音。愿我们通过学生数学思维训练的实践成果使《小学数学思维训练名师指导》丛书日趋完善,内容更加丰富。

中科院心理研究所博士生导师 张梅玲



数学是学习现代科学技术必不可少的基础和工具,是基础教育的重要组成部分。通过学习数学,不仅要使学生掌握数学基础知识,更主要的是要训练学生的思维,增强学生分析问题和解决问题的能力。揭示数学思维过程,培养学生的思维能力,是数学教学中极为重要的任务。

有计划、有目的地进行数学思维能力专项训练,是促进儿童数学思维能力发展的重要渠道。数学思维能力专项训练,是从学生已有的知识出发,选择适当的数学材料,围绕一个项目进行的训练。训练的目的不是为了求出一个结果、引出一个结论,也不是用引出的结论去解决问题,而是要突出训练中的思维过程,即分析的过程、概括的过程、推理的过程和化归的过程。

《小学数学思维训练》是国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”(批准号39730180)课题对小学生进行数学思维专项训练的材料。全套12册,每册围绕10~12个专题,每个专题按准备训练、基本训练(含例题分析和练习指导)、综合训练三个层次,由

浅入深，对各种不同水平的学生进行数学思维专项训练。

本书由中国科学院心理研究所特邀研究员、硕士生导师张天孝主编，中国科学院心理研究所研究员、博士生导师张梅玲为顾问。本册由沈国梅编写

编 者
2003年1月

一	比较分数的大小	1
二	格点与面积	18
三	巧拆分数	31
四	图形的展开和折叠	54
五	立方体的组合	68
六	从排列中找出规律	78
七	图形的剪拼	95
八	不同的运算、相同的得数	107
九	火车的追及和相遇问题	125
十	逻辑问题	136

一 比较分数的大小



学习目标

通过分数大小的比较,帮助学生进一步理解分数的意义,掌握分数大小比较的几种常用的方法;培养良好的数感,提高学生的观察能力和分析问题的能力。



学习指导

第一部分



准备训练

1. 下面分数中,把分母相同的分数从小到大排列,把分子相同的分数从大到小排列。

$$\frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{6}{13}, \frac{2}{100}, \frac{12}{13}, \frac{2}{76}, \frac{1}{8}$$

2. 比较下面各组分数的大小。

$$\frac{12}{17} \text{ 和 } \frac{13}{17} \quad \frac{18}{19} \text{ 和 } \frac{18}{23} \quad 1\frac{1}{6} \text{ 和 } \frac{7}{8}$$

3. 把下列分数从大到小排列起来。

$$\frac{7}{11}, \frac{7}{10}, \frac{6}{11}, \frac{9}{10}$$

解 答

通常可以用以下方法比较分数的大小：

1. 如果两个分数的分母相同,那么分子大的分数就大;
2. 如果两个分数的分子相同,那么分母大的分数就小;
3. 如果两个分数的分子、分母都不相同,那么就设法转化为上述两种情况之一,再进行判断。

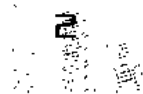
第 1 题中,可转化为分子 12 的为分数: $\frac{12}{32}, \frac{12}{42}, \frac{12}{26}, \frac{12}{600}, \frac{12}{13}, \frac{12}{456}, \frac{12}{96}$, 从而得出 $\frac{12}{13} > \frac{6}{13} > \frac{3}{8} > \frac{2}{7} > \frac{1}{8} > \frac{2}{76} > \frac{2}{100}$ 。

第 2 题: $\frac{12}{17} < \frac{13}{17}, \frac{18}{19} > \frac{18}{23}, 1\frac{1}{6} > \frac{7}{8}$

第 3 题: $\frac{9}{10} > \frac{7}{10} > \frac{7}{11} > \frac{6}{11}$

拓 展

基本训练





【例1】 下面分数中,哪一个分数最小?

$$\frac{138}{139}, \frac{139}{140}, \frac{275}{276}, \frac{275}{278}$$

思考过程

分子相同的两个分数,分母小的分数越大,因此
 $\frac{275}{276} > \frac{275}{278}$ 。

观察 $\frac{138}{139}$ 与 $\frac{139}{140}$ 的分子和分母,找出这两个分数的共同点。并根据它们与1的差来比较这两个分数的大小。
 $\frac{138}{139}$ 和 $\frac{139}{140}$ 分子都比分母小1, $1 - \frac{138}{139} = \frac{1}{139}$, $1 - \frac{139}{140} = \frac{1}{140}$,
 $= \frac{1}{140}$, 因为 $\frac{1}{139} > \frac{1}{140}$, 所以 $\frac{139}{140} > \frac{138}{139}$ 。

