高等学校理工科电气信息类课程学习辅导丛书

数字信号处理
学习辅导及习题详解

邓立新 曹雪虹 张玲华 编著

- 学习要点
- 习题分析
- 练习题及参考解答
- 考研试题详解

学习的帮手 考研的参谋

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等学校理工科电气信息类课程学习辅导丛书

数字信号处理

学习辅导及习题详解

邓立新　曹雪虹　张玲华　编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是学习数字信号处理课程的教辅用书，旨在有效指导大学生学习专业基础课，为课程学习、应试考研提供帮助。

全书共分两大部分。第一部分内容涵盖数字信号处理的基本理论和方法，共分为7章，前6章每章由重点内容、习题详解和练习题三部分组成。第7章是各章练习题详细解答。第二部分对近几年南京邮电学院研究生入学考试"数字信号处理"课程试题做了详尽的解答。

本书不局限于某本教科书，可以与不同版本的数字信号处理教科书配套使用。书中习题具有广泛性、代表性。全书概念突出，解题详细，一题多解，便于自学。

本书可供理工科高等学校电子、通信、信息类及相关专业的本科生、研究生和教师参考，也可作为从事数字信号处理工作的技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理学习辅导及习题详解/邓立新，曹雪虹，张玲华编著.—北京：电子工业出版社，2003.1
(高等学校理工科电气信息类课程学习辅导丛书)
ISBN 7-5053-8426-0

Ⅰ.数... Ⅱ.①邓...②曹...③张... Ⅲ.数字信号-信号处理-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 109992 号

责任编辑：刘宪兰　　特约编辑：方　方
印　　刷：北京大中印刷厂
出版发行：电子工业出版社　http://www.phei.com.cn
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
经　　销：各地新华书店
开　　本：787×980　1/16　印张：18　字数：394 千字
版　　次：2003 年 1 月第 1 版　2003 年 1 月第 1 次印刷
印　　数：5000 册　定价：23.50 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。联系电话：(010)68279077

前　言

数字信号处理的理论及其应用在我国受到广泛重视,高等学校普遍开设了这门课程,一些高校还将其作为研究生入学考试的专业基础课。有关科技部门也广泛开展了数字信号处理方面的研究,其工程应用范围遍及各领域,如邮电、电子、生物、医学、机械、仪表、地质勘探等等。大学生、研究生以及相关专业的科技人员,都需要这方面的参考读物。

习题解答无疑是学习数字信号处理的重要辅导材料,不但可帮助读者在较短的时间内掌握本课程的主要内容,熟悉多种题型,掌握解题技巧,而且对于深入理解数字信号处理的基本理论和解决实际问题有很大的帮助。

本书的习题详解部分曾作为教辅材料,在南京邮电学院师生中广泛使用,受到普遍欢迎。本次出版增加了学习重点、练习题和研究生入学试题详解三部分内容,使读者加深对基本概念和内容的理解,提高综合应用能力。

全书共分两大部分。第 1 部分(第 1 ~ 7 章)内容涵盖数字信号处理的基本理论和方法,包括离散时间信号和系统、正交变换及其快速算法、数字谱分析、无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计、有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计、数字滤波器的结构与实现。每章由重点内容、习题详解和练习题三部分组成。第 7 章是各章练习题详细解答。第 2 部分是南京邮电学院“数字信号处理”课程最近 6 年的研究生入学考试试题及其详细解答。

第 1 部分每章的开头均简要阐述了该章的基本内容和要求,以便读者在解题时做到概念清楚、思路正确。在具体解算中,每一题的解答均较为详尽,对大部分习题提供了两种以上的解题方法,并以提示的方式给出了一些题目的解题思路或易出现的错误求解原因,便于读者理解和掌握。每章后面的练习题,有助于读者进一步巩固基本理论知识和提高解题水平。全部练习题均给出详细解答。

第 2 部分的研究生入学试题详解中,题型多样、综合性强,充分反映了各章内容之间的相互联系,既利于读者对全书内容进行回顾和总结,也为有志攻读硕士学位的考生提供了考前的训练和复习。

本书由邓立新主编,曹雪虹、张玲华参加编写。在编写过程中得到了南京邮电学院杨震教授的指导和建议,同时得到徐欣、崔宏箐、吴庆国、胡晓飞、何秋阳、潘沛生等老师以及本科生雷声、林琳等的协助,在此表示诚挚的谢意。

