

■ 本册主编 张乃达

大趋势

互动探索与创新演练

DAQUSHI HUDONG TANSUO YU CHUANGXIN YANLIAN

初二数学



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

大趋势

互动探索与创新演练

初二数学

本册主编 张乃达

本册编者 李亦通 丁健生 潘欣生



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

编委名单

- 丛书总策划 李保利
丛书主编 蒋念祖(特级教师)
丛书副主编 丁翌平(特级教师)
丛书编委 张乃达(特级教师) 徐玉太(特级教师)
张天若(特级教师) 叶宁庆
陈 荣 赵庆荣 朱存扣
本册主编 张乃达
本册编者 李亦通 丁健生 潘欣生

大趋势 互动探索与创新演练 初二数学

本册主编 张乃达

责任编辑:阎 丽 封面设计:姚明聚 版式设计:林 园

广西师范大学出版社出版发行

{ 广西桂林市育才路 15 号 邮政编码:541004 }
{ 网址:<http://www.bbtpress.com.cn> }

广西合浦县印刷有限责任公司印刷

*

开本:890×1 240 1/32 印张:13.875 字数:360 千字
2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

印数:00 001~30 000 册

ISBN 7-5633-4000-9/G · 2474

定价:15.30 元

序



为了适应知识经济时代的需要,为了适应日趋激烈的国际竞争,我国正在积极推进基础教育课程改革。到2005年秋季,中小学阶段各起始年级,都将进入新课程。这是我们中小学教育面临的全新的变革,无论是教师,还是学生,都必须顺应这一变革。本丛书就是为了帮助老师、同学们顺应这一变革而编写的。目前,我们所使用的教材,有的是根据新课程标准编写出来的,有的是根据新课程标准的精神,或多或少作了修订。但是无论使用哪种教材,我们老师的教、学生的学,理念都必须更新,都必须顺应课程改革的浪潮!

新的课程标准的核心理念就是“强调了课程的功能要从单纯注重传授知识转变为体现引导学生学会学习,学会生存,学会做人”(教育部:《基础教育课程改革纲要》),为此,我们在教学中必须从知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观这三个维度来构建教学目标体系,必须大力提倡主动学习、互动学习、合作学习、探究学习、创造性学习。这就是我们在这套丛书中一以贯之、孜孜以求的目标!

丛书与最新出版的教材配套,大体按照教材的教学单元编排,每单元设置四个栏目:

- **兴趣情境导引** 根据学生的学习、生活、实践,创设教学情境,从中导引出本单元的教学目标、教学内容。这不仅符合从具体到抽象,从实践到理论的认知规律,降低了学习的难度,而且有助于激发学习兴趣,培养学生的探究意识、实践意识和问题意识。

- **问题互动探索** 将本单元教学重点、难点,按照教材的逻辑顺序



和学生的认知规律,合理加以编排,以师生对话的形式,引导学生逐层深入地把握本单元教学内容,构建知识体系,掌握学习方法,培养相关技能和智能,发展学科兴趣。本丛书编写者依靠丰富的教学经验和教学智慧,力求胸有全局地把握教学的重点难点,把握学生思维情感的发展脉络,恰到好处地解惑释疑,传道授业,使学习过程真正成为师生互动、合作交流和探究发现的过程。

· **综合开放课堂** 这一栏目包括两份试卷。“随堂热身”中,主要是比较切近单元教学内容的基础题;“课后充电”中,主要是帮助学生进一步发展、提高的中等题、拔高题。两份试卷力求题型新颖,特别注重开放型、应用型、综合型试题的开发、配置。本栏目的创意还在于:在题目后面设置了“园丁指路”和“合作交流”这些子栏目,简要说明两份试卷的命题思路,帮助学生对测试结果进行分析,针对不同类型学生给予相应的指导和鼓励,并且就本章重点、难点内容,进一步提出具体问题,提供解题所必需的背景资料,这样使得单元测试真正发挥反馈、矫正、校正的功能,从而成为互动学习、探究学习的有机组成部分。

