

断裂力学

DUANLIELIXUE

山东科学技术出版社

断 裂 力 学

李 灏等编

山东科学技术出版社

一九八〇年·济南

内 容 提 要

本书主要介绍断裂力学的基本原理、测试方法及其在工程上的应用。全书共分十章，前七章介绍了线弹性断裂力学、弹塑性断裂力学、断裂参数的测试方法、断裂力学的工程应用以及混合型裂纹的脆性断裂；后三章讲述了确定应力强度因子的有限单元法、断裂动力学和堵塞理论与场的守恒定律。

本书可供工程技术人员、科研单位有关人员阅读，也可作为工科院校断裂力学课程的教学参考书。

断 裂 力 学

李 颢 等 编

山东科学技术出版社出版

山东省新华书店发行

山东新华印刷厂潍坊厂印刷

787×1092 毫米 32 开本 11.875 印张 238 千字

1980 年 4 月第 1 版 1980 年 4 月第 1 次印刷

印数：1—4,000

书号 15195·45 定价 1.25 元

前 言

断裂力学是近二十多年来发展起来的一门新兴的学科。它主要研究带裂纹固体的强度和裂纹在固体中传播的规律。七十年代以来,国内已经做了大量的试验研究工作,并且取得了一定的成绩。为了普及有关断裂力学基本原理、断裂参数的测试方法和在工程中的应用,我们编写了《断裂力学》这本书。本书在编写的过程中,对学习断裂力学所涉及的一些数学、力学知识和基本公式作了较为详细的说明和推导。

为了反映近年来断裂力学方面的新发展,第八章介绍了确定应力强度因子的有限单元法,第九、十章讲述了断裂动力学和诺塞理论与场的守恒定律。由于断裂力学涉及的内容很广泛,而且有的还处在不断发展之中,新的理论、新的测试方法及其应用成果不断出现,因此本书介绍的内容还只是基础性的。有关断裂力学的一些更专门的问题可参阅本书所提供的参考资料。

参加本书编写工作的有华中工学院李灏、清华大学顾求林、北京钢铁学院纪炳炎、昆明工学院王秀彰和毕谦、甘肃工业大学郎福元和胡世骏、西北工业大学黄梅珠、陕西机械学院潘任先、山东化工学院李中柱、山东工学院白祥和程德明。本书由山东工学院的同志统稿,李灏同志最后审阅。在编写过程中,山东海洋学院丁履量同志提出了许多宝贵的意

见，山东工学院李少青同志参加了绘图工作，并得到不少兄弟院校的大力帮助，在此表示感谢。

编 者

一九七九年五月

目 录

第一章	绪论	1
第二章	线弹性断裂力学	4
第一节	威斯特噶尔德方法	4
第二节	应力强度因子和断裂韧度	21
第三节	线弹性断裂力学应用举例	33
第四节	能量释放率	37
第三章	弹塑性断裂力学	45
第一节	裂纹尖端的塑性区	46
第二节	裂纹扩展阻抗	51
第三节	裂纹张开位移	54
第四节	J 积分	62
第五节	非线性范围的断裂韧度 $\bar{G}$	73
第四章	材料断裂参数测试装置	80
第一节	测试装置	80
第二节	加力装置	84
第三节	载荷传感器	85
第四节	夹式引伸计及其标定装置	89
第五节	监测装置与疲劳试验机	95
第五章	材料断裂参数测试方法	101
第一节	平面应变断裂韧度 K_{Ic} 的测试	101
第二节	J_{Ic} 的测试	120
第三节	裂纹尖端临界张开位移 δ_c 的测试	131
第四节	断裂参数测试的自动控制技术	137

第六章	断裂力学在工程中的应用	147
第一节	断裂—安全设计	148
第二节	交变载荷作用下构件的设计	158
第三节	应力腐蚀下构件的设计	171
第四节	压力容器断裂前渗漏设计	178
第五节	断裂质量控制	180
第六节	裂纹扩展速率 da/dN 的测试	182
第七章	确定应力强度因子的有限单元法	208
第一节	矩阵的基本知识	208
第二节	有限单元法基础	223
第三节	用通常单元的方法	234
第四节	用特殊单元的方法	243
第八章	混合型裂纹的脆性断裂	260
第一节	最大拉应力理论	261
第二节	能量释放率理论	264
第三节	应变能密度理论	269
第九章	断裂动力学	292
第一节	弹性动力学	293
第二节	运动裂纹尖端近旁的应力场	296
第三节	动态应力强度因子	298
第四节	能通率判据	299
第五节	裂纹扩展力、能量释放率及广义 J 积分	301
第六节	能量释放率	304
第七节	裂纹最高扩展速率与分岔	305
第八节	断裂动力学的前景	308
第十章	诺塞理论与场的守恒定律	309
第一节	拉格郎日场论	310
第二节	诺塞定理	312

