面向21世纪课程教材

Textbook Series for 21st Century

工程结构力学(Ⅲ)

黄小清 曾庆敦 主编

高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

工程结构力学(III)

黄小清　曾庆敦　主编

高 等 教 育 出 版 社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是教育部"高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划"的研究成果，是面向21世纪课程教材。

全书分(Ⅰ)、(Ⅱ)、(Ⅲ)三册。第(Ⅰ)册包括静力分析篇、静定结构内力分析篇、杆件应力与变形分析篇。第(Ⅱ)册包括虚功原理及应用篇、超静定结构计算篇、影响线及极限分析篇、弹性稳定性分析篇。第(Ⅲ)册包括动力分析篇、动力分析专题篇。本书为第(Ⅲ)册。

全书的主要特点是：将原来的理论力学、材料力学和结构力学课程内容进行贯通、融合和渗透，对经典内容加以精选，使之更加简练并富有新意，是一部具有新体系、新内容，论述严谨，重视基础与工程应用，重视能力培养的新教材。教材具有模块化的特点，模块化的新体系既有利于学生对力学学科的整体认识，又适应了不同层次的教学要求。

全书可作为高等学校土木工程、交通、水利和工程力学等各专业的教材，也可作为有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程结构力学．Ⅲ/黄小清，曾庆敦主编．—北京：
高等教育出版社，2002.12
ISBN 7-04-011597-2

Ⅰ.工…　Ⅱ.①黄…②曾…　Ⅲ.工程结构-
结构力学-高等学校-教材　Ⅳ.TU311

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第077268号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市东城区沙滩后街55号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网　　址	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010-64014048		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京中科印刷有限公司		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2002年12月第1版
印　　张	18.75	印　　次	2002年12月第1次印刷
字　　数	340 000	定　　价	19.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

主要符号表

a	加速度大小,无阻尼自由振动时的振幅
$\boldsymbol{a}$	加速度
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{a}}$	绝对加速度
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}$	牵连加速度
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}$	相对加速度
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}}$	科里奥利加速度(科氏加速度)
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$	法向加速度
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$	切向加速度
$\boldsymbol{a}_{BA}^{\mathrm{n}}$	点 B 相对于基点 A 的法向加速度
$\boldsymbol{a}_{BA}^{\mathrm{t}}$	点 B 相对于基点 A 的切向加速度
A	面积
$\boldsymbol{A}$	振型矩阵
$\boldsymbol{A}^{(k)}$	第 k 阶振型向量
c	粘滞阻尼因数
c_{cr}	临界阻尼因数
c_{eq}	等效粘滞阻尼因数
C	质心,重心
$\boldsymbol{C}$	阻尼矩阵
$\bar{C}$	振型折算阻尼
C_{v}	速度瞬心
D,d	直径
E	弹性模量
e	恢复因数,偏心距,
f	频率,动摩擦因数
f_{s}	静摩擦因数
$\boldsymbol{F}$	力
$\boldsymbol{F}_{Ax},\boldsymbol{F}_{Ay},\boldsymbol{F}_{Az}$	A 处铰支座的约束力分量
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}}$	平均碰撞力,平均力

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}}$	冲击荷载
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$	法向约束力,轴力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{P}}$	荷载,动力荷载向量
F_0, F_{P}^0	干扰力幅值
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{P}}(t)$	动力荷载(干扰力)
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}(t)$	阻尼力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}(t)$	弹性恢复力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Peq}}(t)$	等效动力荷载(等效干扰力)
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{t}}$	切向惯性力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{n}}$	法向惯性力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}(t), \boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}$	达朗贝尔惯性力(惯性力)
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Ie}}$	牵连惯性力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{IR}}$	惯性力系主矢
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{IC}}$	科里奥利力(科氏力)
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$	合力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}$	剪力
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{T}}$	拉力
$\boldsymbol{F}_x, \boldsymbol{F}_y, \boldsymbol{F}_z$	力在 x,y,z 方向的分量
$\boldsymbol{g}$	重力加速度
G	切变模量
h	高度
I	惯性矩
I_{p}	极惯性矩
$\boldsymbol{I}$	冲量,碰撞冲量
$\boldsymbol{I}_x, \boldsymbol{I}_y, \boldsymbol{I}_z$	冲量在 x,y,z 轴方向的分量
J	转动惯量
i	线刚度
$\boldsymbol{i}$	沿 x 坐标轴方向的单位矢量
$\boldsymbol{j}$	沿 y 坐标轴方向的单位矢量
$\boldsymbol{k}$	沿 z 坐标轴方向的单位矢量
$\boldsymbol{K}$	刚度矩阵
$\overline{K}$	振型折算刚度
K_{d}	动荷因数

