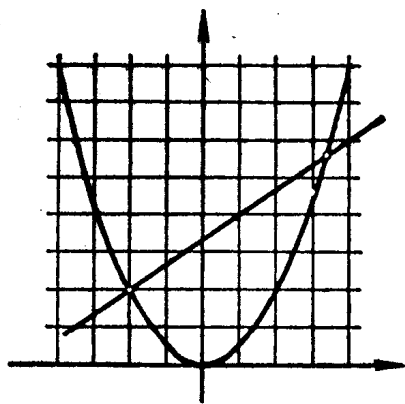


高級中學課本

代 数

第一册



人民教育出版社

高级中学 代 数 第 一 册
課 本

*

余元慶 魏 羣 呂學礼編輯

刘 薰 字校訂

李鉄年 高婉茹 于金陵繪圖

人民教育出版社出版

北京市書刊出版業營業許可証出字第二號

北京景山大街

發行 新華書店 印刷 北京印刷厂

統一書號：K7012·612 字數：147千

開本：787×1092 1/32 印張：6 $\frac{1}{2}$

1956 年 4 月第一版

1956 年 7 月第一版北京第一次印刷

1-132,000 册

定價 (2) 0.34 元

出版者的話

本書是根据中華人民共和國教育部編訂的中学数学教学大綱(修訂草案)編寫的。全書分三冊,分別供高中一年級、二年級、三年級代數教学之用。

本書取材於苏联 A. II. 吉西略夫所編的十年制中学代數課本第二冊和 II. A. 拉尼切夫所編的十年制中学代數習題彙編第二集,此外还参考了 A. K. 法捷耶夫与 H. C. 索明斯基合編的代數学下冊。

初稿寫出之后,經過書面和座談会的方式征求意见,全國各地的数学教师,特別是北京市的几位数学教师,提供了許多寶貴的意見。

根据各位教师所提的意見將初稿修改后,还請中國科学院数学研究所关肇直先生審讀;中國科学院歷史研究所李儼先生審讀。又在北京师范大学傅种孙副校長的領導下,由該校数学系程廷熙、蔣鐸等先生集体審讀。

虽然这样,書中仍然会存有缺点和問題。希望教师們和同學們在使用当中,如果發現了什么缺点和問題,請随时告訴我們,以便作進一步的修正。

對於給本書提出意見的各位先生,在这里致以衷心的感謝。

人民教育出版社

一九五六年四月

目 錄

第一章 冪和方根	1
I 乘方	1
II 方根	6
III 实数	14
IV	23
第二章	63
I 二次方程	63
II 可以化成二次方程的方程	97
第三章 函数和它的圖象	114
I 函数	114
II 正比例和反比例	126
III 一次函数	137
IV 二次函数	146
第四章 二元二次方程組	168

第一章 幂和方根

I 乘方

1. 乘方 在初中代数里我們已經知道, 乘方就是求相同因数的積的运算.* 例如:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32;$$

$$(-3)(-3)(-3)(-3) = (-3)^4 = 81;$$

$$a \cdot a \cdot a = a^3.$$

一般地说:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}} = a^n.$$

a^n 是 a 的 n 次幂或者 a 的 n 次方, a 是幂的底数, n 是幂的指数.

2. 負数的偶次幂和奇次幂 几个不等於零的数相乘, 其中負数的个数如果是偶数, 它們的積就是一个正数; 如果是奇数, 積就是一个負数. 把这个法則用到負数的乘方, 就得出下面的法則:

負数的偶次幂是一个正数, 負数的奇次幂是一个負数.

例如: $(-2)^2 = 4;$ $(-2)^3 = -8;$

$$(-2)^4 = 16; \quad (-2)^5 = -32;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}; \quad \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = -\frac{1}{243} \text{ 等等.}$$

3. 幂的运算法則 在初中代数里我們还知道下面一些关于幂的运算法則:

* 我國古代学者已知乘方的方法, 如淮南子卷三天文訓說: “十二各以三成. 故置一面十一, 三乾为積分, 十七万七千一百四十七.” 就是指 $3^{11} = 177, 147$.

