

初級中學課本平面幾何(暫用本)

第一冊教學參考書

人民教育出版社

初级中学课本平面几何(暂用本)
第一册教学参考书

北京市书刊出版业营业登记证字第2号
人民教育出版社编辑出版(北京景山东街)
河北人民出版社重印
河北省新华书店发行
河北人民出版社印刷厂印刷

统一书号 K7012·1603 字数 76千
开本 787×1092 毫米 1/32 印张 3¹³/₁₀
1961年第一版 1963年第三版
第三版 1963年8月第一次印刷
天津 1—5,850 册

定价 0.28 元

致 教 师

(一)为了說明初級中学課本平面几何(暫用本)的編輯意图,供教師备課的参考,特編写了这套教学参考书.

(二)这套数学参考书按照課本分成两册,各册都按照教材順序分章、分大节编写.

在第一册开始有总說明,說明全套課本的編輯意图,它的內容和体系,以及編輯的时候注意的几点.

在章和大节的說明中包括以下几項內容:

1. 教材的主要內容和前后联系,
2. 教学要求,
3. 教材的重点、关键、难点,
4. 大致的教学时数,
5. 注解: 包括有关的名詞的解釋和例題、习題的提示,
6. 参考資料: 包括与教材有关的数学知識或其他方面的資料.

(三)編写这套教学参考书的意图是供教師备課的参考,而不是代替教師备課. 尤其在教学方法方面,因学校、班級的不同而不同,因此只能提供一些途徑,供教師参考. 希望教師在数学中充分发挥創造性,結合具体情况灵活运用本书.

(四)限于編者的水平,参考书中一定有不少缺点,希望教師多多提出宝贵意見,帮助我們改正;更希望把总结出的实际经验告訴我們,使本书进一步得到充实.

人民教育出版社

1963年3月

目 录

总說明	1
第一章 緒論	8
I 基本概念	10
II 直線	13
III 圓和弧	16
IV 角	17
V 定义、公理、定理	24
复习題一	26
第二章 平行線	28
复习題二	32
第三章 三角形	33
I 三角形和它的內角和	35
II 等腰三角形	42
III 全等三角形	45
IV 線段的垂直平分線和角的平分線	50
V 三角形的作图	56
VI 三角形的邊角关系	61
复习題三	68
第四章 四邊形	72
I 多邊形的內角和	74
II 平行四邊形	76
III 几种特殊的平行四邊形	80
IV 以平行四邊形的性质为基础的一些定理	83
V 梯形	90
复习題四	93
第五章 多邊形的面積	98
复习題五	120

总 說 明

一、教学要求

1. 掌握有关直綫、角、平行綫、三角形、四边形、圆、相似形、正多边形的一些概念、性质和論证的方法，圆的周长、多边形和圆的面积計算公式，以及三角形的解法；能够运用这些知識进行論证和計算。
2. 掌握有关直綫形和圆的基本作图，以及轨迹法、位似法、代数法等作图方法；能够按照所給的条件作出所求的图形，并且能够进行必要的证明和一些简单的討論。能够用直尺、圓規以及刻度尺、三角板、量角器等画图工具熟练地繪制图形。
3. 能够使用測角仪測量水平角和方位角，使用小平板仪測量不能到达的距离，使用測倾器測量底部可以到达的物体的高度，初步掌握測繪具有多边形形状的地段平面图的方法。

二、教学內容

这套課本的教学內容主要是讲平行綫、三角形、多边形和圆的性质，結合图形性质讲解各种基本轨迹和基本作图，各种重要的证明方法和作图方法，以及简单的測量知識。在作图

方面，还讲解各种常用的画图工具的使用方法，使学生能够灵活运用各种画图工具繪制图形。为了配合物理的学习，并适应毕业后参加生产劳动的需要，还讲解三角的初步知識。

課本从体、面、綫、点等基本概念开始，首先讲解直綫、射綫、綫段的性质、度量和作图，然后依次讲解有关两条直綫相交和平行的性质，有关三角形、多边形的全等和大小关系，以及多边形的面积，和圓有关的图形的大小关系、位置关系，以及它們的作图。进而讲解相似形和以相似形理論为根据的三角形解法（包括斜三角形解法）。最后讲解和圓有密切联系的正多边形及有关圓的周长和面积的知識。