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

K_f	有效应力集中因数
K_t	理论应力集中因数
k	弹簧刚度系数，单自由度体系的刚度系数
k_i	侧移刚度
k_{ij}	刚度系数，约束力系数
$\boldsymbol{L}_O$	质点系对点 O 的动量矩
L_x, L_y, L_z	质点系（刚体）对 x, y, z 轴的动量矩
l, L	长度，跨度
M	弯矩
M_x	扭矩
$\boldsymbol{M}_{IO}$	平面惯性力系对点 O 的主矩
$\boldsymbol{M}$	质量矩阵，力偶矩矢
$\boldsymbol{M}_O$	力系对点 O 的主矩
$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$	力 $\boldsymbol{F}$ 对点 O 之矩
$\overline{M}$	振型折算质量
m	质量
m_{eq}	等效质量
$\overline{m}$	分布质量
N	循环次数
n	安全因数，转速，质点数
$[n]$	许用安全因数
P	功率
$\boldsymbol{p}$	动量
p	压力
q	分布荷载集度
R	半径
r	半径，循环特征
$\boldsymbol{r}$	位置矢量（位矢）
s	路程，弧长，弧坐标
S	广义应力
S_r	广义疲劳极限
T	扭矩，周期，动能
T_d	衰减振动周期
ΔT	动能损失

t	时间
v	速度大小
$\boldsymbol{v}$	速度
$\boldsymbol{v}_a$	绝对速度
$\boldsymbol{v}_e$	牵连速度
$\boldsymbol{v}_r$	相对速度
$\boldsymbol{v}_{BA}$	平面图形上点 B 相对于基点 A 的速度
V	势能,体积
V_ε	应变能
W	功,重量大小
W_p	扭转截面系数
W_z	弯曲截面系数
$x(t),y(t),y(x,t)$	位移函数
$\boldsymbol{Y},\dot{\boldsymbol{Y}},\ddot{\boldsymbol{Y}}$	位移列向量,速度列向量,加速度列向量
y_p	单自由度体系有阻尼稳态响应的振幅
y_{st}	单自由度体系在干扰力幅值作用下的静力位移
α	角加速度,初始相位角,角,入射角
β	表面质量因数,角,反射角
γ	切应变
η	机械效率
$\boldsymbol{\eta}$	广义坐标列向量(正则坐标列向量)
$\eta_1(t),\eta_2(t),\cdots,\eta_n(t)$	广义坐标(正则坐标)
Δ_d	冲击荷载作用下弹性构件的动位移
Δ_{st}	静力荷载作用下弹性构件的静位移
$\Delta_{iP}(t)$	干扰力引起的沿 y_i 方向的位移分量
$\boldsymbol{\Delta}_P$	干扰力引起的位移列向量
δ	单自由度体系的柔度系数
$\boldsymbol{\delta}$	柔度矩阵
δ_{ij}	柔度系数
δW	元功
$\varepsilon_\sigma,\varepsilon_\tau$	尺寸因数
θ	角
φ	角,相位差
ρ	曲率半径,回转半径,密度

σ	正应力
σ_b	强度极限
σ_d	冲击荷载作用下弹性构件的动应力
$[\sigma]$	许用应力
τ	切应力,时间间隔
ω	角速度,自振频率
ω_d	衰减振动自振频率
ξ	阻尼比
ξ_σ, ξ_τ	修正系数
ψ_σ, ψ_τ	非对称应力循环的敏感因数

目　录

第八篇　动力分析

第九篇 动力分析专题

第八篇　动力分析

前面各篇研究了物体(构件和结构)处于平衡状态时的外力、内力和应力、应变,以及强度、刚度、稳定性计算等问题,没有涉及物体运动的变化。从本篇开始,将对物体进行动力分析,研究作用在物体上的力与物体机械运动之间的关系,建立物体机械运动的普遍规律。

在现代工业和科学技术迅速发展的今天,对动力分析提出了许多复杂的课题。例如高速旋转机械的平衡、振动和稳定,高层建筑结构受风载及地震的影响,宇宙飞行及火箭推进技术,以及机器人的动态特性等,都需要应用动力分析理论。