(1) 同底数的幂相乘, 只要把各因数的指数的和做指数, 底数不变. 用式子来表示就是:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad (m \text{ 和 } n \text{ 都是正整数})$$

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p} \text{ 等等. } (m, n \text{ 和 } p \text{ 都是正整数})$$

(2) 同底数的幂相除, 在被除数的指数大于除数的指数的时候, 只要把被除数的指数减去除数的指数所得的差做指数, 底数不变. 用式子来表示就是:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}. \quad (m \text{ 和 } n \text{ 都是正整数, } m > n, a \neq 0)$$

(3) 把一个幂乘方, 只要把这个幂的指数乘以乘方的次数, 底数不变. 用式子来表示就是:

$$(a^m)^n = a^{mn}. \quad (m \text{ 和 } n \text{ 都是正整数})$$

(4) 把一个积乘方, 只要把每个因数分别乘方. 用式子来表示就是:

$$(ab)^n = a^n b^n; \quad (n \text{ 是正整数})$$

$$(abc)^n = a^n b^n c^n \text{ 等等. } (n \text{ 是正整数})$$

(5) 把一个分式乘方, 只要把分子和分母分别乘方. 用式子来表示就是:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}. \quad (n \text{ 是正整数, } b \neq 0)$$

例 1 计算: $\frac{a^5 \cdot a^3}{a^7}$.

解 $\frac{a^5 \cdot a^3}{a^7} = \frac{a^8}{a^7} = a$.

例 2 计算: $(2xy)^3$.

解 $(2xy)^3 = 2^3 \cdot x^3 \cdot y^3 = 8x^3y^3$.

例 3 计算: $(-0.3a^2b^3c)^4$.

$$\begin{aligned}\text{解 } (-0.3a^2b^3c)^4 &= (-0.3)^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 \cdot c^4 \\ &= 0.0081a^8b^{12}c^4.\end{aligned}$$

$$\text{例 4 計算: } \left(-\frac{3ab^3}{2c^2}\right)^8.$$

$$\text{解 } \left(-\frac{3ab^3}{2c^2}\right)^8 = -\frac{(3ab^3)^8}{(2c^2)^8} = -\frac{27a^8b^8}{8c^6}.$$

$$\text{例 5 計算: } \left(-\frac{ax^m}{b^2y^3}\right)^n.$$

$$\text{解 } \left(-\frac{ax^m}{b^2y^3}\right)^n = (-1)^n \cdot \frac{(ax^m)^n}{(b^2y^3)^n} = (-1)^n \cdot \frac{a^n x^{mn}}{b^{2n} y^{3n}}.$$

4. 多項式的平方 在初中代數里我們已經知道,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

這就是說,二項式的平方等於這兩項平方的和加上這兩項乘積的2倍.

上面的公式,我們可以用來求多項式的平方.例如,求三項式 $a+b+c$ 的平方,只要把 $a+b$ 看做一項,就得:

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= [(a+b)+c]^2 \\ &= (a+b)^2 + c^2 + 2(a+b)c \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + c^2 + 2ac + 2bc \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.\end{aligned}$$

這個結果也可以直接由乘法得到:

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= (a+b+c)(a+b+c) \\ &= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.\end{aligned}$$

我們可以看出來,在所得的結果里,相同字母的乘積(就是各項的平方)的係數都是1,而不同字母的乘積的係數都是2. 這是

因为, a^2 只能从 a 乘以 a 得到, b^2 只能从 b 乘以 b 得到, c^2 只能从 c 乘以 c 得到; 而 ab 可以从 a 乘以 b 得到, 还可以从 b 乘以 a 得到, ac 和 bc 也是这样.

同样, 我們可以求得:

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.$$

一般地說:

多項式的平方等於各項平方的和加上每兩項乘積的 2 倍.