张宗橙教授审阅了全部书稿,并提出了许多宝贵意见,在此谨致衷心感谢。

电子工业出版社的刘宪兰同志对本书的出版提出了有益的建议，在此深表谢意！
同时对本书选用的参考文献的著作者，我们表示真诚的感谢。
由于编者水平有限，书中难免有不足之处，诚恳欢迎读者批评指正。

作者

2002年10月

目　录

第1部分　内容概要及习题解答

第 2 部分 南京邮电学院部分年度考研试题及其详细解答

第 1 部分

内容概要及习题解答

第1章

离散时间信号和系统

1.1 重点内容

信号可定义为一个记载信息的函数，常以时间 t 为自变量。信号的幅度和自变量可以取连续值，也可以取离散值。信号常分为：

- 模拟信号：时间上和幅度上都取连续值的信号。
- 离散时间信号：在时间上取离散值，幅度上取连续值的信号。
- 数字信号：时间上和幅度上都取离散值的信号。

对数字信号进行处理时，处理的对象是数字信号，处理的工具是数字系统。但是数字信号处理的理论体系是建立在离散时间信号和系统上的。因而通常采用的分析方法是先对抽样信号及系统进行分析，再考虑幅度量化及实现过程中有限字长所造成的影响。因此，离散时间信号和系统理论是数字信号处理的理论基础。

1.1.1 序列

1. 序列的定义

离散时间信号可用序列来表示。序列是一串以序号为自变量的有序数字的集合，简写做 $x(n)$。

要点：

- 序列 $x(n)$ 不一定代表时间序列，也可能表示频域、相关域等其他域上的一组有序数，但习惯上常把它说成是离散时间信号。
- $x(n)$ 只有在 n 为整数时，才有定义。n 为非整数时，$x(n)$ 没有定义，将其想像为零是不正确的。

2. 常用的序列

数字信号处理中常用的典型序列列举如下：

(1) 单位脉冲序列 $\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq 0\end{cases}$

(2) 单位阶跃序列 $u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\0 & n<0\end{cases}$

(3) 矩形序列 $R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\0 & \text{其他 } n\end{cases}$

(4) 实指数序列 $x(n)=a^n u(n)$

(5) 复指数序列 $x(n)=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega_0)n}$

(6) 正弦序列 $x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi)$

(7) 周期序列 $x(n)=x(n+rN)$ （r 为任意整数，N 为正整数）

要点：

- 正弦序列 $x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi)$ 中，ω_0 称为数字角频率（简称数字频率），单位是弧度（rad），反映了序列周期性变化的快慢。
- 正弦序列是否具有周期性，取决于 ω_0 的值。当 $\omega_0=\alpha\pi$（α 为有理数）时，是周期序列。

因为复指数序列 $x(n)=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega_0)n}=\mathrm{e}^{\sigma n}(\cos\omega_0 n+\mathrm{j}\sin\omega_0 n)$，所以其周期性的判别与正弦序列相同。

3. 序列运算

在离散时间信号处理中，需要进行序列的运算，其基本运算有如下几种：

(1) 序列相加：$y(n)=x_1(n)+x_2(n)$，将它们的各个对应项分别相加。

(2) 序列相乘：$y(n)=x_1(n)\ x_2(n)$，将它们的各个对应项分别相乘。

(3) 序列与常数相乘：$y(n)=Cx(n)$，将序列各项分别乘以常数 C。

(4) 序列的移序：$y(n)=x(n-m)$，$x(n)$ 右移 m 位

$y(n)=x(n+m)$，$x(n)$ 左移 m 位

(5) 序列的线性卷积：$x(n)*y(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}x(m)y(n-m)$

(6) 序列的线性相关：$R_{xy}(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}x(m)y(n+m)$

(7) 序列的能量：$E=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2$

要点：

- 线性卷积运算满足交换律和结合律

$$x(n)*y(n)=y(n)*x(n)$$

$$y(n)*[x_1(n)+x_2(n)]=y(n)*x_1(n)+y(n)*x_2(n)$$

• 单位抽样序列、单位阶跃序列及矩形序列之间的关系为

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N) = \sum_{m=0}^{N-1} \delta(n-m)$$

$$u(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m)$$

• 任何序列与单位抽样序列的线性卷积等于它自身，即任何序列都可以表示成单位抽样序列的移位加权和

$$x(n) = x(n) * \delta(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

1.1.2 线性移不变离散时间系统

1. 线性移不变(时不变)离散时间系统的定义

离散时间系统本质上是将输入序列变换为输出序列的运算或变换，可用图 1-1 表示。

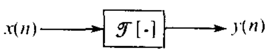

图 1-1 离散时间系统

输入 $x(n)$ 与输出 $y(n)$ 之间的关系为

$$y(n) = \mathscr{T}[x(n)]$$

$\mathscr{T}[\cdot]$ 表示变换关系，由具体的系统确定。

(1) 线性系统定义：满足齐次性和叠加性。用数学语言描述如下：

如果 $y_1(n) = \mathscr{T}[x_1(n)]$，$y_2(n) = \mathscr{T}[x_2(n)]$，则 $\mathscr{T}[ax_1(n) + bx_2(n)] = a\mathscr{T}[x_1(n)] + b\mathscr{T}[x_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n)$，其中 a 和 b 为任意常数。

