

GAILU YU SHULITONGJI

经济数学

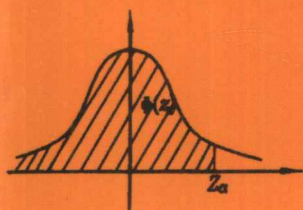
学习指导丛书

JINGJI SHUXUE XUEXI ZHIDAO CONGSHU

概率与数理统计

编著 李湘云

湖北科学技术出版社



677

021

L261

经济数学

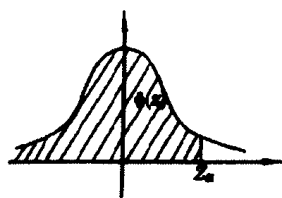
学习指导丛书

JINGJI SHUXUE XUEXI ZHIDAO CONGSHU

概率与数理统计

编著 李湘云

湖北科学技术出版社



经济数学学习指导丛书

概率与数理统计

© 李湘云 编著

责任编辑:王连弟

封面设计:戴 旻

出版发行:湖北科学技术出版社
地 址:武汉市武昌黄鹄路75号

电话:86782508
邮编:430077

印 刷:华中理工大学印刷厂

邮编:430074

850mm×1168mm 32开 19.75印张
2002年7月第1版

487千字
2002年7月第1次印刷

印数:1—4 000

ISBN 7-5352-2760-0/O·33

定 价:29.00元

本书如有印装质量问题 可找承印厂更换

前 言

20 世纪是在知识经济和信息网络等现代化的狂潮中结束的。历史告诉我们:每一次现代化的狂潮过后,都必然出现怀旧和返朴归真的波澜。因此,基础科学在新世纪的重要性再次显露出来。

数学是基础理论课中的重要学科之一。它不仅是广大学生学习相关课程及在其他科学领域中进行理论和实践的基础,而且对学生其他能力的培养也起着极其重要的作用。数学来源于实践,它也理应回到实践中去,为经济生活和社会生活服务。随着我国社会主义市场经济的不断深入和发展,经济、管理类人才的需求量大大增加。高等教育的最终目的不在于人才数量的单纯增长,而在于保证质量下的数量稳步递增,这是我们教育界同仁应达成的共识。《经济数学学习指导丛书》编写的根本目的正是为了培养高质量的经济、管理类人才。

本丛书根据高等学校经济、管理类专、本科数学课程教学大纲的基本要求,以作者十几年教学讲稿为蓝本,参阅研究了大量的教材、试题,力争使其具有系统性、规范性和灵活性。目的是加深学生对经济数学课程知识点的理解和掌握,提高他们综合运用知识解决实际问题的能力,通过训练力争达到举一反三、融会贯通的目的。

《经济数学学习指导丛书》包括《微积分》、《线必代数》、《概率与数理统计》三册,其中《概率与数理统计》以章为单元,每章分为六个部分:知识与归纳部分把本章的知识点以网络图的形式进行了简单时纳;目的与要求部分概述了本章的目的与要求;内容与要点部分包括二点,第一点系统汇编了本章的概论、定理、公式等,第二点简要概述了本章的重难点;解析与技巧部分是本册的重点,收录了大量的例题,也融入了历届部分考研试题,对选编例题进行了

分类、归纳、总结等,讲解了解题的技巧;练习与自测部分以标准试题的形式出现,分选择、填空、解答题三类题型,本部分主要供读者自己练习和自我检验;答案与提示对解题思路作了简要提示。

本丛书可供高等学校经济、管理类各层次的大学生(专科、电大、函大、高等教育自修考试、专升本、本科)学习《经济数学》时使用,也可作为报考经济管理类硕士研究生复习高等数学的必备参考书目。

本书的出版得力于湖北科学技术出版社的大力支持,是该社给予了一次作者与广大读者交流的机会。同时,对为本书的编写、出版提供了大力帮助的各位师长、朋友,对编写过程中参考的有关书籍的编著者,作者在此一一致谢。