例 1 計算: $(a-2b+\frac{1}{2}c)^2$.

$$\begin{aligned} \text{解 } (a-2b+\frac{1}{2}c)^2 &= a^2 + (-2b)^2 + \left(\frac{1}{2}c\right)^2 + 2a(-2b) \\ &\quad + 2a\left(\frac{1}{2}c\right) + 2(-2b)\left(\frac{1}{2}c\right) \\ &= a^2 + 4b^2 + \frac{1}{4}c^2 - 4ab + ac - 2bc. \end{aligned}$$

例 2 計算: $(x^3-3x^2-2x+1)^2$.

$$\begin{aligned} \text{解 } (x^3-3x^2-2x+1)^2 &= (x^3)^2 + (-3x^2)^2 + (-2x)^2 + 1^2 + 2x^3(-3x^2) \\ &\quad + 2x^3(-2x) + 2x^3 \cdot 1 + 2(-3x^2)(-2x) \\ &\quad + 2(-3x^2) \cdot 1 + 2(-2x) \cdot 1 \\ &= x^6 + 9x^4 + 4x^2 + 1 - 6x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 12x^3 - 6x^2 - 4x \\ &= x^6 - 6x^5 + 5x^4 + 14x^3 - 2x^2 - 4x + 1. \end{aligned}$$

習 題 一

1. 計算(口答):

(1) $(-3)^3$; (2) $(-3)^4$; (3) $(-1)^5$; (4) $(-1)^6$;

$$(5) \left(-\frac{1}{2}\right)^3; \quad (6) \left(-1\frac{1}{3}\right)^3; \quad (7) (-0.2)^3; \quad (8) (-0.1)^4.$$

2. 計算(口答):

$$(1) (-1)^{2n}; \quad (2) (-1)^{2n+1}; \quad (3) -(-1)^{2n};$$

$$(4) -(-1)^{2n+1}; \text{ 这里的 } n \text{ 都是正整数.}$$

3. 比較下列各数的大小(口答):

$$(1) 1.4^2 \text{ 和 } 1.5^2; \quad (2) (-1.4)^2 \text{ 和 } (-1.5)^2;$$

$$(3) 3.2^3 \text{ 和 } 3.1^3; \quad (4) (-3.2)^3 \text{ 和 } (-3.1)^3;$$

$$(5) (-7)^4 \text{ 和 } 7^4; \quad (6) (-2)^3 \text{ 和 } 2^3.$$

4. 利用書末的平方表, 求下列各数的平方:

$$(1) 8.92; \quad (2) 7.36; \quad (3) 2.58;$$

$$(4) -6.78; \quad (5) -3.4; \quad (6) -5.98.$$

5. 利用書末的立方表, 求下列各数的立方:

$$(1) 3.71; \quad (2) 6.4; \quad (3) 8.35;$$

$$(4) -3.16; \quad (5) -1.86; \quad (6) -9.08.$$

6. 已知 $y = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 2$, 由下列 x 的值計算 y 的对应值:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y							

7. 化簡下列各式(口答):

$$(1) (-a)^4 \cdot (-a)^2 \cdot (-a); \quad (2) (-x)^8 \div x^7;$$

$$(3) [-(-a)^3]^2; \quad (4) [-(-a)^2]^3;$$

$$(5) (-3ab)^2; \quad (6) \left(-\frac{2}{3} p^2 q^4\right)^3;$$

$$(7) \left(-\frac{4a}{5b}\right)^3; \quad (8) \left(-\frac{6a^3}{7b^2c}\right)^2.$$