$\frac{138}{139}$ 和 $\frac{275}{278}$, 两个分数的分母成倍数关系,可直接通分,转成分母相同的分数。因为 $\frac{138}{139} = \frac{276}{278}$, 两个分数的分母相同,分子大的分数值就大,所以 $\frac{138}{139} > \frac{275}{278}$ 。

$$\begin{array}{ccc} \frac{275}{276} > \frac{275}{278}, & \frac{139}{140} > \frac{138}{139}, & \frac{138}{139} > \frac{275}{278} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{比1小} \frac{1}{276} & & \text{比1小} \frac{1}{140} \end{array}$$

$\frac{275}{276} > \frac{139}{140}$, 因此, $\frac{275}{276} > \frac{139}{140} > \frac{138}{139} > \frac{275}{278}$, 最小的分

数是 $\frac{275}{278}$ 。

你是用什么方法比较 $\frac{139}{140}$ 与 $\frac{138}{139}$ 的大小的？你能用

这一方法比较 $\frac{777776}{777778}$ 与 $\frac{888885}{888887}$ 的大小吗？

解：方法一：因为 $1 - \frac{777776}{777778} = \frac{2}{777778}$ ， $1 - \frac{888885}{888887} = \frac{2}{888887}$ ， $\frac{2}{888887} < \frac{2}{777778}$ ，说明第二个分数更接近1，所以 $\frac{777776}{777778} < \frac{888885}{888887}$ 。

方法二：
$$\left. \begin{aligned} \frac{777776}{777778} &= 1 - \frac{2}{777778} \\ \frac{888885}{888887} &= 1 - \frac{2}{888887} \end{aligned} \right\} \text{被减数相同，减数}$$

$\frac{2}{777778} > \frac{2}{888887}$ ，所以 $\frac{777776}{777778} < \frac{888885}{888887}$ 。

练一练

1. 把下列每一组分数由小到大排列起来。

(1) $\frac{5}{17}, \frac{6}{19}, \frac{15}{46}, \frac{10}{33}, \frac{30}{37}$

(2) $\frac{13}{12}, \frac{9}{8}, \frac{3}{4}, \frac{14}{9}, \frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{6}$

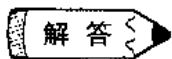
(3) $0.25, \frac{1}{3}, \frac{8}{7}, 0.76, \frac{4}{5}, \frac{11}{17}$





2. 比较下面各组分数的大小。

$$(1) \frac{5555553}{5555557} \text{ 与 } \frac{7777775}{7777779} \quad (2) \frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{11}{12}$$



$$1. (1) \frac{5 \times 6}{102}, \frac{6 \times 5}{95}, \frac{15 \times 2}{92}, \frac{10 \times 3}{99}, \frac{30}{37}$$

$$\frac{5}{17} < \frac{10}{33} < \frac{6}{19} < \frac{15}{46} < \frac{30}{37}$$

$$(2) \text{真分数 } \frac{3}{4} < \frac{4}{5}, \text{假分数 } \frac{13}{12} < \frac{9}{8} < \frac{7}{6} < \frac{5}{4}$$

$$\frac{14}{9} \text{ 最大}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{13}{12} < \frac{9}{8} < \frac{7}{6} < \frac{5}{4} < \frac{14}{9}$$

$$(3) \frac{1}{3} \approx 0.333, \frac{11}{17} \approx 0.647, \frac{4}{5} = 0.8, \frac{8}{7} \approx 1.143$$

$$0.25 < \frac{1}{3} < \frac{11}{17} < 0.76 < \frac{4}{5} < \frac{8}{7}$$

$$2. (1) \frac{5555553}{5555557} = 1 - \frac{4}{5555557}$$

$$\frac{7777775}{7777779} = 1 - \frac{4}{7777779} \quad \text{因此 } \frac{5555553}{5555557} < \frac{7777775}{7777779}$$

$$(2) \text{方法一: 看它们与 } 1 \text{ 的接近程度, 得 } \frac{5}{6} < \frac{8}{9} < \frac{11}{12}$$

$$\text{方法二: } \frac{5}{6} < \frac{5+3}{6+3} < \frac{8+3}{9+3}, \text{ 得 } \frac{5}{6} < \frac{8}{9} < \frac{11}{12}$$

【例2】 仔细观察下面各组分数,想一想,它们各有什么规律?

$$1. \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \dots\dots$$

$$2. \frac{3}{2} > \frac{4}{3} > \frac{5}{4} > \frac{6}{5} > \dots\dots$$

$$3. \frac{3}{7} < \frac{4}{9} < \frac{5}{11} < \frac{6}{13} < \dots\dots$$

$$4. \frac{4}{7} > \frac{5}{9} > \frac{6}{11} > \frac{7}{13} > \dots\dots$$

思考过程

上面每一组分数各有什么特点?你发现了什么规律?