(2) 移不变(时不变)系统定义：系统的运算关系 $\mathscr{T}[\cdot]$ 在整个运算过程中不随时间而变化。

如果 $y(n) = \mathscr{T}[x(n)]$，则 $\mathscr{T}[x(n-k)] = y(n-k)$。

既满足线性条件又满足移不变(时不变)条件的系统，称为线性移不变(时不变)系统。

以后如不做特别声明，我们所讨论的系统均是线性移不变(时不变)离散时间系统。简称 LSI/LTI 系统。

要点：

"移"指 $x(n)$ 中自变量 n 的移动，由于大多数情况下代表的是时间，所以主要是指线性时不变系统。

2. 系统的单位抽样响应

单位抽样响应是当系统的输入为单位抽样序列 $\delta(n)$ 时系统的零状态输出，用 $h(n)$ 表示，即 $h(n) = \mathscr{T}[\delta(n)]$。

若已知 $h(n)$，可以求得该系统对任意输入序列 $x(n)$ 的响应 $y(n)$ 为

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = x(n) * h(n)$$

3. 线性时不变离散时间系统的时域表示法 —— 线性常系数差分方程

一般形式：$y(n) = \sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^{N} a_i y(n-i)$

系数 b_i, a_i 是与序号 n 无关的常数,体现"时不变"特性。$x(n-i), y(n-i)$ 各项均是一次项,体现"线性"特性。

要点：

- 解差分方程可以求得系统的瞬态解,而初始条件是不可缺少的。
- 差分方程的求解方法有经典法、递推法和 Z 变换法等。

经典法求解差分方程分为三步：求通解,得到系统的零输入响应;求特解,得到系统的零状态响应;求全解,将通解、特解相加。

递推法是指在给定输入和初试条件下,直接由差分方程按递推的办法求系统的瞬态解。

Z 变换法是指对差分方法两边取单边 Z 变换,并利用 Z 变换的位移特性把差分方程转变为 Z 域的代数方程,再将求解结果进行反 Z 变换,得到解的时域表达式。

1.1.3 离散时间系统的 Z 域分析

1. 从抽样信号的拉氏变换到 Z 变换

理想采样是从模拟信号过渡到离散时间信号的桥梁,采样序列的 Z 变换正是 $Z = e^{sT}$ 时该序列的拉氏变换,即 $X(s) = X(z)|_{z=e^{sT}}$。

将 S 平面表示为直角坐标形式 $S = \sigma + j\Omega$, Z 平面表示为极坐标形式 $Z = re^{j\omega}$,由映射关系 $Z = e^{sT}$,即 $re^{j\omega} = e^{(\sigma+j\Omega)T} = e^{\sigma T} \cdot e^{j\Omega T}$,有：

$\sigma = 0 \rightarrow r = 1$, S 平面的虚轴映射到 Z 平面的单位圆上;

$\sigma < 0 \rightarrow r < 1$, S 平面的左半平面映射到 Z 平面的单位圆内;

$\sigma > 0 \rightarrow r > 1$, S 平面的右半平面映射到 Z 平面的单位圆外。

要点：

- 从 S 平面到 Z 平面的映射是多点到一点的映射。
- Z 平面上点的辐角 ω 称为数字频率,是模拟频率 Ω 对采样频率 f_s 的归一化,即 $\omega = \Omega T = \Omega / f_s$。数字频率 ω 是连续值。

2. Z 变换的收敛域

序列 $x(n)$ 的 Z 变换定义为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}$$

使 $X(z)$ 一致收敛的 z 的取值范围，叫做 Z 变换的收敛域 ROC(Region Of Convergence)。

序列 $x(n)$ 的 Z 变换一致收敛的充要条件为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)z^{-n}| < \infty$$

要点：

- Z 平面的收敛域仅与模 $|z|$ 有关，而与辐角无关，收敛域的边界一定是圆。
- 序列 $x(n)$ 的 Z 变换的表达式及其收敛域是一个整体，二者共同惟一确定 $x(n)$。