· **自我总结归纳** 这一栏目希望学生自行填写。填写的过程,就是对学习过程进行反思的过程。思维发展心理学的研究表明,对思维过程的反思,是培养、发展思维能力的重要途径,同样,对学习过程的反思,也是学会学习的重要途径和主动学习、探究学习、互动学习的重要内容。

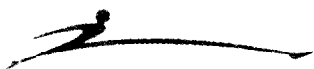
本丛书的编写者大都是江苏省各大名校的特级教师、高级教师,具有丰富的教学科研经验和编写教辅读物的经验,有几位老师还参与了新课程标准的研究制订和新教材的教学实验。尽管如此,编写本丛书毕竟是一门全新的课题,我们希望与广大的年轻朋友们在“互动探索”中使其日臻完善。

蒋念祖

目 录

代数部分

第八章 因式分解	1
课题 1 提公因式法	2
课题 2 运用公式法	8
课题 3 分组分解法	17
课题 4 因式分解的若干应用	29
综合开放课堂	36
第九章 分 式	41
课题 1 分式及其基本性质	42
课题 2 分式的乘除法	51
课题 3 分式的加减法	62
课题 4 含有字母系数的一次方程	80
课题 5 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	86
综合开放课堂	97
第十章 数的开方	105
课题 1 平方根	106
课题 2 立方根	113
课题 3 实数	120
综合开放课堂	125
第十一章 二次根式	132
课题 1 二次根式	133
课题 2 二次根式的乘法	142
课题 3 二次根式的除法	152
课题 4 最简二次根式 二次根式的加减法	168



课题5 二次根式的混合运算和 $\sqrt{a^2}$ 的化简	179
综合开放课堂	192

几何部分

第三章 三角形	199
第一单元 全等三角形	199
课题1 关于三角形的一些概念	201
课题2 三角形三边间的关系	205
课题3 三角形的内角和	209
课题4 全等三角形	214
课题5 全等三角形的判定(一)	219
课题6 全等三角形的判定(二)	226
课题7 全等三角形的判定(三)	230
课题8 直角三角形全等的判定	233
课题9 角平分线	237
课题10 基本作图	241
课题11 探求解题途径的方法(一)	245
综合开放课堂	253
第二单元 特殊三角形	263
课题12 等腰三角形的性质	265
课题13 等腰三角形的判定	270
课题14 线段的垂直平分线	274
课题15 轴对称和轴对称图形	279
课题16 勾股定理及其逆定理	285
课题17 探求解题途径的方法(二)	290
综合开放课堂	297
第四章 四边形	306
课题1 四边形	308
课题2 平行四边形	314

课题 3 矩形和菱形	324
课题 4 正方形	334
课题 5 中心对称和中心对称图形	338
课题 6 梯形	342
课题 7 平行线等分线段定理	349
课题 8 构造基本图形的方法	356
综合开放课堂	361
第五章 相似形	371
课题 1 比例线段	373
课题 2 平行线分线段成比例	379
课题 3 相似三角形	386
课题 4 三角形相似的判定	391
课题 5 相似三角形的性质	397
课题 6 应用问题	402
课题 7 探究性问题	405
综合开放课堂	411
初二上学期期中测试试题	420
初二上学期期末测试试题	424
初二下学期期中测试试题	428
初二下学期期末测试试题	432

代数部分

第八章 因式分解

情景
1

小明发现了什么

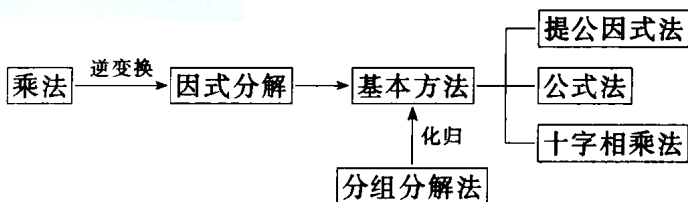
小明是一位肯动脑筋的孩子. 一天, 他计算了下面的式子:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2,$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2,$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2.$$

小明觉得这里面有规律. 果然, 通过观察, 小明发现了一个重要的公式, 你能发现这个公式吗? 如果有兴趣的话, 请跟我们走!