动力分析采用的力学模型是**质点**和**质点系**。质点是具有质量而几何形状和尺寸大小可忽略不计的物体。质点系是有限或无限个质点的集合。任何物体(包括固体、液体、气体)和物体系统(包括结构和机构)都可视为质点系。刚体是各质点间距离保持不变的质点系。当忽略物体的几何形状和尺寸大小不影响所研究问题的结果时,可将该物体抽象为质点。如果物体的大小在所研究的问题中不能忽略,则应抽象为质点系。例如,研究地球绕太阳的运行规律时,可将地球视为质点;而在研究地球的自转时,则应把它视为一个刚体。

本篇的理论基础是牛顿三定律,它们可表述如下:

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一定律(惯性定律)

不受力作用的质点(包括平衡力系作用的质点),将保持静止或匀速直线运动状态。

第二定律(力和加速度关系定律)

物体受外力作用而产生的加速度,其方向与外力的方向相同,大小与外力的大小成正比。即

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$$

第三定律(作用与反作用定律)

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在,大小相等,方向相反,并沿同一直线分别作用在这两个物体上。

必须指出,牛顿定律适用于惯性参考系。实践表明,在一般的工程问题中,用固连于地球的参考系作为惯性参考系已足够精确。以牛顿定律为基础建立起来的古典力学,用于解决一般工程问题是合适的,除非物体的速度接近于光速(3×10^5 km/s),或研究微观粒子运动时,古典力学才不适用,需要应用相对论力学或量子力学,但这些不属于本书的研究范围。

第十九章　质点和平动刚体的动力分析

描述物体的运动就是描述物体的位置随时间的变化，为此，必须选取另一个物体作为参考，被选作参考的物体称为参考体，与参考体固连的坐标系称为参考坐标系，简称参考系。

本章首先研究质点相对某一参考系的运动规律，然后研究质点及平动刚体的受力与其运动变化之间的关系。

§19－1　点的运动

19－1－1　描述点的运动的基本方法

物体上的点的运动规律包括点的运动轨迹、运动方程、速度和加速度。所研究的点是指忽略了物体质量和大小的几何点。描述点的运动的基本方法有**矢量法、直角坐标法和自然坐标法**。

1. 矢量法

设点 M 在空间作曲线运动，在参考系中选取一固定点 O 为原点，则点 M 的位置可用矢径 $\boldsymbol{r}$（由原点 O 至点 M 的矢量）表示，如图 19－1 所示。当点 M 在空间的位置随时间连续地变化时，相应的矢径 $\boldsymbol{r}$ 是时间的连续矢量函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{19-1}$$

上式为**以矢量表示的点的运动方程**。

矢径 $\boldsymbol{r}$ 随时间 t 变化时，矢端所描绘出的曲线称为**矢径端图**。显然，这就是点 M 的运动轨迹。

点的速度是矢量，它是表征点的运动快慢和方向的物理量。**点的速度矢等于它的矢径 $\boldsymbol{r}$ 对时间的一阶导数**，即

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{19-2}$$

或

$$\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}$$

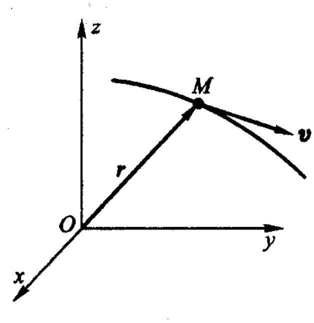


图 19－1

它的大小等于$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，其方向沿运动轨迹上点 M 的切线，并指向点 M 的运动方向(图 19－1)。速度的单位为 m/s 或 cm/s 等。

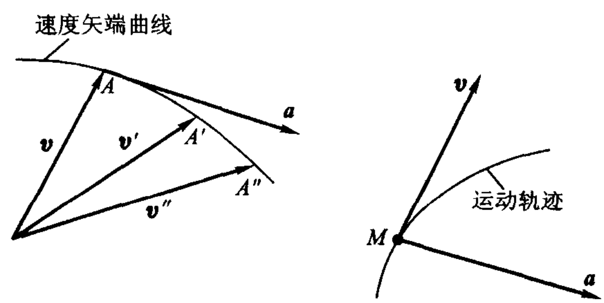
点的加速度也是矢量，它是描述点的速度(大小和方向)随时间变化的物理量。**点的加速度矢等于该点速度矢 $\boldsymbol{v}$ 对时间的一阶导数，也等于矢径 $\boldsymbol{r}$ 对时间的二阶导数**，即