3. Z 变换的收敛域与序列的关系

1）有限长序列

$$X(z) = \sum_{n=n_1}^{n_2} x(n)z^{-n}$$

① 当 $n_1 \geqslant 0, n_2 > 0$ 时，ROC: $0 < |z| \leqslant \infty$

② 当 $n_1 < 0, n_2 \leqslant 0$ 时，ROC: $0 \leqslant |z| < \infty$

③ 当 $n_1 < 0, n_2 > 0$ 时，ROC: $0 < |z| < \infty$

2）右边序列

$$X(z) = \sum_{n=n_1}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

① $n_1 \geqslant 0$ 的右边序列称为因果序列，ROC: $R_{x-} < |z| \leqslant \infty$

② 当 $n_1 < 0$ 时，ROC: $R_{x-} < |z| < \infty$

3）左边序列

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{n_2} x(n)z^{-n}$$

① 当 $n_2 > 0$ 时，ROC: $0 < |z| < R_{x+}$

② 当 $n_2 \leqslant 0$ 时，ROC: $0 \leqslant |z| < R_{x+}$

4）双边序列

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{-1} x(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

上式第一项为左边序列，ROC: $|z| < R_{x+}$；第二项为因果序列，ROC: $|z| > R_{x-}$。

① 如果 $R_{x+} > R_{x-}$，则 $X(z)$ 有收敛域 $R_{x-} < |z| < R_{x+}$（环形）。

② 如果 $R_{x+} \leqslant R_{x-}$，则 $X(z)$ 无收敛域，或不收敛。

4．Z 变换的性质

1）线性

若$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：$R_{x-} < |z| < R_{x+}$

$\mathscr{Z}[y(n)] = Y(z)$，ROC：$R_{y-} < |z| < R_{y+}$

那么对于任意常数 a，b，都有

$$\mathscr{Z}[ax(n) + by(n)] = aX(z) + bY(z),\text{ROC: } \max[R_{x-}, R_{y-}] < |z| < \min[R_{x+}, R_{y+}]$$

注：如果线性组合产生了一些极、零点相抵消，则收敛区域可能会扩大。

2）序列移位

如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：R_1，则$\mathscr{Z}[x(n \pm n_0)] = z^{\pm n_0}X(z)$，ROC：$R_1$，但 $\pm n_0 > 0$ 时要去除 ∞ 点，$\pm n_0 < 0$ 时要去除原点。

注：对于单边 Z 变换，序列的移位特性要考虑初始条件。单边 Z 变换的移序特性为：如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：R_1，则

①$\mathscr{Z}[x(n + m)] = z^m[X(z) - \sum_{k=0}^{m-1} x(k)z^{-k}]$，收敛域和 $X(z)$ 的收敛域相同，但可能不包含 ∞ 点。

②$\mathscr{Z}[x(n - m)] = z^{-m}[X(z) + \sum_{k=-m}^{-1} x(k)z^{-k}]$，收敛域和 $X(z)$ 的收敛域相同，但可能不包含原点。

3）与指数序列相乘（序列指数加权）

如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：$R_{x-} < |z| < R_{x+}$，则

$$\mathscr{Z}[a^n x(n)] = X(a^{-1}z),\ \text{ROC: } |a|R_{x-} < |z| < |a|R_{x+}$$

4）$X(z)$ 的微分（序列线性加权）

如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：$R_{x-} < |z| < R_{x+}$，则

$$\mathscr{Z}[nx(n)] = -z\frac{\mathrm{d}X(z)}{\mathrm{d}z},\ \text{ROC: } R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

5）复序列的共轭

如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，ROC：$R_{x-} < |z| < R_{x+}$，则

$$\mathscr{Z}[x^*(n)] = X^*(z^*),\ \text{ROC: } R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

6）初值定理

对于因果序列 $x(n)$，如果$\mathscr{Z}[x(n)] = X(z)$，则$\lim_{z\to\infty} X(z) = x(0)$。

7）终值定理

应用条件：

① $x(n)$ 为因果序列。

② $X(z)$ 的极点全部在单位圆 $|z|=1$ 以内，另外在 $z=1$ 处可以有一阶极点。

如果 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x(n)=\lim\limits_{z\to1}[(1-z^{-1})X(z)]$。

8）序列（时域）卷积

若 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，ROC：$R_{x-}<|z|<R_{x+}$；$\mathscr{Z}[y(n)]=Y(z)$，ROC：$R_{y-}<|z|<R_{y+}$，则

$$\mathscr{Z}[x(n)*y(n)]=X(z)\cdot Y(z),\ \text{ROC}:\max[R_{x-},R_{y-}]<|z|<\min[R_{x+},R_{y+}]$$