课题 1 提公因式法

1. 因式分解的定义

老师 什么叫做因式分解？

学生 1 把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做因式分解。

老师 怎样理解因式分解的意义？

学生 1 因式分解是整式乘法运算的逆过程。例如，

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \text{ 是乘法, 将它逆过来, } a^2-b^2 \\ = (a+b)(a-b) \text{ 就是因式分解.}$$

范例 1 判断下列变形是否是因式分解。

(1) $6xyz^2=6 \cdot x \cdot y \cdot z^2$. 6xyz² 是多项式吗

(2) $2x^2-3x+1=\frac{1}{x}(2x^3-3x^2+x)$. $\frac{1}{x}$ 是整式吗

(3) $ax-bx+c=x(a-b)+c$. 右边是积的形式吗

(4) $3x^2-6xy+x=x(3x-6y)$. “=”成立吗？是恒等变形吗

(5) $m^2-9=(m+3)(m-3)$. 是因式分解

解：本题中只有(5)是因式分解。

讨论与反思

老师 判断一个变形是否是因式分解的依据是什么？

学生 1 应该有两条：(1) 看它是否把一个 **因式分解是恒等变形** 多项式化成了几个整式的乘积的形式。(2) 看它变形是否正确，即能不能保证等号成立。

范例 2 在下列因式分解中，结果错误的有哪些？

(1) $y(x-y)^2-(y-x)^2=(x-y)^2(y-1)$.

(2) $(m-b)^2-2n(b-m)=(b-m)(m-b+2n)$.

(3) $-2ab-4a^2b+8a^3b^3=-2ab(1+2a-4a^2b^2)$.

探索与分析

学生 1 我们还没有学过因式分解的方法，怎么能判断上述的因式分解是否正确呢？

老师 想一想,什么叫做因式分解?

学生: 对,我们可以用多项式乘法来验证!

解:(1) 左边 $= y(x^2 - 2xy + y^2) - (y^2 - 2xy + x^2)$

$$= x^2y - 2xy^2 + y^3 - y^2 + 2xy - x^2,$$

右边 $= (x^2 - 2xy + y^2)(y - 1)$

$$= x^2y - 2xy^2 + y^3 - x^2 + 2xy - y^2.$$

左边 = 右边, $\therefore$ 结果是正确的.

(2)、(3)请你自己完成.

讨论与反思

学生: 这样做也太繁了,能不能有简单一些的方法呢?

老师 那我们就设法对(1)式的左边进行变形,只要在保证是恒等变形(即等号始终成立)的条件下,变形到右端,那么就说明结果是正确的了.现在来试一试,

$$\begin{aligned} & y(x-y)^2 - (y-x)^2 \\ &= y(x-y)^2 - (x-y)^2 \\ &= (x-y)^2(y-1) \text{ (右端)}. \end{aligned}$$

$$(y-x)^2 = (x-y)^2$$

逆用乘法分配律

学生: 你做的不就是因式分解吗?

老师 对,这里使用的就是提公因式法,它是因式分解的一种基本方法.

2. 提公因式法

相关知识链接

提公因式法:将多项式中各项含有的公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式.这种分解因式的方法叫提公因式法.

老师 什么叫公因式?

学生: 多项式中各项都含有的公共因式,叫做多项式各项的公因式.