課本中引入了定义、公理、定理等概念，說明了定理的組成和四种命題之間的关系，提出了等量公理、不等量公理以及一些几何公理，介绍了叠合法、反证法、同一法等論证方法。这些知識都是进一步学习数学所必須掌握的，也是在几何科中培养学生邏輯推理能力所需要的。邏輯推理能力，对于学习数学特別重要，数学中公式的推导、定理的证明都需要經過一系列的邏輯推理，运用数学知識解决问题，也要經過一系列的邏輯推理。几何中要用到邏輯推理的地方特別多，而推理的方法又是各种各样，同时，又可借助于图形的直观来理解推理的过程，因此通过几何图形性质的学习来培养学生邏輯推理能力是几何中一項十分重要的任务。課本把它当作一个重点和难点来处理，关于課本中怎样注意有計劃、有意識地逐步培养学生邏輯推理能力，这在下面另有說明。

課本中結合图形性质，讲解了各种基本的尺規作图方法。

同时，課本中也重視根据实际尺寸进行画图的技能的培养，讲解了如吻接、正多边形的近似画法等在生产实际中有用的内容。除圆规和直尺外，还介绍了刻度尺、量角器、三角板、丁字尺、比例尺、对角线尺、放缩尺等多种实际画图工具。

課本中还讲解了有关度量和测量的简单知識。如曲尺、刻度尺、量角器等度量工具的使用，等高仪、罗盘仪、测倾器、小平板仪等测量工具的使用，以及测量距离、高度，測繪多边形地段平面图等基本測繪方法。

課本还注意通过一些計算題来提高学生在算术和代数中获得的計算能力，同时培养学生解决实际問題的能力。

三、教材体系

这套課本根据图形性质的内在联系，从简单到复杂，进行編排。

中学的几何科与作为一門科学的欧氏几何有所不同，不应当也不可能按照严格的公理体系来安排。但是，为了使学生更好地掌握系統的几何知識，并且便于培养他們邏輯推理能力，也应当在学生能够接受的条件下，力求邏輯的严谨性。因此，課本中在学生具备了有关綫段、角等几何图形性质的知識的基础上，引入了定义、公理、定理等概念。然后，就以一些公理和不予证明的一些定理作为出发点来推导其他的定理。

由于研究平面图形的位置关系和相等不等的关系，比研究平面图形的相似关系来得容易，課本中先讲直綫图形的位置关系和相等不等关系，再讲圆，然后讲相似三角形以及需要

以相似三角形的知識为基础的三角形的解法，最后讲正多边形以及圆的周长和面积。

为了使三角形相等不等的知識集中在一起，便于学生掌握，課本中先讲平行綫，再讲三角形。

有关多边形面积的計算在工农业生产中較为有用，所以在讲了四边形之后，提前讲多边形的面积、勾股定理等知識，以便学生今后經常接触，牢固掌握，这样也配合了代数、物理各科的需要。

几何作图的学习宜于同几何图形性质的学习相配合，随着图形性质的加深而逐步提高，因此，課本中有关作图的知識，分散在各章中出現。为了学习几何时画图的需要，在第一章中說明了綫段和角的一些作图方法。同时，通过作图也巩固了綫段、角的概念和性质。