注：如果位于一个 Z 变换收敛区域边缘上的极点被另一个 Z 变换的零点抵消，则收敛区域可能会扩大。

9）序列（时域）乘积

若 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，ROC：$R_{x-}<|z|<R_{x+}$；$\mathscr{Z}[y(n)]=Y(z)$，ROC：$R_{y-}<|z|<R_{y+}$，则

$$\mathscr{Z}[x(n)y(n)]=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\oint_C X(v)Y(z/v)v^{-1}\mathrm{d}v,\ \text{ROC}:R_{x-}R_{y-}<|z|<R_{x+}R_{y+}$$

10）序列反向

如果 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，ROC：$R_{x-}<|z|<R_{x+}$，则

$$\mathscr{Z}[x(-n)]=X(z^{-1}),\ \text{ROC}:\frac{1}{R_{x+}}<|z|<\frac{1}{R_{x-}}$$

11）序列的插值

如果 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，$\mathscr{Z}[y(n)]=Y(z)$，且

$$y(n)=\begin{cases}x(n/N) & \text{当 } n=iN \text{ 时}(N \text{ 为正整数}, i \text{ 为整数})\\0 & \text{当 } n \text{ 为其他值时}\end{cases}$$

则 $Y(z)=X(z^N)$。

注：序列 $y(n)$ 相当于对序列 $x(n)$ 每两两相邻点之间插入 $N-1$ 个零而构成。

12）序列的抽取

如果 $\mathscr{Z}[x(n)]=X(z)$，$\mathscr{Z}[y(n)]=Y(z)$，且 $y(n)=x(Nn)$，则

$$Y(z)=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}X\left(z^{\frac{1}{N}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}m}\right)$$

注：序列 $y(n)$ 相当于对序列 $x(n)$ 每隔 N 点抽取一个值而构成。

要点：当未抽取到的 $x(n)$ 的值均为零时，有 $Y(z)=X(z^{\frac{1}{N}})$。

5. 反 Z 变换

反 Z 变换定义为

$$x(n)=\mathscr{Z}^{-1}[X(z)]=\frac{1}{2\pi \mathrm{j}}\oint_C X(z)z^{n-1}\mathrm{d}z$$

上式中，$\mathscr{Z}^{-1}[X(z)]$ 代表反 Z 变换，积分路径 C 是 $X(z)$ 收敛域内的一条逆时针方向环绕原点的闭合围线。

求解反 Z 变换常用的方法有三种：

1）长除法（适用于简单的单边序列）

思路：将有理分式 $X(z)$ 的分子多项式与分母多项式直接相除，以恢复级数形式 $X(z)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}$，则 z^{-n} 的系数就是 $x(n)$ 的相应项。

2）留数定理

思路：根据留数定理，$x(n)=\frac{1}{2\pi \mathrm{j}}\oint_C X(z)z^{n-1}\mathrm{d}z=\sum\limits_k \mathrm{Res}[X(z)z^{n-1},z_k]$，即 $x(n)$ 等于 $X(z)z^{n-1}$ 在围线 C 内所有极点的留数之和。

3）部分分式展开法

思路：将复杂的、高阶的有理分式分解成简单的部分分式之和，利用线性原理，分别求取反 Z 变换后再相加。

需熟记下列可作为公式使用的基本变换

$$x(n)=\delta(n)\rightarrow X(z)=1,\ \mathrm{ROC}:0\leqslant|z|\leqslant\infty$$

$$x(n)=u(n)\rightarrow X(z)=\frac{1}{1-z^{-1}},\ \mathrm{ROC}:|z|>1$$

$$x(n)=R_N(n)\rightarrow X(z)=\frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}},\ \mathrm{ROC}:|z|>0$$

$$x(n)=a^n u(n)\rightarrow X(z)=\frac{1}{1-az^{-1}},\ \mathrm{ROC}:|z|>|a|$$

$$x(n)=-a^n u(-n-1)\rightarrow X(z)=\frac{1}{1-az^{-1}},\ \mathrm{ROC}:|z|<|a|$$

$$x(n)=nu(n)\rightarrow X(z)=\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2},\ \mathrm{ROC}:|z|>1$$

$$x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}u(n)\rightarrow X(z)=\frac{1}{1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0}z^{-1}},\ \mathrm{ROC}:|z|>1$$

常见形式为：如果 $X(z)$ 可以分解成 $X(z)=A_0+\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{A_i}{1-d_i z^{-1}}$，ROC：$|z|>$