当然,由于自己学识、水平有限,本书无论是内容还是体例等均存有诸多不足,对书中的疏漏、错误之处,恳请读者朋友批评指正。

李湘云

2002年6月

目 录

第一章 随机事件及其概率	(1)
一、知识与归纳	(1)
二、目的与要求	(2)
三、内容与要点	(2)
四、解析与技巧	(13)
(一)随机事件间的关系与运算	(13)
(二)古典概型一——摸球模型的计算	(19)
(三)古典概型二——质点入盒模型的计算	(23)
(四)古典概型三——随机取数模型的计算	(28)
(五)有关概率的定义与性质的命题	(30)
(六)求与某事件有关的事件的概率	(34)
(七)利用条件概率与乘法公式计算概率	(40)
(八)有关事件的独立性	(45)
(九)利用全概率公式与贝叶斯公式(逆概公式)计算概率	…
(十)考研综合题	(49)
五、练习与自测	(63)
六、答案与提示	(75)
第二章 随机变量及其分布	(77)
一、知识与归纳	(77)
二、目的与要求	(78)
三、内容与要点	(78)
四、解析与技巧	(94)
(一)基本概念题	(94)
(二)随机变量 ξ 的分布函数及分布密度	(97)

(三)随机变量函数 $\eta=f(\xi)$ 的分布律及分布密度	··· (112)
(四)确定随机变量概率分布中的未知参数	····· (121)
(五)与随机变量的分布有关的几类证明题	····· (123)
(六)几类重要分布的应用	····· (132)
(七)考研综合题	····· (150)
五、练习与自测	····· (157)
六、答案与提示	····· (167)
第三章 随机变量的数字特征	····· (171)
一、知识与归纳	····· (171)
二、目的与要求	····· (171)
三、内容与要点	····· (172)
四、解析与技巧	····· (178)
(一)随机变量的期望与方差	····· (178)
(二)随机变量函数的期望与方差	····· (194)
(三)数学期望与方差的应用题的常用解法	····· (208)
(四)考研综合题	····· (217)
五、练习与自测	····· (229)
六、答案与提示	····· (242)
第四章 二维随机变量	····· (245)
一、知识与归纳	····· (245)
二、目的与要求	····· (245)
三、内容与要点	····· (246)
四、解析与技巧	····· (257)
(一)求离散型随机变量的联合概率分布应注意的几个问题	····· (257)
(二)边缘分布的求法	····· (264)
(三)利用二维概率分布求二维随机变量落入平面区域的概率	····· (268)

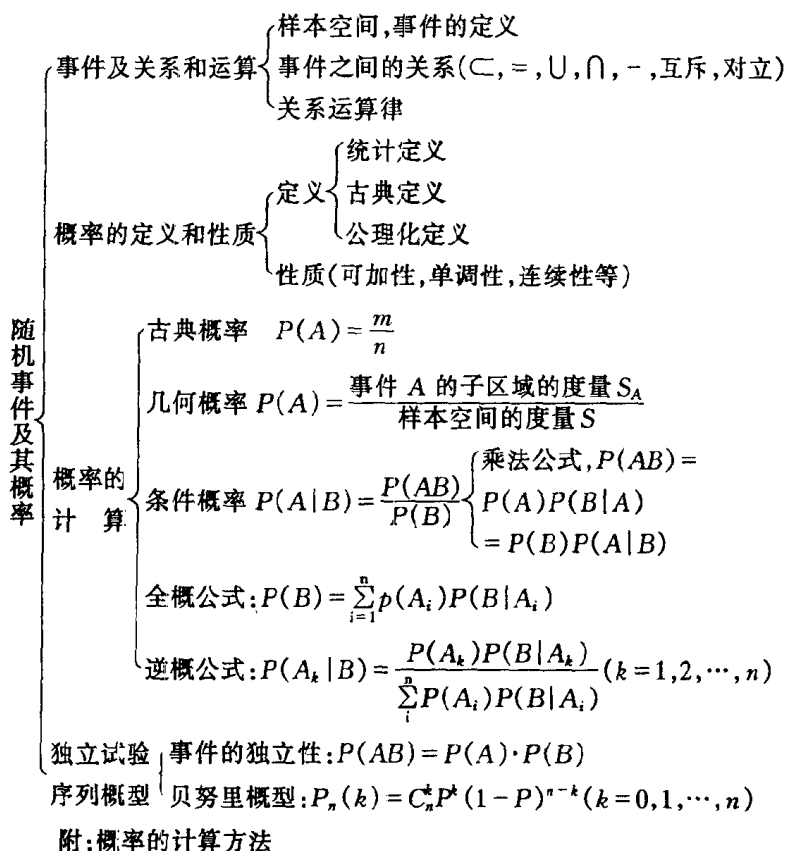
(四)二维连续型随机变量分布函数的求法·····	(272)
(五)二维离散型随机变量独立性的判别及其应用·····	(281)
(六)二维连续型随机变量独立性的判别方法·····	(284)
(七)两随机变量之和的概率分布的求法·····	(288)
(八)二维随机变量的最大值与最小值分布律的求法·····	(295)
(九)二维随机变量的数学期望和方差的求法·····	(299)
(十)协方差与相关系数的计算方法·····	(303)
(十一)如何掌握二维均匀分布与二维正态分析·····	(308)
(十二)考研综合题·····	(324)
五、练习与自测·····	(339)
六、答案与提示·····	(347)
第五章 大数定理和中心极限定理·····	(352)
一、知识与归纳·····	(352)
二、目的与要求·····	(352)
三、内容与要点·····	(353)
四、解析与技巧·····	(359)
(一)一类与期望或方差有关的概率不等式的证法·····	(359)
(二)切比雪夫不等式的两点应用·····	(362)
(三)大数定理及其应用·····	(369)
(四)德莫佛—拉普拉斯中心极限定理的应用·····	(372)
(五)列维—林德伯格中心极限定理的应用·····	(378)
(六)考研综合题·····	(385)
五、练习与自测·····	(386)
六、答案与提示·····	(392)
第六章 抽样分布·····	(394)
一、知识与归纳·····	(394)
二、目的与要求·····	(395)