第三节	能量与动量的守恒、能量动量张量	318
第四节	角动量的守恒	321
第五节	线弹性动力学	324
第六节	线弹性动力学的守恒定律	326
第七节	能量动量张量和角动量张量	332
第八节	弹性静力学的守恒定律	333
附 录		
一、应力强度因子的常用公式		336
二、一元线性回归分析简介		348
三、国际单位制(SI)		355
参考资料		360

第一章 绪 论

工程中常用的结构材料，往往强度较低，韧度较高；设计时，一般只注意超载引起的塑性破坏。至于防止构件的破坏，则采用控制传统强度和韧度指标的方法。近年来，高强和超高强材料的应用日益广泛。随着材料强度的提高，韧度往往降低（即脆性增加）。强度高而韧度低的材料，常常在应力不高，甚至低于屈服极限的情况下发生突然的脆性破坏，出现所谓低应力脆性断裂现象。从脆断事例中认识到，材料的强度和韧度指标虽能满足传统设计的要求，但却难免发生断裂事故，这说明传统指标和传统强度计算，不能确保结构的安全，不能适应新材料、新工艺。

人们对低应力脆断进行了大量的分析和研究，发现脆性破坏总是由宏观缺陷或裂纹的失稳扩展（快速扩展）引起的。有时裂纹还会持续缓慢地作所谓亚临界扩展，最后到达临界状态，发生半脆性断裂。所谓宏观裂纹，就是指冶金缺陷，在加工、使用（如在加载、疲劳或应力腐蚀）过程中形成。因此，构件中存在的缺陷或出现的裂纹是难免的。传统的强度理论往往假设材料中没有缺陷或不存在裂纹，这是不符合实际情况的。因此，按传统的强度理论设计的构件仍不能确保安全使用。

断裂力学是一门新发展起来的强度科学。它扬弃了传统的强度理论关于材料不存在缺陷的假设。但是从实际构件中

存在着缺陷或裂纹的客观事实来看,可把构件看成连续和间断的统一体。在这个基础上提出了新的计算方法和设计原则。

断裂力学主要是研究以下几个方面的问题:

1. 应用弹塑性理论研究裂纹尖端附近的应力、应变状况(即载荷、环境与裂纹的几何形状、尺寸之间的关系),研究裂纹的扩展规律,考察裂纹对结构强度和使用寿命的影响,建立断裂判据。

2. 确定能够反映材料抵抗断裂的断裂韧性指标及其测定方法。

3. 恰当地选择材料,提出了新的强度设计概念和计算方法,探讨如何控制和防止结构的断裂破坏。

1921年,葛里菲斯(A. A. Griffith)根据体系能量平衡观点^[1]研究了玻璃、陶瓷等脆性材料中裂纹扩展问题。但当时并没有引起广泛的重视。1948年,欧文(G. R. Irwin)指出^[2],葛里菲斯型的平衡必须存在于载荷功、材料贮存的弹性应变能、塑性变形功和表面能的变化之间。他认识到:对于延性材料,抵抗表面张力作的功要比抵抗塑性变形作的功小得多。1955年和1957年,欧文又指出^[3]能量观点相当于一种应力强度观点,当表示裂纹尖端应力场强度的应力强度因子到达反映其临界值(即材料的断裂韧度)时,便发生断裂。脆性断裂基本上是在线弹性状态下发生的,运用线弹性理论分析脆断能给出比较满意的结果。这就是线弹性断裂力学。

1963年,欧狄根(F. Erdogan)和薛昌明(G. C. Sih)提出了关于混合型裂纹扩展问题的最大拉应力理论^[4]。1973年,薛昌明又提出了应变能密度理论^[5]。

裂纹尖端塑性区的存在是阻止裂纹扩展的重要因素。因此，必须考察裂纹尖端的屈服状况。1960年，道格达尔(D. S. Dugdale)运用牟斯海里什维利(N. I. Mushkeli-shvili)的方法^[6,7]，研究裂纹尖端的塑性区(DM模型)。1961年，威尔斯(A. A. Wells)提出^[8]：在大量塑性屈服时，也可以用所谓裂纹张开位移作为度量裂纹扩展时所作的功。1963年，皮尔贝(B. A. Bilby)、克脱莱尔(A. H. Cottrell)和斯文顿(K. H. Swinden)从位错概念出发^[9]研究裂纹尖端的塑性区(BCS模型)。1968年，赖斯(J. R. Rice)提出一种同围绕裂纹尖端的路径无关的线积分来研究裂纹尖端的变形，分析了裂纹尖端的应变集中问题。这些都是弹塑性断裂力学的成果。

