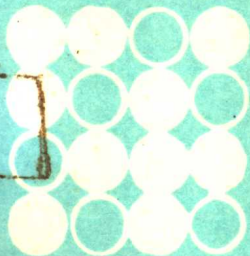
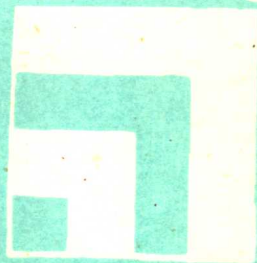
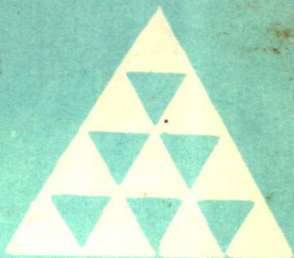


1986年 高考数学标准化 命题及试题分析

中山大学数学系 林和曾等 编



中山大学出版社

1986年高考 数学标准化命题及试题分析

林和曾 吴召关
李尚廉 陈巧华

中山大学出版社

**1986年高考
数学标准化命题及试题分析**

林和曾 吴召关

李尚廉 陈巧华

*

中山大学出版社 出版发行

广东省新华书店经销

广东省韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 7.5印张 15.5万字

1987年1月第1版 1987年1月第1次印刷

印数1—100,000册

统一书号: 7339·28 定价: 1.30元

内 容 简 介

本书内容包括:有关1986年高考数学标准化考试试题模拟的问题;考生答卷的分析和应该注意的问题;选择题和填充题的解题思路与方法;自我测验题及其解答。此外,还附录了1986年广东省高考数学试题与解答。

目 录

一、一九八六年广东省高考数学试题的编拟与试卷分析

..... (1)

A 理工农医类 (1)

B 文史类 (15)

二、一九八六年广东省高考数学试题(第一卷)解法..... (30)

A 理工农医类 (30)

B 文史类 (44)

三、数学试测题及其解法..... (59)

A 理工农医类 (59)

(一)试测题..... (59)

(二)解 法..... (68)

B 文史类 (92)

(一)试测题..... (92)

(二)解 法..... (100)

四、自我测验题及其解答..... (121)

A 理工农医类..... (121)

(一)测验题..... (121)

(二)解 答..... (130)

B 文史类 (156)

(一)测验题..... (156)

(二)解 答..... (164)

附录一 一九八六年广东省高考数学(理工农医类)试题

与解答..... (197)

• 试 题 • (197)

• 解 答 • (206)

附录二 一九八六年广东省高考数学(文史类)试题与

解答..... (216)

• 试 题 • (216)

• 解 答 • (224)

一、一九八六年广东省高考 数学试题的编拟与试卷分析

A 理工农医类

一、试题的编拟

1985年广东省高考数学科第一次进行命题标准化改革试验，得到广大师生的欢迎和支持。普遍认为，该次数学命题能紧扣教学大纲和教材，复盖面广，比较全面和系统地考查了高中数学的主要内容和各种基本方法，且具有相当的灵活性和一定的难度，能较好地区分出各种水平的考生，贯彻执行了“必须符合高等学校选拔新生的要求，同时又有利于中学教学”的命题原则。但也存在一些缺点与问题：一是试题分开两卷、在两段时间内考试，时间的分配不恰当。第一卷的考试时间偏松，而第二卷的时间则太紧。二是第一卷试题的难易坡度不够，第二卷的份量稍多、稍繁。此外得高分的人数也多了些，中上水平的考生和优秀生的区分不够明显。

1986年的命题吸取了1985年的有益经验，也总结了1985年存在的一些不足之处，提出改进的方案。首先在考试方式上改变为第一、二卷同时分发，考试时间不分段，但考虑到选择题是在比较大的范围内考查考生对“双基”（基础知识和基本技能）掌握的熟练程度以及快速灵活解题的能力，因而规定

考生必须先解答选择题，并要在70分钟内完成。这样做，将有利于考生自己支配时间，尤其是对于中等以上水平的考生，他们可以把解答第一卷的盈余时间，用于解答第二卷，发挥其真正的水平，也保证了考生有充分的时间解答填充题与传统题。