三、内容与要点	(395)
四、解析与技巧	(404)
(一)样本均值的分布及其应用	(404)
(二) χ^2 -分布及其应用	(415)
(三)t-分布及其应用	(421)
(四)F-分布及其应用	(426)
(五)考研综合题	(431)
五、练习与自测	(431)
六、答案与提示	(437)
第七章 参数估计	(439)
一、知识与归纳	(439)
二、目的与要求	(439)
三、内容与要点	(440)
四、解析与技巧	(448)
(一)矩估计与极大似然估计	(448)
(二)验证估计量无偏性的常用方法	(460)
(三)正态总体参数的区间估计	(467)
(四)考研综合题	(481)
五、练习与自测	(484)
六、答案与提示	(491)
第八章 假设检验	(494)
一、知识与归纳	(494)
二、目的与要求	(494)
三、内容与要点	(494)
四、解析与技巧	(506)
(一)小概率原理的应用	(506)
(二)单个正态总体均值与方差的假设检验	(509)
(三)两个正态总体均值与方差的假设检验	(516)

(四)非参数检验·····	(535)
(五)考研综合题·····	(544)
五、练习与自测 ·····	(546)
六、答案与提示 ·····	(554)
第九章 方差分析与回归分析 ·····	(557)
一、知识与归纳 ·····	(557)
二、目的与要求 ·····	(557)
三、内容与要点 ·····	(558)
四、解析与技巧 ·····	(574)
(一)方差分析·····	(574)
(二)回归分析·····	(591)
五、练习与自测 ·····	(611)
六、答案与提示 ·····	(619)

第一章 随机事件及其概率

一、知识与归纳



随机事件的概率	直接算法	$P(A) = \frac{m}{n}$
	间接算法	条件概率 $P(B A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ 积事件概率 $P(AB) = \begin{cases} P(A)P(B A) \\ P(B)P(A B) \end{cases}$ 全概率公式 $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B A_i)$ 逆概率公式 $P(A_j B) = \frac{P(A_j)P(B A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B A_i)}$ 贝努里公式 $P(A \text{ 发生 } k \text{ 次}) = C_n^k p^k q^{n-k}$ 加法公式 $\begin{cases} (1) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \\ (2) P(A+B) = P(A) + P(B) \end{cases}$ 差事件概率: $P(B-A) = P(B) - P(A)$ (当 $A \subset B$ 时)

二、目的与要求

1. 了解样本空间的概念,理解随机事件的概念,掌握事件的关系及运算.