老师 提公因式法的根据是什么？怎样理解这种因式分解的方法呢？

学生：提公因式法的依据是乘法对加法的分配律，它可以看成是单项式乘以多项式的乘法法则的逆应用，即

$$m(a+b+c) \xrightleftharpoons[\text{提公因式}]{\text{乘法分配律}} ma+mb+mc.$$

老师 使用提公因式法进行分解的关键是什么？

学生：首先要找到公因式。

老师 怎样找到公因式呢？

学生：这就要弄清最大公因式的构成。

相关知识链接

公因式的构成

系数——各项系数的最大公倍数。

字母——各项都含有的相同字母。

指数——相同字母的最低次幂。

范例 3 指出多项式 $4x^2y^3z - 12x^3y^4$ 中各项的公因式。

探索与分析

公因式是怎样构成的？怎样确定公因式的系数、字母、指数？

解：公因式是 $4x^2y^3$ 。

范例 4 分解因式 $-3a^4b^3c^5 + 12a^3b^4c^5d + 3a^3b^3c^5$ 。

探索与分析

老师 多项式有公因式吗？如何确定这个公因式？怎样把公因式“提”出来？

解： $-3a^4b^3c^5 + 12a^3b^4c^5d + 3a^3b^3c^5$
 $= -3a^3b^3c^5(a - 4bd - 1).$

公因式是 $-3a^3b^3c^5$

提出公因式后，括号内的多项式是原多项式除以公因式的商

注意：不要漏掉“-1”项

讨论与反思

 学生1：提公因式进行因式分解，有点类似“除法”。

 学生2：对，因式分解本来就是乘法的逆变换嘛！因此，在提取公因式后，括号内的多项式的项数应该和原多项式的项数相当，而不应该减少。

 学生1：知道了这一点，可以有效地防止 **这是最常见的错误**
把“1”或“-1”漏掉。

范例 5 分解因式 $m(x-2)+p(2-x)-q(x-2)$ 。

探索与分析

 学生1：这里有公因式吗？能确定它吗？ $x-2$ 或 $2-x$

解： $m(x-2)+p(2-x)-q(x-2)$
 $=m(x-2)-p(x-2)-q(x-2)$ **利用 $2-x=-(x-2)$**
 $=(x-2)(m-p-q)$ **把公因式提出来**

讨论与反思

 老师：看了上面的解法，有什么体会？它体现了什么思想？

 学生1：解题的关键是把 $x-2$ 看成一个整体。

 老师：对，把它整体地看成一个字母，这就是整体思想。另外，还要注意 $x-2$ 与 $2-x$ 的关系。

范例 6 分解因式 $2a(a-b)^3-a^2(a-b)^2+ab(b-a)^2$ 。

探索与分析

 老师：有公因式吗？如何确定它？ $a(a-b)^2$

解： $2a(a-b)^3-a^2(a-b)^2+ab(b-a)^2$
 $=2a(a-b)^3-a^2(a-b)^2+ab(a-b)^2$ **注意 $(a-b)^2=(b-a)^2$**
 $=a(a-b)^2[2(a-b)-a+b]$ **提出公因式 $a(a-b)^2$**
 $=a(a-b)^2(2a-2b-a+b)$ **化简**
 $=a(a-b)^2(a-b)$
 $=a(a-b)^3$

讨论与反思

在本例中，利用了十的乘幂法则。



相关知识链接

$$\begin{aligned}(a-b)^{2n} &= (b-a)^{2n}, \\ (a-b)^{2n+1} &= -(b-a)^{2n+1}.\end{aligned}\quad (n \text{ 为正整数})$$

你能证明上述结论吗

范例 7 因式分解 $(a-b)^2 - am + bm$.

探索与分析

学生 1: 有公因式吗?

学生 2: 没有, 看不出来.

学生 3: 我看到了, 公因式是 $a-b$.

你看出来了吗

解: $(a-b)^2 - am + bm$

$$= (a-b)^2 - m(a-b)$$

对后两项提公因式, 为下一步分解创造条件

$$= (a-b)[(a-b) - m]$$

提出公因式 $(a-b)$

$$= (a-b)(a-b-m).$$

讨论与反思

老师: 从这个题目的解答中, 可以看出, 在解因式分解时, 要预见到一步变形对下面几步的影响.