为了更好地考查考生对中学数学的基础知识和基本技能的掌握程度，1986年理工科数学的选择题增加了5道题，即共有25道选择题，相应地也增加了客观性题目所占的分数。

为了能对1986年考生的情况作出较为切合实际的客观估计，取得一些参考数据，以及使考生适应考试方式上的一些改变，在高考命题之前进行了一次试测。在试测后对答卷认真作了统计分析，还分别在广州与海口召开了有二百多位中学教师参加的研讨会，从各个角度对试测题进行分析和研究，为高考命题在题量掌握，试题难易坡度安排，以及试题深难度的控制等方面提供了参考依据。

命题时，努力贯彻“必须符合高等学校选拔新生的要求，同时又有利于中学教学”的指导思想，以及“命题范围不超出中学教学大纲，试题内容的要求不超过中学统编教材所能达到的程度”这一基本原则。在命题过程中也注意研究历年来高考命题的成功经验，尤其是去年标准化命题的成功经验，借鉴国外有益的东西，本着发扬优良传统，勇于改革的精神，继续为考试改革探索积累经验。命题时，着重抓以下几个方面。

1. 力求使试题有足够大的知识复盖面，但又能抓住教材体系的重点以及在高等学校学习时需要的基础知识和基本技能。1986年试题内容包括了高中数学课本的每一章，知识复盖面约占高中数学内容的75%，同时，着重抓了初等函数、数

列以及含参数方程的讨论等内容，并注意沟通数学各分支之间的联系。

在试题内容的分配上，注意到使数学各分支的份量与授课时数的比例大体相当。代数、三角、立体几何和解析几何所占分数大致分别为45，24，22，29，这有利于防止偏废。

注意对常用数学方法作比较全面和系统的考查，如配方法、换元法、待定系数法、数学归纳法、演绎法、数形结合法、参数分析法等都一一考查。在这些方法中，比较强调了数形结合法。在高考试题中，设计了不少这方面的题目，例如第一卷第一题的第(12)，(14)，(15)，(16)，(17)，(18)，(24)，(25)题，第一卷第二题的第(10)题等。

2. 在出活题、考能力方面下功夫，力求题型新颖、灵活，但又不“偏”、不“怪”。突出考查运算能力、空间想象能力、逻辑推理能力和综合能力。考虑到广东1985年已经进行过数学标准化考试的试验，广大考生对于选择题和填充题这类题型已经比较适应，因而加大了这类题目的灵活性和每个题目中所考查的知识点。大部份选择题都是一题多解，如果用解常规题的方法来处理，则费时间，但若能够利用概念、性质、数形结合或是其他各种灵活的方法，则可迅速作出正确判断。在传统题方面，也注意考查考生灵活应用和综合应用的能力，例如第二卷的第一题和第三题，都是比较活的题目。考虑到第二卷的第一题起点不要太高，以便稳定考生的情绪，在第一题中设计了两问，第一问实际上是第二问的提示，使得考生能从第一问得到启发，比较顺利地解答第二问。第二卷第三题的第一问和第三问，旨在考查考生分析问题和综合应用多类知识和多种技能解决问题的能力。第一问要求考生通过分析 a_n ， a_{n-1} ， a_{n-2} 的表达式，发现它们间的一些本质

的联系，结合三角函数和角公式与和差化积等公式的特点，找出解题的途径。第三问则是考查考生应用平时掌握的数学方法灵活解决问题的能力。

3.为了引导考生重视钻研教材，牢固掌握“双基”，在考题中，有些是以课本上的例题或习题作为原型，有些则是直接采用课本上的习题，例如第二卷第二题的第(1)问，第三题的第(2)问等。

4.对试题难易顺序的编排，力求使选择题、填充题和第二卷试题各自从易到难排列，以稳定考生的情绪，让考生更好发挥水平。此外还注意了试题的起点要低些，难易坡度不要太陡。在第一卷中，选择题的开始5道小题以及填充题开始的4道小题，难度都较低，只要记住学过的知识及掌握基本的方法，便可解决。考虑到解填充题没有时间限制，为了不使考生因在解填充题时花费太多时间而影响第二卷的解答，在填充题部分没有设置太难的题目。第二卷的第一、二题的难度也不大。但是高考是为高等学校选拔优秀新生，在命题中应强调选拔性，因此，在第一卷的选择题中，一方面加强了题目的灵活性，同时对最后5道选择题加深了难度，使得第一卷也能把各个层次的考生区分开来；第二卷从第三题开始加大难度，使得在这部分能把中等程度的考生和中等以上程度的考生区分开来；在第二卷第四题进一步加大难度，此题分数不高，只占十分，希望通过这样处理，能够把优秀层次的考生区分出来，既有利于选拔开拓型人才，又不会对其他考生得分的影响太大。