2. 理解概率,条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会计算古典型概率,掌握概率的加法公式,乘法公式及全概率公式、贝叶斯公式.

3. 理解事件的独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算,理解独立重复试验的概念,掌握计算有关事件概念的方法.

三、内容与要点

(一)基本概念及相关内容

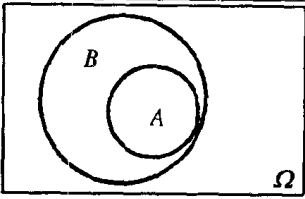
1. 事件及其基本概念(见表 1.1)

表 1.1 事件及几个基本概念的定义

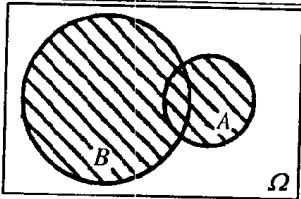
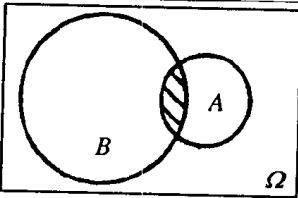
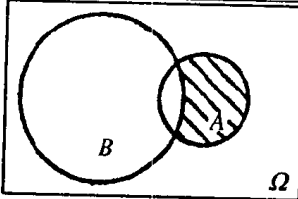
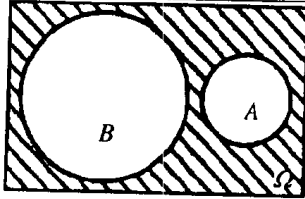
名称	定义	举例
随机试验	可以在相同的条件下重复进行,并且每次试验的结果事先不可预知的试验	掷一颗均匀的骰子,观察出现的点数是一个随机试验.试验的结果“点数是3”是一个随机事件.而事件 $w_1 = \text{“点数1”}$, $w_2 = \text{“点数2”}$, $\dots, w_6 = \text{“点数6”}$ 是6个基本事件,事件 $B = \text{“点数为奇数”}$ 是一个复合事件.“点数为1到6中的某一个”为必然事件;“点数为7”是不可能事件.
随机事件	在随机试验中,可能发生也可能不发生的事件,也简称为事件	
基本事件	仅含有一个样本点的随机事件(随机试验中每一种可能的试验结果称为一个样本点)	
复合事件	含两个或两上以上样本点的随机事件	
必然事件	必然会发生的事件	
不可能事件	试验中不可能发生的事件	

2. 事件的关系及运算(见表 1.2)

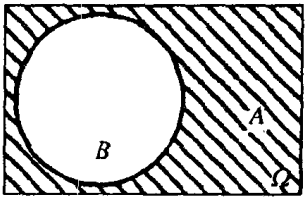
表 1.2 事件的关系和运算

名称	意义	文氏图	备注
事件的包含	如果事件 A 发生,则事件 B 一定发生,称事件 B 包含事件 A . 用 $B \supset A$ 或 $A \subset B$ 表示.		注: $\emptyset \subset A \subset \Omega$ 总是成立的.
事件的相等	如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称事件 A 与 B 相等. 用 $A = B$ 表示.		

续表

名称	意义	文氏图	备注
事件的和	“事件 A 与 B 中至少有一个发生”是一个事件,称为事件 A 与 B 的和,记为 $A + B$ 或 $A \cup B$.		注:事件 $A + B$ 发生是指仅 A 发生或者仅 B 发生或者 A 与 B 同时发生.
事件的积	“事件 A 、 B 同时发生”是一个事件,称为 A 与 B 的积.记为 AB 或 $A \cap B$.		注:事件 AB 发生是指 A 发生且 B 也发生.
事件的差	“事件 A 发生而 B 不发生”是一个事件.称为 A 与 B 的差,记作 $A - B$.		注: $A - B$ 与 $B - A$ 是两个不同的事件.
事件的互不相容(互斥)	如果事件 A 与 B 不能同时发生,即 $AB = \emptyset$.称 A 与 B 互不相容(或互斥).		注: A 与 B 互不相容只表示这两个事件不能同时发生,但却允许它们同时都不发生.