8. 利用書末的平方表和立方表, 求下列各数:

$$(1) 67.4^2; \quad (2) 305^2; \quad (3) 0.746^2;$$

$$(4) (-0.87)^2; \quad (5) (-96)^2; \quad (6) (-0.058)^2;$$

$$(7) 13.2^3; \quad (8) 0.25^3; \quad (9) 46.7^3;$$

$$(10) (-0.074)^3; \quad (11) (-0.81)^3; \quad (12) (-0.0011)^3.$$

9. 計算:

$$(1) (3a^2b)^3 \cdot (-2a^3b^4)^3 \cdot (-5a^4b^2c)^4;$$

$$(2) (-9x^3y^2)^2 \cdot (-4x^2y^3)^3 \div (-6x^4y^4)^3;$$

$$(3) \left(\frac{3ab}{5cd}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5c}{6a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4b}{3d}\right)^2;$$

$$(4) \left[\left(\frac{m^3n^2}{a^3b^2}\right)^2 \div \left(\frac{mn}{a^2b}\right)\right] \cdot \left[\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right)^6 \div \left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2p^5}\right)^3\right];$$

$$(5) (-2a)^{10} - (-13a^5)^3 - [-(2a)^2]^5 - [2(-a^3)]^3;$$

$$(6) (a^2b)^n \cdot (ab^2)^{n+1} \div (a^3b^3)^{n-1}.$$

計算下列各題(第10題——第13題):

10. (口答)

$$(1) (a+x)^2;$$

$$(2) (2a-3b)^2;$$

$$(3) \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2;$$

$$(4) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2.$$

$$11. (1) (p+q+r)^2;$$

$$(2) (2x-3y+1)^2;$$

$$(3) \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b - \frac{1}{4}c\right)^3;$$

$$(4) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1\right)^3.$$

$$12. (1) (a+b-c-d)^2;$$

$$(2) (1-2x-3x^2+4x^3)^3.$$

$$13. (1) (2a+3b)^3;$$

$$(2) (5x-3y)^3;$$

$$(3) (a+b+c)^3;$$

$$(4) (1+2x-x^2)^3.$$

14. 證明恆等式:

$$(1) (a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2.$$

$$(2) (a+b+c)^2 + (-a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2$$

$$= 4(a^2+b^2+c^2).$$

II 方根

5. 方根 如果一個數的 n 次冪等於 a , 那末這個數就叫做 a 的 n 次方根. 這就是說, 如果 $x^n = a$, 那末 x 就是 a 的 n 次方根. 例如, $2^4 = 16$, 2 就是 16 的 4 次方根; $(-3)^5 = -243$, -3 就是 -243 的 5 次方根.

a 的二次方根又叫做 a 的平方根, a 的三次方根又叫做 a 的立方根. 例如, $7^2=49$, $(-7)^2=49$, 7 和 -7 都是 49 的平方根; 又如 $4^3=64$, 4 是 64 的立方根.

求一个数的方根的运算叫做开方. 求 a 的 n 次方根, 叫做把 a 开 n 次方, a 叫做被开方数, n 叫做根指数. 开二次方又叫做开平方, 开三次方又叫做开立方.

很明顯, 开方就是乘方的逆运算. 因此, 我們可以利用乘方來檢驗开方的結果是不是正确. 例如, 要檢驗 64 开立方是不是会得到 4, 我們只要看 4^3 是不是等於 64 就可以了.

6. 方根的性质 我們按照根指数是奇数或者偶数來研究方根的性质.

(1) 奇次方根的性质 因为正数的奇次幂是正数, 負数的奇次幂是負数, 零的奇次幂是零; 所以我們知道: 正数的奇次方根, 必須是正数; 負数的奇次方根, 必須是負数; 而零的奇次方根还是零.

我們还可以知道, 正数的奇次方根, 不能多於一个. 例如, $4^3=64$, 4 就是 64 的立方根, 而任何不等於 4 的正数, 它們的立方都不等於 64, 它們都不是 64 的立方根.

同样, 我們也可以知道, 負数的奇次方根, 不能多於一个. 例如, $(-5)^3=-125$, -5 就是 -125 的立方根, 而任何絕對值不等於 5 的負数, 它們的立方都不等於 -125 , 它們都不是 -125 的立方根.