命题开始，首先建立知识和能力考查的双向细目表。接着分头编拟试题，再根据命题原则和双向细目表，编制出试题初稿。然后对试题的知识复盖面、难易程度、份量、编排

顺序以及试题是否成题等等方面，都作了认真的考虑，不断调整修改，并与1985年广东的高考数学试题和1986年的试测题多次对比，还充分考虑研讨会上广大中学教师的意见，力求使试题难易适中，结构合理，坡度明显，区分度好，以及选择项有较强的似真性，文字叙述通顺简明，标点符号使用正确。经过多次的反复推敲、调整、修改，最后才定稿。

二、试卷分析

1986年高考评卷结束后，对数学理工科试题的评价一般良好，认为这份试题比较全面地考查知识与能力，而且高中数学的主要内容基本上都作了考查；试题紧扣课本，符合教学大纲要求，难度恰当，起点不高，入手容易；试题的难易坡度明显，区分度好；题型新颖，灵活，不落俗套，但考生又不会感到陌生；试题有针对性，能针对教学的弱点，考查了中学数学教学中容易忽视的内容，对促进中学教学可起良好的作用。总的说，体现了命题前提出的“抓基础，出活题，考能力”的指导思想。同时，这份试题也存在一些缺点和不足的地方，主要是第二卷第四题的解题思路较窄，不利于对能力的考查；第一卷第二题的第6小题和第二卷的第三题的运算量太大；所考查的内容中三角部分多了一些，不等式少了一些；第二卷第一题的评分标准偏严。

1986年广东省理工科的考生共有53,772人，在这5万多份试卷中，随机抽取了334份进行统计分析，推算出全省高考理工科数学各道题的成绩和难度如表（见下页）。

1986年全省理工科数学平均分为62.9分（折合百分制约为52.4分），比1985年的67.36分低4.46分；第一卷的难度为0.38，比1985年的0.33高0.05，第二卷的难度为0.6，比1985年

题别	第一卷			第二卷					合计
	一	二	小计	一	二	三	四	小计	
平均分	32.6	10.5	43.1	7.3	8.3	4	0.3	19.9	62.9
难度	0.35	0.48	0.38	0.39	0.41	0.71	0.97	0.6	0.48

的0.57高0.03。整个说，1986年广东高考理工科数学的试题比1985年的难了一点，但不多。

在334份试卷中，其成绩的分布情况如下表：

分数段	30分以下	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89	90—120
得分人数	16	21	36	59	83	67	36	16
所占比例 %	4.79	6.29	10.78	17.66	24.85	20.06	10.78	4.79

从表中可以看到，得30分以下的只占4.79%，比较多的考生(占62.57%)得分在50—79之间，得高分的也较少，得90分以上的只占4.79%，这个分布是比较合理的。(1985年高考理工科数学得高分的较多，得90分以上的占13.66%。)

1986年理工科数学试题的区分度的情况如下：在25道选择题中，有22道题的区分度在0.4以上，其中有7个在0.6以上；区分度在0.4以下的3道题中，有2道在0.3以上。在10道填空题中，有5道题的区分度在0.4以上，其他的在0.3以上。第二卷四道题的区分度分别为0.64，0.66，0.49和0.32。

第一卷第一题(选择题)的解答情况列表如下:

题序	选择各答案及未选的人数						选对的人数	得分率	难易顺序
	A	B	C	D	E	未选			
1	14	13	275	19	12	1	275	0.82	4
2	14	307	8	3	1	1	307	0.92	1
3	11	8	40	265	10	0	265	0.79	5
4	9	5	5	295	19	1	295	0.88	2
5	18	258	29	15	12	2	258	0.77	7
6	15	68	19	15	214	3	214	0.64	13
7	284	27	4	1	16	2	284	0.85	3
8	4	29	1	37	263	0	263	0.79	6
9	2	67	190	55	17	3	190	0.57	15
10	16	244	31	20	21	2	244	0.73	10
11	10	9	25	29	250	11	250	0.75	8
12	190	8	67	45	24	0	190	0.57	15
13	38	250	16	19	10	1	250	0.75	8
14	23	33	233	27	12	6	233	0.70	11
15	12	42	105	147	27	1	147	0.44	23
16	31	188	51	21	34	9	188	0.56	18
17	16	26	16	233	41	2	233	0.7	11
18	192	19	68	19	34	2	192	0.57	14
19	21	21	42	188	59	3	188	0.56	18
20	59	41	31	18	183	2	183	0.55	20
21	121	37	39	100	34	3	121	0.36	24
22	13	28	174	57	58	4	174	0.52	21
23	15	30	70	23	190	6	190	0.57	15
24	16	29	114	86	81	8	114	0.34	25
25	41	27	42	44	173	7	173	0.52	22
合计							5421	0.65	

1986年的选择题虽然在数量上比1985年增加了5道题，在灵活性与难度方面也比去年明显增大了，但得分为0.652却与1985年的得分率0.674很接近，这说明考生已经比较适应解答选择题了。当然，在这方面也还存在一些问题：首先，考生对利用数形结合的方法去解答选择题还不习惯或者还没有掌握。虽然在试测时已经强调了对数形结合的使用，但是，这次高考题中有不少可用这方法解决的题目其出错率还是很大，例如第(24)、(15)、(25)、(19)、(16)、(18)、(12)等题，其出错率都在0.43以上，其中有些甚至达到0.66；其次就是利用概念进行判断的题，出错率也很大，例如第(25)、(22)、(19)、(23)、(9)等题，出错率都在0.43以上；此外，选择题中两个要用空间想象能力进行判断的题(20)与(21)，错的也很多，(21)题有64%的考生答错，(20)题则有45%的考生答错，这可以说明考生在这方面的弱点。还要指出的是第(19)题，考生错选(E)的最多，达17.7%，其实这个迷惑项的似真性并不强，只要稍为考虑题意就不会选它，这么多考生选它，是否带有盲目性呢？

第一卷第二题(填充题)的得分情况如下页表所示。

1986年的填充题比1985年的稍难一些，但还是基本题，是比较容易的，只要掌握了基础知识与基本技能，就可以顺利解答。可是，解答情况不理想，平均分只有10.5分，比1985年的平均分13.3分低了2.8分。其错误主要是如下几个方面：1.概念不清。如在第(1)小题中把 $y=2\log_3 x$ 的反函数说成是 $y=-2\log_3 x$ 或 $y=3\log_2 x$ 或 $y^2=3^x$ 等；又如在第(4)小题中把双曲线的离心率答成 $\frac{1}{4}$ 或 -4 ，虽然这可能是

第一卷第二题(填充题)的得分情况

题 序	满分分数	实得分数	得分率	难易顺序
1	668	518	0.78	1
2	668	491	0.74	3
3	668	371	0.56	4
4	668	501	0.75	2
5	668	284	0.43	7
6	668	277	0.41	8
7	668	351	0.53	6
8	668	364	0.54	5
9	668	157	0.24	10
10	668	177	0.26	9
合计	6630	3491	0.52	

由于记错双曲线的准线方程,但是双曲线的离心率应该大于1是不能不记住的。2.重要公式也没有记住。如在第(2)小题中因记错极坐标与直角坐标的关系或错认为 $\sec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ 而把结果错答为 $y^2 = x$ 或 $x = 1$; 又如在第(3)小题中因记错球与圆柱的表面积公式而把结果错答为 $\frac{2}{1}$ 或 $\frac{2R}{1}$ 或 $1:1$ 或 $\frac{4}{3}$; 又如在第(9)小题中由于不记得积化和差的公式而得到错误的答案空集或无解或其他。3.简单的运算也常常出错。如在第(1)小题中求对数函数 $y = 2\log_3 x$ 的反函数,如

此简单的计算也出现许多错误,把结果错成 $y=3^x$ 或 $y=3^{\sqrt{x}}$ 或 $y=\left(\frac{x}{2}\right)^3$ 等,4.粗心大意.如在第(6)小题中没有注意到公差是正数这个条件而算出错误结果 -260 或 $\{180$ 或 $-260\}$;又如在第(10)小题中没有注意到圆心在 $\angle AOB$ 内这个条件或没有注意到求的是 a 允许取的最大值而得到错误答案 2 或 $a \leq -2$ 或 $\{2$ 或 $-2\}$ 等.