学生: 对, 正是看到了会出现公因式 $a-b$, 才把 $-am$ 项和 bm 项结合在一起的.

3. 提公因式法的应用

范例 8 利用简便方法计算.

(1) $93 \times 15 + 26 \times 15 + 81 \times 15$.

(2) $203^2 - 406$.

解: (1) $93 \times 15 + 26 \times 15 + 81 \times 15$

$$= 15 \times (93 + 26 + 81)$$

逆用乘法分配律或提取因式法

$$= 15 \times 200 = 3\,000.$$

(2) $203^2 - 406$

$$= 203^2 - 2 \times 203$$

$$= 203(203 - 2)$$

提取因式 203

$$\begin{aligned}
 &= 203 \times 201 \\
 &= 203(200+1) \\
 &= 40\,600 + 203 \\
 &= 40\,803.
 \end{aligned}$$

【小试牛刀】

一、指出下列多项式中的公因式

$$1. -2a^3x^2y + 4a^2x^4z + 6a^2x^2. \quad 2. 4(a-b)^{2n} - 6(b-a)^n.$$

二、分解因式

$$\begin{aligned}
 1. & -20x^2yz - 15xy^2z + 5xyz. & 2. & 15x(a-b)^2 - 3y(b-a). \\
 3. & a(ab+bc+ac) - abc. & 4. & (x-y+z)^3 - (y-z-x)^2. \\
 5. & 8x^{2n+2}y^{n+2} + 12x^{n+1}y^{2n+3}. & 6. & x(x-y)^5 + xy(y-x)^4 - x^3(y-x)^3. \\
 7. & (a+1)xy - a - 1. & 8. & 2mn(2b-a^2) + 3m^2na^2 - 6m^2nb.
 \end{aligned}$$

三、利用因式分解计算

$$\begin{aligned}
 1. & 3\,075^2 - 3\,075 \times 3\,074. \\
 2. & 2\,001 \times 2\,002 - 2\,002 \times 2\,000 + 9 \times 2\,002.
 \end{aligned}$$

四、解答题

1. 若 a, b, c 为三角形的三边, 且 $(a-b)b + c(b-a) = c(c-a) + b(a-c)$, 试问这个三角形是什么三角形?

2. 求证: $25^{1\,001} + 5^{2\,001}$ 能被 30 整除.

【答案与提示】

一、1. $-2a^2x^2$ 2. $2(b-a)^n$ 二、1. $-5xyz(4x+3y-1)$ 2. $3(a-b)(5ax-5bx+y)$ 3. $a^2(b+c)$ 4. $(x-y+z)^2(x-y+z-1)$ 5. $4x^{n+1}y^{n+2}(2x^{n+1}+3y^{n+1})$ 6. $x^2(x-y)^3(2x-y)$ 7. $(a+1)(xy-1)$ 8. $mn(2b-a^2)(2-3m)$
 三、1. 3 075 2. 20 020 四、1. 由已知式得 $(a-b)(b-c) = (c-a)(c-b)$, $(a-b)(b-c) + (b-c)(c-a) = 0$, $\therefore (b-c)^2 = 0$, $\therefore b=c$. $\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形
 2. $\because 25^{1\,001} + 5^{2\,001} = 25 \cdot 25^{1\,000} + 5 \cdot 5^{2\,000} = 25 \cdot 25^{1\,000} + 5 \cdot 25^{1\,000} = 25^{1\,000} \cdot (25+5) = 30 \cdot 25^{1\,000}$, 显然此数能被 30 整除