由于轨迹知識比較困难，宜于在学生掌握一定的几何图形知識和邏輯推理能力后学习，課本中把轨迹知識安排在“圓”一章里学习。

为了教学上的方便，課本中把測量知識分別集中在“多边形的面积”和“三角形的解法”两章中讲授。

四、編寫課本时注意的几点

1. 有計劃、有意識地逐步培养学生的邏輯推理能力

在几何科中培养学生的邏輯推理能力必須有計劃、有意識地逐步进行，否則学生就会感到学习几何非常困难，并且也达不到培养的目的。課本中大体上分成下列四个阶段来

培养。

第一阶段，培养学生判断的能力。这一阶段主要通过緒論中“直線”、“圓和弧”、“角”几部分的教学来培养。要求学生在搞清概念的基础上，通过图形直观，能有根据地作出判断。

第二阶段，培养学生进行简单推理论证的能力。这一阶段主要是通过緒論中“定义、公理、定理”，第二章平行綫到第三章的“全等三角形”几部分的教学来培养。要求学生能正确地辨别条件和結論，掌握证明的步骤和书写格式。課本中分成下列几步来培养：(i)分步写出证明过程，让学生在括号内注明每一步的理由；(ii)让学生论证一些写好了已知、求证并附有图形的证明題，先是一两步推理的，然后逐渐增加推理的步数，并逐渐出現需要添輔助綫的；(iii)让学生自己写出已知、求证并自己画出图形来进行论证。

第三阶段，培养学生对較复杂一些的证明題的分析能力，从而提高他們的邏輯推理能力。这一阶段主要是通过“全等三角形”以后的教学来培养。要求学生能根据证明題中的条件和結論进行“分析”，在若干种可能的证明途径中，經過探索和选择，找出论证的途径。

第四阶段，通过各种证明方法的学习，继续提高学生的邏輯推理能力。“三角形边角关系”以前，主要培养学生掌握直接证明的方法，此后，除了继续培养学生直接推理的能力，还注意培养学生掌握間接证明的方法(如反证法，同一法等)。

作图題是根据已知条件，进行分析推理，找出各元素間的依存关系，再使用作图工具作出图形，图形作出后还必須进行

論證。通过作图題的教學，一方面可以培养学生实际作图的能力，另一方面也可以培养学生邏輯推理的能力。課本中对作图能力的培养也是逐步进行，要求逐步加深的。在緒論一章随着綫段和角的概念的学习，要求学生能用直尺、圓規作一条綫段等于已知綫段、等于已知綫段的和差倍，作一个角等于已知角、等于已知角的和差倍，用直尺和圓規平分一已知角等，使学生切实掌握作图的方法，但不要求学生写“作法”和“证明”。到三角形基本作图时，进一步要求写“已知”、“求作”、“作法”。到四边形作图时，再添加写“证明”的要求。对于少數习題，还要求学生进行简单的討論。

2. 充分利用直观来帮助学生理解教材

課本中讲解新知識时，注意通过观察、實驗等直观方法和充分利用学生已有的知識来引入。在第一章緒論里，尽量用直观引入。引出定义、公理、定理以后，则充分利用学生已有的知識来进行推理论证。但对于有些概念和性质，仍借助于直观的方法，帮助学生理解。例如三角形內角和定理，先通过實驗，把一个三角形剪开，使它的三个角拼在一起，从而发现三角形三个角的和是 180° ，在此基础上再进行证明。此外，对于有些概念和图形性质，还适当指出它們在实际中的应用。如在讲过全等三角形判定定理3之后，指出了三角形稳定性在建筑方面的应用，并让学生练习“怎样利用三角形的稳定性使梯子稳定”。

3. 加强练习

課本中注意配备足夠数量的“练习”、“习題”和“复习題”，

以保证学生牢固地掌握平面几何的基础知識和培养邏輯推理、作图和計算等能力。一般說来，課本中的练习供講課时提問和課內作业之用，它是巩固本节课所学教材的最基本的題目；习題供課內、外作业之用；复习題供复习补充和供程度較好的学生选作之用。

第一章 緒論

(一)課本通过引言，简单地用事實說明学习几何的目的和几何研究的对象。数学时还可以就学生和当时当地的实际，更具体地說明，使学生认识到学习几何的目的是为了将来参加社会主义建設，以引起学生学习几何的要求和兴趣。