从上面所說的, 可以知道奇次方根有下面的性质:

正数的奇次方根, 不能多於一个, 並且必須是正数; 負数的奇次方根, 不能多於一个, 並且必須是負数; 零的奇次方根只有唯一的值, 就是零.

(2) 偶次方根的性質 因为正数的偶次幂是正数, 負数的偶次幂也是正数, 零的偶次幂是零; 所以我們知道: 正数的偶次方根, 可以是正数或者負数; 負数的偶次方根沒有意义; 而零的偶次方根还是零.

我們还可以知道, 正数的偶次方根, 必須是兩個相反的数, 並且不能多於兩個. 例如, 7^2 和 $(-7)^2$ 都等於 49, 7 和 -7 就都是 49 的平方根, 而任何絕對值不等於 7 的数, 它們的平方都不等於 49, 它們都不是 49 的平方根.

从上面所說的, 可以知道偶次方根有下面的性質:

正数的偶次方根, 必須是兩個相反的数, 並且不能多於兩個; 負数的偶次方根沒有意义; 零的偶次方根只有唯一的值, 就是零.

7. 方根的記法 a 的 n 次方根, 用符号 $\sqrt[n]{a}$ 來表示. 例如, 27 的立方根用符号 $\sqrt[3]{27}$ 表示, -32 的五次方根用符号 $\sqrt[5]{-32}$ 表示.

因为正数的偶次方根必須是兩個相反的数, 所以我們还規定, 在 a 是正数, n 是偶数的时候, 符号 $\sqrt[n]{a}$ 只表示兩個方根里的正的一个, 而負的一个用符号 $-\sqrt[n]{a}$ 表示. 例如, 16 的四次方根有兩個, 正的一个用符号 $\sqrt[4]{16}$ 表示, 負的一个用符号 $-\sqrt[4]{16}$ 表示.

正数的正的方根, 通常叫做算術根, 所以上面的規定也就是說, 在 a 是正数, n 是偶数的时候, 符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示的是算術根.

有时我們把正数 a 的兩個偶次方根合併寫成 $\pm\sqrt[n]{a}$ 的形式. 例如, 16 的兩個四次方根可以合併寫成 $\pm\sqrt[4]{16}$.

用符号表示平方根的时候, 根指数 2 通常略去不寫. 例如, 36 的兩個平方根通常寫成 $\pm\sqrt{36}$, 而不寫成 $\pm\sqrt[2]{36}$.

例 1 求下列各式的值: (1) $\sqrt[3]{216}$; (2) $\sqrt[5]{-32}$; (3) $\sqrt[4]{81}$;

$$(4) \sqrt{(-6.8)^2}.$$

解 (1) $\because 6^3=216, \therefore \sqrt[3]{216}=6;$

(2) $\because (-2)^5=-32, \therefore \sqrt[5]{-32}=-2;$

(3) $\because 3^4=81$, 並且 3 是正数, $\therefore \sqrt[4]{81}=3;$

(4) $\because 6.8^2=(-6.8)^2$, 並且 6.8 是正数,
 $\therefore \sqrt{(-6.8)^2}=6.8.$

例 2 在下列各种情况, 求 $\sqrt{(a-2)^2}$ 的值: (1) $a>2$; (2) $a<2$; (3) $a=2$.

解 (1) 如果 $a>2$, 那末 $a-2$ 是正数,

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2}=a-2;$$

(2) 如果 $a<2$, 那末 $2-a$ 是正数,

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2}=\sqrt{(2-a)^2}=2-a;$$

(3) 如果 $a=2$, 那末 $a-2=0$,

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2}=\sqrt{0}=0.$$

8. 完全平方数的开平方 如果一个有理数 a 等於另一个有理数 b 的平方, 那末这个有理数 a 就叫做完全平方数. 例如 $49=7^2$, $\frac{9}{121}=\left(\frac{3}{11}\right)^2$, $0.04=0.2^2$; 49 、 $\frac{9}{121}$ 、 0.04 等都是完全平方数.

很明顯, 負数都不能是完全平方数.