下面对第二卷的答卷情况作简单的介绍.

第一题是考查对数函数的概念与性质和解对数方程的能力.本题有两问,第(1)问很简单,解答得较好,但不理想,有不少考生没有注意对数函数的定义域,因而在解得二次方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的根 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 后,便说它们都是原方程的解,有的甚至说经检验可知 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 都是原方程的根,把“经检验”三字做样子说说,而实际上是并无检验.第(2)问的解答情况较差,有一部分考生无从下手,或空白或不着边际的写几句,结果得0分.这一问中考生的错误主要是:没有考虑对数函数的定义域,在化为方程 $x^2 - (2+a)x + 1 = 0$ 后,由判别式 $\Delta > 0$ ($\Delta \geq 0$) 得到 $a > 0$ 或 $a < -4$ ($a \geq 0$ 或 $a \leq -4$) 便说原对数方程当 $a > 0$ 或 $a < -4$ ($a \geq 0$ 或 $a \leq -4$) 时有解;只由 $ax > 0$, $x - 1 > 0$ 得到 $x > 1$, $a > 0$, 而没有考虑方程是否有解便断言当 $a > 0$ 时原方程有解;大多数考生在解方程 $x^2 - (2+a)x + 1 = 0$ 得到两个解后,没经检验便说这是原对数方程的解;不少考生把二次方程的判别式也算错了.

第二题比较综合地考查了立体几何的基础知识、逻辑推理能力和空间想象能力.考查的内容涉及立体几何中直线与直线,直线与平面,平面与平面之间位置关系的概念和性

质。考生有如下的错误：1.概念不清楚，错误地认为若直线 $l \parallel$ 平面 γ 则 l 与平面 γ 内的任一直线平行；在说了直线 $l \parallel$ 直线 l' ， $l' \subset$ 平面 γ ，及由 $l \perp m$ 推出 $l' \perp m$ 后便断言 $l' \perp$ 平面 β ；把 $\angle ABD$ 或 $\angle BAD$ 说成是直线 AB 与平面 β 所成的角；把 $\angle ACD$ 说成是直线 AB 与直线 m 所成的角；甚至认为直线 AB 与直线 m 相交。2.逻辑推理不严密。采用反证法证明第(1)问时，不少人在假设 β 不垂直 γ 后便说有 $\beta \parallel \gamma$ ；由 $AD \perp m$ 便断言 $AD \perp$ 平面 γ ；有的考生还这样证明第(1)问：过 l 作平面 $\alpha \perp \gamma$ ，由于 $l \perp \beta$ 故 $\alpha \perp \beta$ ，从而断言 $\beta \perp \gamma$ 。3.基础知识不熟练。在解答第(2)问时，不少考生误认为 $\angle CBA$ 为直角，因而得出 $BC = atg30^\circ$ 的错误结果；已知 $BE \perp DE$ ， $AD \perp m$ ， $AD \perp \gamma$ ，不会用三垂线定理判明 $BE \perp AE$ ，而是用余弦定理求 $\angle ABE$ 的值；此外，或写错公式(如 $\sin \angle ABE = \frac{BE}{AB}$ ，

$BC = \frac{AB}{\cos 30^\circ}$ 等)或叙述层次不清，或符号使用混乱等等错误都比较突出。

第三题主要考查数列的基础知识、用数学归纳法证明问题的能力和三角函数的恒等变换。其中，第(2)问与课本上的例题大致相同，第(1)、(3)两问在课本上虽然找不到原型，但也不会使人觉得生疏，应该是不难入手的，但是，大部分考生这一题的成绩都出乎意料的低，特别是第(3)问，得分率十分低。本题中考生的错误主要表现在：思维能力较低，有相当部分的考生无法理解题意或对题目束手无策，如第(1)问的解答，有些考生只是无目的地写出 $a_1 = \cos \alpha$ ， $a_2 = \cos 2\alpha$ ，有些则干脆保持空白，第(3)问的空白更多；概念含糊，例如第(2)问的证明中，假设当 $n = k$