课题 2) 运用公式法

1. 因式分解公式

老师 怎么理解因式分解中的公式法？

学生 1 因式分解是乘法的逆变换。以前，我们曾用乘法公式来做多项式乘法，现在，我们把这个过程反过来，就可以进行因式分解了。这就是因式分解中的公式法。

学生 2 那么，因式分解公式，就是逆过来的乘法公式了？

2. 平方差公式

相关知识链接

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

老师 在应用平方差公式因式分解时，要注意什么问题？

学生 1 首先要注意公式在结构上（特别是左端）的特点，它的左端是平方差的形式。第二，可以把它看成

$$\triangle^2 - \square^2 = (\triangle + \square)(\triangle - \square) \quad \text{这就是平方差的模式}$$

式子中的 $\triangle$ 、 $\square$ ，既可以表示单项式（包括数），又可以表示多项式。

学生 2 如果 $\triangle$ 表示 a ， $\square$ 表示 1 ，那么就有

$$a^2 - 1 = a^2 - 1^2 = (a+1)(a-1).$$

老师 对，如果 $\triangle$ 表示 a^2 ， $\square$ 表示 $2b$ ，则有

$$a^4 - 4b^2 = (a^2)^2 - (2b)^2 = (a^2 + 2b)(a^2 - 2b).$$

如果 $\triangle$ 表示 $x+2y-5$ ， $\square$ 表示 $x-5$ ，则有

$$\begin{aligned} & (x+2y-5)^2 - (x-5)^2 \\ &= [(x+2y-5) + (x-5)][(x+2y-5) - (x-5)] \\ &= (2x+2y-10) \cdot 2y = 4y(x+y-5). \end{aligned}$$

范例 1 用平方差公式分解因式，如果不能分解，请说明理由。

$$(1) a^2 - 4b^2, (2) -a^2 - b^2, (3) 2a^2 - 5b^2.$$

$$(4) -\frac{1}{25}x^4 + \frac{9}{16}y^2, (5) x^{2m} - y^{2n} (m, n \text{ 为正整数}).$$

$$\text{解: (1) } a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$$

写成平方差的形式

$$= (a + 2b)(a - 2b).$$

运用平方差公式

$$(2) -a^2 - b^2 \text{ 不能分解.}$$

理由: 两项符号相同, 不能写成平方差的形式. $-a^2 - b^2 = -(a^2 + b^2)$, 是平方和的相反数

$$(3) 2a^2 - 5b^2 \text{ 不能分解.}$$

注意: 防止 $2a^2 - 5b^2 = (2a +$

理由: 2, 5 都不是完全平方数, 因此 $5b)(2a - 5b)$ 的错误
不能写成平方差的形式. 想一想: 造成这样错误的原因是什么?

$$(4) -\frac{1}{25}x^4 + \frac{9}{16}y^2$$

$$= -\left[\left(\frac{1}{5}x^2\right)^2 - \left(\frac{3}{4}y\right)^2\right]$$

写成平方差的形式

$$= -\left(\frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{4}y\right)\left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{4}y\right).$$

运用平方差公式

$$(5) x^{2m} - y^{2n} \quad (m, n \text{ 为正整数})$$

$$= (x^m)^2 - (y^n)^2$$

$$= (x^m + y^n)(x^m - y^n).$$

讨论与反思

从上面的例子中, 可以看出, 在运用平方差公式进行因式分解时, 首先要判断能不能把多项式写成平方差的形式.

范例 2 把下列各式因式分解:

$$(1) 36x^2 - 25y^2z^2.$$

$$(2) -\frac{4}{9}m^2 + 0.01n^2.$$

$$(3) 4(a - 2b)^2 - 9(2a + b)^2. \quad (4) x^4 - y^4.$$

$$(5) -(x - y + z)^2 + (x + y + z)^2.$$

$$\text{解: (1) } 36x^2 - 25y^2z^2$$

$$= (6x)^2 - (5yz)^2$$

写成平方差的形式

$$= (6x + 5yz)(6x - 5yz).$$

运用平方差公式