這章教材先通过实例說明了体、面、綫、点、直綫、平面等基本概念。然后說明有关直綫、圆、角等一些概念，并且用简单的推理說明了它們的一些性质，同时說明綫段、角的度量和作图。最后，通过实例說明了定义、公理、定理等概念，定理的組成，以及有关证明的初步知識。

這章教材是学习以后各章的基础。

(二)這一章的教学要求主要是：

1. 使学生理解体、面、綫、点、直綫、平面等基本概念，掌握直綫和平面的性质；
2. 使学生理解有关直綫、圆、角的一些概念，掌握垂綫、对頂角的性质；
3. 培养学生运用所学知識，使用直尺、圓規、量角器、三角板等工具进行度量和作图的能力；
4. 使学生理解定义、公理、定理的意义，定理的組成，以及有关证明定理的一些初步知識，掌握一些等量公理，并且初步

培养学生进行简单的論证的能力。

(三)本章的重点是有关綫段、角的概念和性质，以及有关綫段和角的作图方法。

这些知識是平面几何和立体几何的最基础的知識。掌握这些知識和本章中其他的知識的关键在于使学生弄清楚本章中所引入的这些概念的实质。課本中在讲解新知識时注意結合生产实际和学生的生活經驗，通过觀察、實驗等方法和充分利用学生已有的知識来引入，在使学生获得較充分的感性認識的基础上再提高到理性認識，并且注意多安排学生亲自动手的實驗、觀察、度量、画图的內容或习題，使学生弄清楚这些概念的实质。

培养学生运用定义、公理、定理进行判断和进行一些简单推理，也是本章数学中的一个重要任务。

(四)本章的难点是形成学生的空間观念和培养学生的演繹論证的能力。

从研究数量关系到研究图形間的关系，这是一个很大的变化。虽然学生在小学里已經接触了一些几何图形，但是学生的空間观念还是很薄弱的，要使学生熟悉图形間的关系还是一个較为困难的問題。为了解决这个問題，課本中除了注意使概念从实际引入以外，还充分地利用了图形的直观性来帮助学生积累空間观念。

用演繹法进行論证，对于学生來說，还是初次正式遇到，使学生能够初步掌握演繹論证的方法和規律是本章中的最大难点。因此，課本中在用演繹法进行論证之前，先培养学生的

判断能力，逐步培养学生通过图形直观、运用概念有根据地作出判断、说明理由的能力，为演绎论证作了准备。引入演绎论证以后，先搞清楚已知的条件和求证的结论，然后逐步培养学生掌握证明步骤和书写格式。课本中采用分步写出证明过程，首先让学生在括号内注明每一步理由；其次让学生论证一些写好了已知、求证并且附有图形的一二步的证明题。

(五) 这章教材教学时数估计需要 25 节课时左右。第 I、II、III、IV、V 大节估计各需要 2、4、1、13、5 节课时左右。

I 基本概念

教材说明

这大节教材是在小学算术里学过的一些几何图形如长方体、圆柱、直线、圆等知识的基础上提出来的。首先说明体、面、线、点的概念。其次说明直线和平面的一些性质：经过两点可以作一条直线，并且只可以作一条直线（这是公理）；两条直线相交，只有一个交点（这是前面公理的推论）；经过平面内任意两点作一条直线，这条直线上的所有点都在这个平面内（这也是公理）。最后通过具体例子说明几何图形、平面几何图形、立体几何图形和平面几何学的概念。

(一) 本大节的数学要求主要是：

1. 使学生了解几何体、面、线、点的概念，几何图形的概念。
2. 使学生理解直线和平面的概念，掌握它们的一些性质。

(二)本大节教材的重点是直綫的性质。

直綫的性质，不但在本章以后各大节里要經常应用，在以后各章里也經常应用。为了使学生巩固地掌握“經過两点可以作一条直綫，并且只可以作一条直綫”这个性质，課本中通过實驗來說明，并且指出这个性质在實踐中的应用。对于“两条直綫相交，只有一个交点”的性质，学生通过画图是很容易直观認識到的。課本中采用推理的办法得出。这是极简单的推理因素，目的在于使学生初步接触一些几何中的推理方法，为以后学习做些准备，不是正式要学生学会反证法的推理方法。