续表

名称	意义	文氏图	备注
事件的对立	事件 A 与 B 不能同时发生,但必须有一个发生,即 A, B 满足 $AB = \emptyset$ 且 $A + B = \Omega$, 称 A 与 B 是对立的 (或互逆的) 事件,记为 $\bar{A} = B$ 或 $\bar{B} = A$.		注:当 A 与 B 对立时, A 与 B 既不能同时发生,但也不能同时不发生,即 A 发生时, B 一定不发生,而 A 不发生时, B 一定发生.
完备事件组	如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两互不相容,且 $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 构成一个完备事件组.		

3. 概率论与集合论中同种记号对照(见表 1.3)

表 1.3 同种记号在概率论与集合论中的对照

记号	概率论	集合论
Ω	样本空间, 必然事件	全集
$\emptyset$	不可能事件	空集
ω	基本事件	元素
A	事件	子集
$A \subseteq B$	事件 A 发生, 则 B 一定发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 和事件 B 是同一个事件	A 与 B 相等
$A \cup B (A + B)$	事件 A 与 B 中至少有一个发生	A 与 B 的并集 (和集)
$A \cap B (AB)$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生, 而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB = \emptyset$	事件 A 与 B 不相容	A 与 B 的交集为空
$\bar{A}$	A 的对立事件	A 的补集

4. 事件关系运算的推广 (见表 1.4)

表 1.4 关系运算的推广

分配律: $AB + C = (A + C)(B + C)$;	交换律: $A + B = B + A, AB = BA$;
摩根律 (对偶律): $\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}, \overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$;	结合律: $(A + B) + C = A + (B + C)$; $(AB)C = A(BC)$;
补元律: $A\bar{A} = \emptyset, A + \bar{A} = \Omega$;	还原律: $\bar{\bar{A}} = A$;
吸收律: 若 $A \subseteq B$, 则 $AB = A$, 且 $A + B = B$;	分解律: 若 $A \subseteq B$, 则 $B = A + \bar{A}B$;
蕴涵律: 若 $AB = \emptyset$, 则 $A \subseteq \bar{B}, B \subseteq \bar{A}$;	排中律: $A \cup \bar{A} = \Omega$;
矛盾律: $A \cap \bar{A} = \emptyset$	差积转换律: $A - B = A \cap \bar{B} = A - (A \cap B)$.

5. 概率的定义

(1) 概率的统计定义

如果在 n 次重复试验中事件 A 发生了 m 次, 当 n 逐渐增大时, 比值 $\frac{m}{n}$ 稳定地在某一常数 p 附近摆动, 且 n 越大, 摆动幅度越小. 则称此常数 p 为事件 A 的概率, 记为 $P(A)$.

注: 比值 $\frac{m}{n}$ 称作 n 次试验中 A 发生的频率, 必须进行 n 次试验才能计算事件 A 发生的频率; 而事件 A 的概率 $P(A)$ 是事件 A 在一次试验中发生的可能性的.

(2) 概率的古典定义

若试验结果一共有 n 个基本事件 $w_1, w_2, \dots, w_n$, 且每次试验中各基本事件出现的可能性完全相同, 而事件 A 由其中 m 个事件 $W_{i1}, W_{i2}, \dots, W_{im} (m \leq n)$ 组成, 则事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

注: 概率的古典定义要求试验具有两个特点: 试验的样本空间的样本的有限性和每次试验中各基本事件 $w_1, w_2, \dots, w_n$ 出现的等可能性. 我们称具有上述两个特点的试验为古典试验, 建立在古典试验上的数学模型为古典概型.

(3) 概率的公理化定义

设 E 是随机试验, Ω 是它的样本空间, 对于 E 的每一事件 A 赋予一个实数, 记作 $P(A)$, 称为事件 A 的概率. 如果集合函数 $P(\cdot)$ 满足下列条件:

1° 非负性. 对于每一个事件 A , 有 $P(A) \geq 0$;

2° 规范性 $P(\Omega) = 1$;

3° 可列可加性 设 $A_1, A_2, \dots$ 是两两互不相容的事件, 即 $i \neq j$ 时, $A_i A_j = \emptyset, i, j = 1, 2, \dots$, 则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$