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{19-3}$$

或

$$\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{v}}=\ddot{\boldsymbol{r}}$$

它的大小等于$\left|\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$，其方向沿着速度矢端曲线在相应点的切线方向，如图 19－2 所示。加速度的单位为 m/s² 或 cm/s² 等。



(a)　　　　(b)

图 19－2

用矢量法来描述点的运动非常简明，便于公式的推导。

2. 直角坐标法

如图 19－3 所示，在参考体上固连一个直角坐标系 $Oxyz$，其中 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 是三根坐标轴的单位矢量。在直角坐标系中，矢径 $\boldsymbol{r}$ 的解析表达式为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{19-4}$$

式中，x,y,z 是动点 M 的坐标，也是矢径 $\boldsymbol{r}$ 在相应坐标轴上的投影。因此，点的运动方程(19－1)可用如下方程组表示为

$$\left.\begin{aligned}x&=x(t)\\y&=y(t)\\z&=z(t)\end{aligned}\right\} \tag{19-5}$$

这一组方程称为**以直角坐标表示的点的运动方程**。将 t 看成参数，式(19－5)就是点运动轨迹的参数方程。

将式(19－4)代入式(19－2)，由于 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 是大小和方向都不变的单位矢量，因此有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k} \qquad (19-6)$$

设点 M 的速度矢 $\boldsymbol{v}$ 在直角坐标轴上的投影为 v_x,v_y,v_z，即

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \qquad (19-7)$$

比较式(19－6)与(19－7)，可得到

$$\left.\begin{aligned} v_x&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dot{x}\\ v_y&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\dot{y}\\ v_z&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\dot{z}\end{aligned}\right\} \qquad (19-8)$$

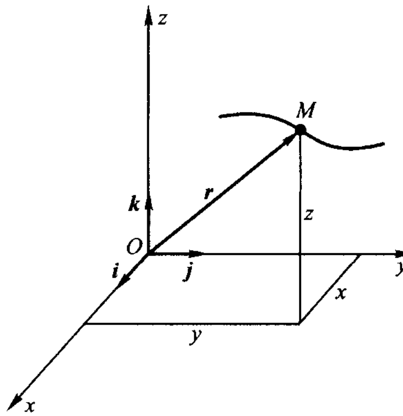


图 19－3

因此，**点的速度在直角坐标轴上的投影等于该点相应坐标对时间的一阶导数。**

由式(19－8)求得 v_x,v_y,v_z 后，速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小和方向就可以由这三个投影完全确定。

设点 M 的加速度 $\boldsymbol{a}$ 在直角坐标轴上的投影分别为 a_x,a_y,a_z，即

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \qquad (19-9)$$

同理可得

$$\left.\begin{aligned} a_x&=\dot{v}_x=\ddot{x}\\ a_y&=\dot{v}_y=\ddot{y}\\ a_z&=\dot{v}_z=\ddot{z}\end{aligned}\right\} \qquad (19-10)$$

由此可知，**点的加速度在直角坐标轴上的投影等于该点相应坐标对时间的二阶导数，也等于该点速度的相应投影对时间的一阶导数。**

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小和方向可由它的三个投影 a_x,a_y,a_z 完全确定。

若点 M 作平面曲线运动，并选此平面为 Oxy 坐标平面，则 $z(t)\equiv0$，上述各公式仍然适用。

例 19－1　椭圆规的曲柄 OC 可绕定轴 O 转动，其端点 C 与规尺 AB 的中点以铰链相连，而规尺 A、B 两端分别在相互垂直的滑槽中运动，如图 19－4 所示。已知：$\overline{OC}=\overline{AC}=\overline{BC}=l$，$\overline{MC}=a$，$\varphi=\omega t$。试求规尺上点 M 的运动方程、运动轨迹、速度和加速度。