(三)本大节教材的难点是体、面、綫、点等概念。

几何的体、面、綫、点的概念都是从具体事物中抽象出来的，由于比較抽象，所以学生較难理解。解决这个难点的关键在于多通过一些实际例子來說明。教学时只要使学生理解“体有长、寬和高；面只有长和寬，沒有高；綫只有长，沒有寬和高；点只有位置，沒有大小”就可以了，不必作过多的引伸。如果學生問絲綫棉綫算不算綫，可以这样說明：如果不考慮絲綫棉綫的粗細，只考慮它們的长短，它們就給出几何綫的形象；如果也考慮它們的粗細，它們都是体，不是几何中所說的綫。

注　解

1. 名詞解釋

标杆(課本第3頁) 标杆又叫做測杆。它是用木料制成的圓杆(或用竹杆)，直徑約5厘米，長約2米。杆身每20厘

米分为一段，用红、白油漆交替漆着，下端装有圆锥形的铁尖，以便插入地面。

实地测量时，把标杆插在测量的目标处（必须和地面垂直），以便瞄准。在定直线、画直线的延长线或确定直线的交点时都要用标杆。标杆是一种基本的测量工具，在用较精密的仪器如平板仪、罗盘仪、经緯仪等进行测量时，也都要用标杆。

2. 例题、练习、习题提示

- (1) § 1.1 练习 2：它是球形的，它的体积是 4 立方分米。
- (2) § 1.3 练习 3：圆柱的底面是平面，圆柱的侧面不是平面（参看习题一，9 题提示）。
- (3) 习题一，6 题：至少钉两个钉，因为两点决定一条直线。
- (4) 9 题：不一定是平面。例如 § 1.3 练习 3 圆柱的侧面，虽然这个圆柱的一条母线上的点都在圆柱的侧面上，但在侧面上任意取两点，作一条直线。它上面所有点不都在这个侧面上，所以它不是平面。

参考资料*

§ 1.2 图 1.7 在地面上定直线的方法 如果需要在位置确定的两点 A 和 B 之间定直线（参看课本图 1.7），首先在这

* 这本参考书中的参考资料，只是供教师深入掌握教材时参考用的，不要把它当作教材教给学生，以免加重学生负担。

两点插上标杆 然后一个学生站在离 A 点 2—3 米处，另一个学生拿着第三根标杆从 B 点向 A 点走去，走到两根标杆之間的预定点时，把带着的标杆垂直地拿着，并照 A 点处学生的指示，移动标杆，使 A 点的标杆和拿着的标杆恰好遮住 B 处的标杆。拿着的标杆垂直于地面的点 C 就是直线 AB 上的点。

如果从 A 点到 B 点的距离比較长，那么應該在 A 和 C 以及 C 和 B 之間用同样的方法再插上其它标杆。

有时我們要把由 A, B 两点所确定的直线延长，这时可以顺着所指出的方向（如課本图 1.7 中上方的图）放上第三根标杆 C ，使它恰好被 A, B 两标杆遮住。然后繼續插以下的标杆，使每一根标杆都恰好被它前面的标杆遮住。

全部标杆都必須垂直地插起来。我們可以用鉛錘来检查标杆是否垂直。鉛錘是系有細绳的重锤（图 1.1）。



图 1.1

II 直线

教材說明

这大节教材是在小学算术里学过的直线、綫段和前一大节直线性质的基础上提出来的。首先說明射綫、綫段的概念和綫段的比較，进而說明綫段的度量和“在連結两点的綫中，綫段最短”（这个性质，在課本中把它当作公理看待）。最后說