要把一个完全平方数开平方, 可以先用在初中代数里学过的开平方的方法求出它的算術根, 假設求得的算術根是 b , 那末所求的平方根就是 $\pm b$. 例如, 用初中代数里学过的开平方的方法, 我們求得 $\sqrt{453.69}=21.3$, 所以 453.69 的平方根就是 ± 21.3 .

$$\sqrt{453.69} = 21.3$$

4	53
41	41
423	1269
	1269
	0

9. 非完全平方数的正数开平方 我們已經知道, 所有的負數都不是完全平方數. 但是是不是所有的正數都是完全平方數呢? 我們可以証明, 並不是所有的正數都是完全平方數. 例如, 2 就是一個完全平方數, 也就是說, 沒有一個有理數的平方能夠等於 2.

要証明沒有一個有理數的平方能夠等於 2, 只要証明沒有一個正有理數的平方能夠等於 2 就可以了. 因為, 如果有一個負有理數的平方能夠等於 2, 那末和它相反的正有理數的平方也就等於 2.

因為任何正有理數都可以寫成 $\frac{m}{n}$ 的形式, 這裡 m 和 n 是互質的正整數, 所以我們只要証明不論 m 和 n 是怎樣的互質的正整數, $\left(\frac{m}{n}\right)^2$ 都不會等於 2 就可以了. 這可以用反証法來証明.

假定我們能夠找到一個有理數 $\frac{m}{n}$, 這裡 m 和 n 是互質的正整數, 能夠使 $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$; 那末, 我們就要得到 $m^2 = 2n^2$, 因此, m 就要是一個偶數.

假設 $m = 2m_1$, 這裡 m_1 是一個正整數. 把 $m = 2m_1$ 代入 $m^2 = 2n^2$, 得 $4m_1^2 = 2n^2$, 就是 $n^2 = 2m_1^2$, 因此, n 就要是一個偶數.

既然 m 和 n 都是偶數, 那末它們就要有公約數 2, 這和上面所說的 m 和 n 是互質數相矛盾. 因此 $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$ 是不可能的. 這就是

說，我們找不到一個有理數，它的平方能夠等於 2。

同樣，我們可以證明，沒有一個有理數的平方能夠等於 3、5、6 等等。

在初中代數里我們已經知道，對於一個非完全平方數的正數可以求得它的精確到 0.1、0.01、0.001 等等的近似平方根（算術根）。如果無限地繼續開平方的過程，我們可以求得它的精確到 $\frac{1}{10^n}$ 的近似平方根，這裡 n 可以是任何正整數。例如，用初中代數里學過的方法，我們可以求得 2 的平方根（算術根）精確到 0.001 的近似值是 1.414：

$$\begin{array}{r} \sqrt{2} = 1.414 \\ 1 \\ 24 \overline{) 100} \\ \underline{96} \\ 281 \overline{) 400} \\ \underline{281} \\ 2824 \overline{) 11900} \\ \underline{11296} \\ 604 \end{array}$$

如果 a, b 都是正數， n 是正整數，並且

$$b^2 < a < \left(b + \frac{1}{10^n}\right)^2,$$

那末 b 是 a 的平方根（算術根）精確到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值， $b + \frac{1}{10^n}$ 是 a 的平方根（算術根）精確到 $\frac{1}{10^n}$ 的過剩近似值。例如，

$$1.4^2 < 2 < 1.5^2,$$

所以 1.4 和 1.5 分別是 2 的平方根（算術根）精確到 0.1 的不足近似值和過剩近似值。又如

$$1.41^2 < 2 < 1.42^2,$$

所以 1.41 和 1.42 分別是 2 的平方根(算術根)精確到 0.01 的不足近似值和過剩近似值.

習 題 二

1. 檢驗(口答):

- (1) 3 和 -3 是不是 9 的平方根;
- (2) 2 是不是 8 的立方根, -2 是不是 -8 的立方根;
- (3) 0.2 和 -0.2 是不是 0.0016 的四次方根;
- (4) $-\frac{2}{3}$ 是不是 $-\frac{8}{27}$ 的立方根.