葛里菲斯的脆性断裂研究成果被搁置了二十多年，主要原因是，二十年代脆性断裂的问题在生产上还不是一个严重的问题。船体结构的脆性断裂，使欧文等人重新继续葛里菲斯的工作。断裂力学的大量试验和理论研究工作是从五十年代开始的。人们通过社会的生产实践逐步认识到研究低应力脆性断裂的重要性，特别是各国对高强和超高强材料得到广泛的应用以来尤其突出。恩格斯在分析自然科学的历史时指出：“科学的发生和发展一开始就是由生产决定的。”^①断裂力学的产生和发展生动地说明了自然科学的发展与生产有着密切的关系。

^① 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社，1971年版，第162页。

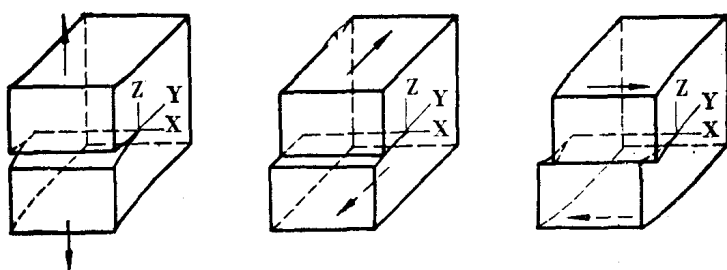
第二章 线弹性断裂力学

从分析大量的断裂事故发现，材料和构件中存在裂纹是不可避免的。线弹性断裂力学认为，材料和构件在断裂以前基本上处于弹性范围以内，可把物体视为带有裂纹的弹性体。用线弹性力学的方法来研究裂纹尖端的应力和位移，找出控制裂纹扩展的物理量。

研究裂纹的扩展有两种观点：一种是能量平衡的观点，认为裂纹扩展的动力是构件在裂纹扩展中所释放出的弹性应变能，它弥补了产生新裂纹表面所消耗的能量；一种是应力场强度的观点，认为裂纹扩展的临界状态是用裂纹尖端的应力场强度达到材料的临界值来表示的。无论用哪种观点来分析，都必须了解裂纹尖端的应力场和位移场。

第一节 威斯特噶尔德方法

为了研究带裂纹构件的强度，必须了解裂纹尖端的应力场和位移场。根据裂纹面的位移方式，可将裂纹分为三种类型：Ⅰ型或张开型（拉伸型）；Ⅱ型或滑移型（面内剪切型）；Ⅲ型或撕开型（反平面剪切型）。裂纹类型及其在坐标系中的对称性如图2—1和表2—1所示。欧文用威斯特噶尔德（Westergaard）方法^[12]分析了以上三种裂纹尖端的应力场和位移场^[3,11]。



(I) 张开型

(II) 滑移型

(III) 撕开型

图 2—1 裂纹的三种位移类型

表 2—1 裂纹面各种位移类型及其对称性

类 型	名 称	上 下 面 的 对 称 性	
		对于 $x-y$ 平面	对于 $x-z$ 平面
I	张 开 型	对 称	对 称
II	滑 移 型	对 称	反 对 称
III	撕 开 型	反 对 称	反 对 称

一、弹性力学的平面问题

1. 弹性力学平面问题的基本公式

在线弹性力学的平面问题中，应变 e_x 、 e_y 、 γ_{xy} 和位移 u 、 v 的关系是：

$$\begin{aligned}
 e_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 e_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}
 \end{aligned}
 \tag{2—1}$$

微分式 (2—1)，消去 u 和 v ，可得到应变的相容方程：

$$\frac{\partial^2 e_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 e_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2-2)$$

在不考虑体力时，弹性力学平面问题的平衡方程有：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (2-3)$$

平面应力和平面应变是平面问题中的两种基本状态。

(1) 平面应力状态：当应力 σ_z 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 等于零时，称为平面应力状态。在此条件下，虎克 (Hooke) 定律：

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ e_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (2-4)$$

式中， E 为拉压弹性系数； G 为剪切弹性模量； ν 为横向变形系数。三者之间的关系为：

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2-5)$$

在平面应力状态下，应变 e_z 为：

$$e_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2-6)$$

(2) 平面应变状态：当应变 e_z 、 γ_{yz} 、 γ_{zx} 等于零时，称为平面应变状态。在此条件下，虎克定律：

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{1}{E} \{ (1-\nu^2) \sigma_x - \nu(1+\nu) \sigma_y \} \\ e_y &= \frac{1}{E} \{ (1-\nu^2) \sigma_y - \nu(1+\nu) \sigma_x \} \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

在平面应变状态下，应力 σ_z 为：

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2-8)$$

利用表 2—2 改变 E 和 ν ，可以使平面应力状态和平面应变状态的公式互换。

表 2—2 平面问题里两种状态的公式互换

平面应力 $\rightarrow$ 平面应变	平面应变 $\rightarrow$ 平面应力
$\nu \rightarrow \frac{\nu}{1-\nu}$	$\nu \rightarrow \frac{\nu}{1+\nu}$
$E \rightarrow \frac{E}{1-\nu^2}$	$E \rightarrow E \frac{1+2\nu}{(1+\nu)^2}$
G 不变	