第1组中的分数与1的差分别是 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\dots$

因为被减数一定(都是1),差越小,减数就越大,所以得到这样的规律:如果一个真分数的分子、分母都加上同一个数(零除外),那么,所得的分数比原来的分数大;反之,如果一个真分数的分子、分母都减去同一个数(零除外),那么,所得的分数比原来的分数小。

第2组中的分数分别比1大 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\dots$ 将它们化成带分数,整数部分都是1,而分数部分则越来越小。因此得到这样的规律:如果一个假分数的分子、分母都加上同一个数(零除外),那么,所得的分数比原来的



分数小；反之，如果一个假分数的分子、分母都减去同一个数（零除外），那么，所得的分数比原来的分数大。

第3组、第4组这两组分数的共同点是：都是真分数；分母都依次加2，分子依次加1。但第3组中的分数都小于 $\frac{1}{2}$ ，因此，分子、分母分别加1、加2时，后一个分数值大于前一个分数值；当分数值大于 $\frac{1}{2}$ 时，后一个分数值小于前一个分数值。

$$\frac{1}{2} < \frac{1+1}{2+1}, \frac{7}{8} < \frac{7+1}{8+1}; \quad \frac{3}{2} > \frac{3+1}{2+1}, \frac{9}{8} > \frac{9+1}{8+1};$$

$$\frac{4}{9} > \frac{4-1}{9-2}, \frac{8}{17} > \frac{8-1}{17-2} \text{ (也可以这样想: } \frac{4}{9} \text{ 比 } \frac{1}{2} \text{ 小 } \frac{0.5}{9} \text{ ,}$$

$$\frac{3}{7} \text{ 比 } \frac{1}{2} \text{ 小 } \frac{0.5}{7} \text{ , 因此 } \frac{4}{9} > \frac{4-1}{9-2} \text{)}$$

$$\frac{5}{9} < \frac{5-1}{9-2}, \frac{7}{13} > \frac{7+1}{13+2} \text{ (也可以这样想: } \frac{5}{9} \text{ 比 } \frac{1}{2} \text{ 大 } \frac{0.5}{9} \text{ ,}$$

$$\frac{4}{7} \text{ 比 } \frac{1}{2} \text{ 大 } \frac{0.5}{7} \text{ , 因此 } \frac{5}{9} < \frac{5-1}{9-2} \text{)}$$

练一练

比较下面各组分数的大小。

1. $\frac{10101010}{76547654}$ 与 $\frac{10101010-1993}{76547654-1993}$

2. $\frac{38383838+7979}{83838383+7979}$ 与 $\frac{38383838}{83838383}$

$$3. \frac{199319931993}{199219921992} \text{ 与 } \frac{199319931993+1994}{199219921992+1994}$$

$$4. \frac{199719971997-1995}{199619961996-1995} \text{ 与 } \frac{199719971997}{199619961996}$$

$$5. \frac{88^{1993}}{88^{1997}} \text{ 与 } \frac{88^{1993}-1993}{88^{1997}-1993}$$

$$6. \frac{1997^{1993}+1897}{1997^{1997}+1897} \text{ 与 } \frac{1997^{1993}}{1997^{1997}}$$

解答

$$1. \frac{10101010}{76547654} > \frac{10101010-1993}{76547654-1993}$$

$$2. \frac{38383838+7979}{83838383+7979} > \frac{38383838}{83838383}$$

$$3. \frac{199319931993}{199219921992} > \frac{199319931993+1994}{199219921992+1994}$$

$$4. \frac{199719971997-1995}{199619961996-1995} > \frac{199719971997}{199619961996}$$

$$5. \frac{88^{1993}}{88^{1997}} > \frac{88^{1993}-1993}{88^{1997}-1993}$$

$$6. \frac{1997^{1993}+1897}{1997^{1997}+1897} > \frac{1997^{1993}}{1997^{1997}}$$



巩固

综合训练

1. 分数 $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{17}{35}$, $\frac{100}{201}$, $\frac{151}{301}$ 中最大的是哪一个?
2. 比较 $\frac{111}{1111}$ 与 $\frac{1111}{11111}$ 的大小。
3. 如果 $A = \frac{111111110}{222222221}$, $B = \frac{444444443}{888888887}$, 请比较 A 与 B 的大小。

解答

1. 将各分子与分母的一半比较, 只有 $\frac{151}{301}$ 大于 $\frac{1}{2}$,
最大的分数是 $\frac{151}{301}$ 。

2. 可以用以下方法比较, $1111 \div 111 \approx 10.009$,
 $11111 \div 1111 \approx 10.0009$, 因此 $\frac{111}{1111} < \frac{1111}{11111}$ 。

$$3. \text{方法一: } A = \frac{1}{2} - \frac{0.5}{222222221} \quad B = \frac{1}{2} - \frac{0.5}{888888887}$$

$A < B$

$$\text{方法二: } 2A = \frac{222222220}{222222221} = 1 - \frac{1}{222222221}$$

$$2B = \frac{888888886}{888888887} = 1 - \frac{1}{888888887}, \quad 2A < 2B, \text{ 所以 } A < B.$$