2. 下面的一些方根里, 哪些有意義, 哪些沒有有意義? 有意義的要求出方根的值, 沒有有意義的要說明為什麼沒有有意義:

- (1) 27 的立方根;
- (2) -27 的立方根;
- (3) $\frac{1}{4}$ 的平方根;
- (4) -4 的平方根;
- (5) 0.0081 的四次方根;
- (6) 0 的四次方根;
- (7) -1 的四次方根;
- (8) 32 的五次方根.

3. 解下列各方程:

- (1) $x^3 = 125$;
- (2) $x^3 = -125$;
- (3) $x^2 = 9$;
- (4) $x^2 = -9$;
- (5) $x^4 = 1$;
- (6) $x^5 = -1$.

4. 求下列各式的值:

- (1) $\sqrt[3]{64}$;
- (2) $\sqrt[3]{-64}$;
- (3) $\sqrt{81}$;
- (4) $\sqrt[3]{81}$;
- (5) $\sqrt[n]{1}$ (n 是大於 1 的整數);
- (6) $\sqrt[n]{0}$ (n 是大於 1 的整數);
- (7) $\sqrt[n]{-1}$ (n 是大於 1 的奇數).

5. 解下列方程(口答):

- (1) $\sqrt{x} = 5$;
- (2) $\sqrt{x} = 2$;
- (3) $\sqrt{x} = -3$;
- (4) $\sqrt{x} = 2$;
- (5) $3 + \sqrt{x} = 5$;
- (6) $\sqrt{x} + 2 = 0$;

$$(7) 7 - \sqrt{x} = 4;$$

$$(8) 3 - \sqrt[3]{x} = 8.$$

6. 求下列各式的值:

$$(1) \sqrt{4.78^2};$$

$$(2) \sqrt{(-4.78)^2};$$

$$(3) \sqrt{a^2}; (a > 0)$$

$$(4) \sqrt{a^2}; (a < 0)$$

$$(5) \sqrt{(m-n)^2}; (m > n)$$

$$(6) \sqrt{(m-n)^2}; (m < n)$$

7. (1) 設 m 和 n 是两个不相等的数, 指出由於下列推算的哪一步的錯誤, 因而得出錯誤的結論:

$$m^2 - 2mn + n^2 = n^2 - 2nm + m^2,$$

$$(m-n)^2 = (n-m)^2,$$

$$\sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2},$$

$$m-n = n-m,$$

$$2m = 2n,$$

$$\therefore m = n.$$

(2) 在 $a=5$ 的时候, 甲和乙計算 $a + \sqrt{1-2a+a^2}$ 的值, 得到不同的答案. 甲的解答是:

$$a + \sqrt{1-2a+a^2} = a + \sqrt{(1-a)^2} = a + 1 - a = 1;$$

乙的解答是:

$$\begin{aligned} a + \sqrt{1-2a+a^2} &= a + \sqrt{(a-1)^2} = a + a - 1 \\ &= 2a - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9. \end{aligned}$$

哪一个答案是正确的? 錯誤的解答, 錯在什么地方? 为什么錯?

8. 求下列各式的值:

$$(1) \sqrt{324};$$

$$(2) \sqrt{4356};$$

$$(3) \sqrt{64009};$$

$$(4) \sqrt{499849};$$

$$(5) \sqrt{552.7201};$$

$$(6) \sqrt{571082.49};$$

$$(7) \sqrt{2.89};$$

$$(8) \sqrt{0.00080089}.$$

9. 求証:

(1) 沒有一个有理数, 它的平方能夠等於 3;

(2) 沒有一个有理数, 它的立方能夠等於 2.

10. 用嘗試的方法, 求下列各方根精確到 1 的近似值, 並且把答案寫成方根介於两个連續整數之間的不等式(例如, $1 < \sqrt[3]{8} < 2$):