2. 应力函数

利用虎克定律，可从式 (2—2) 得到应力的相容方程：

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (2-9)$$

设函数 Φ 和应力的关系为：

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2-10)$$

很明显，式 (2—10) 满足平衡方程 (2—3)。函数 Φ ，称为艾雷 (Airy) 应力函数。将式 (2—10) 代入式 (2—9)，得

双调和方程:

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = \nabla^4 \Phi = 0 \quad (2-11)$$

如应力函数 Φ 既满足双调和方程 (2-11) 又满足具体问题的边界条件, 就可得到该问题的解答。

若取艾雷应力函数:

$$\Phi = \psi_1 + x\psi_2 + y\psi_3 \quad (2-12)$$

并设 $\psi_i (i=1, 2, 3)$ 都是调和函数, 即

$$\nabla^2 \psi_i = 0$$

则 Φ 满足双调和方程 (2-11)。

应力函数用复变函数表示, 能解决许多带裂纹的弹性体问题。

设复变量 $z = x + iy$ 的函数 $\bar{Z}(z)$ 及其导数为:

$$\bar{Z} = \frac{d\bar{Z}}{dz}, \quad Z = \frac{dZ}{dz}, \quad Z' = \frac{dZ}{dz}$$

它们必须是解析函数。如果函数 $\bar{Z} = R_{\bar{z}} \bar{Z} + i I_{\bar{m}} \bar{Z}$ 的导数不依赖于趋向极限所经过的路径, 就称为解析函数。则应有:

$$Z = \frac{d\bar{Z}}{dz} = \frac{d\bar{Z}}{dx} = \frac{1}{i} \frac{d\bar{Z}}{dy} \quad (2-13)$$

或

$$i \left(\frac{d\bar{Z}}{dx} \right) = \frac{d\bar{Z}}{dy}$$

而

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial x} &= \frac{\partial R_{\bar{z}} \bar{Z}}{\partial x} + i \frac{\partial I_{\bar{m}} \bar{Z}}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{Z}}{\partial y} &= \frac{\partial R_{\bar{z}} \bar{Z}}{\partial y} + i \frac{\partial I_{\bar{m}} \bar{Z}}{\partial y} \end{aligned} \quad (2-14)$$

将式 (2-14) 代入式 (2-13), 得:

$$i \left(\frac{\partial R_{\bar{z}} \bar{Z}}{\partial x} + i \frac{\partial I_{\bar{m}} \bar{Z}}{\partial x} \right) = \frac{\partial R_{\bar{z}} \bar{Z}}{\partial y} + i \frac{\partial I_{\bar{m}} \bar{Z}}{\partial y}$$

使上式左右两边的实部和虚部分别相等, 便得到柯西

(Cauchy)—黎曼 (Riemann) 条件:

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_c \bar{Z}}{\partial x} &= \frac{\partial I_m \bar{Z}}{\partial y} = R_c Z \\ \frac{\partial I_m \bar{Z}}{\partial x} &= -\frac{\partial R_c \bar{Z}}{\partial y} = I_m Z\end{aligned}\quad (2-15)$$

将式 (2-15) 消去 $I_m \bar{Z}$, 得:

$$\nabla^2 R_c \bar{Z} = 0 \quad (2-16)$$

将式 (2-15) 消去 $R_c \bar{Z}$, 得:

$$\nabla^2 I_m \bar{Z} = 0 \quad (2-17)$$

可见, 解析函数具有调和的实部和虚部。

3. I 型或张开型裂纹

威斯特噶尔德取应力函数为:

$$\Phi = R_c \bar{Z}_I + y I_m \bar{Z}_I \quad (2-18)$$

代入式 (2-10), 得:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (R_c \bar{Z}_I) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (y I_m \bar{Z}_I) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial R_c \bar{Z}_I}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial y I_m \bar{Z}_I}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial R_c \bar{Z}_I}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial I_m \bar{Z}_I}{\partial y} + I_m \bar{Z}_I \right)\end{aligned}$$

利用式 (2-15), 得:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial}{\partial y} (-I_m \bar{Z}_I) + \frac{\partial}{\partial y} (y R_c Z_I + I_m \bar{Z}_I) \\ &= -R_c Z_I + y \frac{\partial}{\partial y} (R_c Z_I) + R_c Z_I + \frac{\partial}{\partial y} (I_m \bar{Z}_I) \\ &= -y I_m Z_I' + R_c Z_I\end{aligned}$$

这样就得到应力场各应力分量的表达式:

$$\sigma_x = R_c Z_I - y I_m Z_I'$$