解：(1) 求点 M 的运动方程和运动轨迹

应用直角坐标法。选取直角坐标系 Oxy 如图 19－4 所示。根据几何关系可得点 M 的运动方程为

$$x=(\overline{OC}+\overline{CM})\cos\varphi=(l+a)\cos\omega t$$

$$y=\overline{AM}\sin\varphi=(l-a)\sin\omega t$$

消去参数 t,得轨迹方程

$$\frac{x^2}{(l+a)^2}+\frac{y^2}{(l-a)^2}=1$$

由此可见,点 M 的运动轨迹是一个椭圆,其长轴与 x 轴重合,短轴与 y 轴重合。读者可自行推算,当点 M 在 BC 段上时,椭圆的长轴与 y 轴重合。

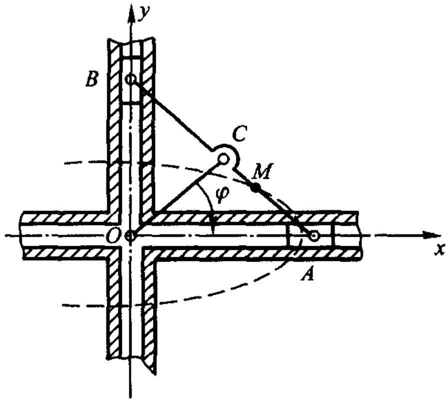


图 19－4

(2) 求点 M 的速度

由式(19－8),得

$$v_x=\dot{x}=-\omega(l+a)\sin\omega t$$

$$v_y=\dot{y}=\omega(l-a)\cos\omega t$$

故点 M 的速度大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\omega\sqrt{l^2+a^2-2al\cos 2\omega t}$$

其方向余弦为

$$\cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i})=\frac{v_x}{v}=\frac{-(l+a)\sin\omega t}{\sqrt{l^2+a^2-2al\cos 2\omega t}}$$

$$\cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{j})=\frac{v_y}{v}=\frac{(l-a)\cos\omega t}{\sqrt{l^2+a^2-2al\cos 2\omega t}}$$

(3) 求点 M 的加速度

由式(19－10),有

$$a_x=\dot{v}_x=\ddot{x}=-\omega^2(l+a)\cos\omega t$$

$$a_y=\dot{v}_y=\ddot{y}=-\omega^2(l-a)\sin\omega t$$

故点 M 的加速度大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\omega^2\sqrt{l^2+a^2+2al\cos 2\omega t}$$

其方向余弦为

$$\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{i})=\frac{a_x}{a}=\frac{-(l+a)\cos\omega t}{\sqrt{l^2+a^2+2al\cos 2\omega t}}$$

$$\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{j})=\frac{a_y}{a}=\frac{-(l-a)\sin\omega t}{\sqrt{l^2+a^2+2al\cos 2\omega t}}$$

3．自然坐标法

自然坐标法是结合运动轨迹的几何形状建立坐标系来研究点的运动的方法。因此,应用这种方法时,点的运动轨迹是已知的。

设已知点 M 的运动轨迹如图 19－5 所示，在轨迹上任取一点 O_1 为原点，则沿轨迹规定正负方向的弧长 $s=\pm O_1M$ 称为点 M 的**弧坐标**。当点 M 沿该轨迹运动时，弧坐标 s 随时间 t 变化，是时间 t 的单值连续函数，即

$$s=s(t) \tag{19-11}$$

上式为**以弧坐标 s 表示的点的运动方程**。

下面建立自然坐标系。

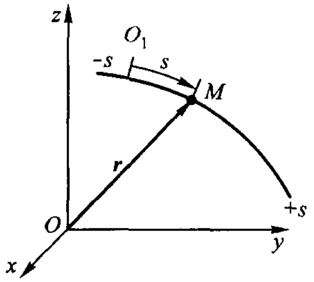


图 19－5

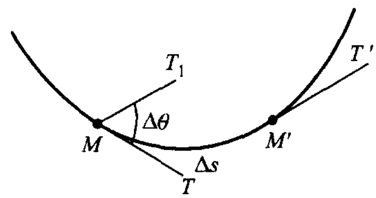


图 19－6

图 19－6 所示为一空间任意曲线，在其上点 M 邻近取另一点 M'，曲线在点 M 的切线为 MT，在点 M' 的切线为 $M'T'$。自点 M 作 MT_1 平行于 $M'T'$，则 MT 与 MT_1 将决定一平面。当点 M' 向点 M 接近时，因 MT_1 方位的改变，这平面将绕 MT 转动。当点 M' 无限接近点 M 时，这平面将转到一极限位置，这个处于极限位置的平面在数学上称为曲线在点 M 的**密切面**。显然，曲线上任一点的切线在该点的密切面上。对于一般空间曲线，密切面的方位随点 M 的位置而改变；至于平面曲线，密切面就是曲线所在的平面。

通过点 M 与切线 MT 垂直的平面，称为曲线在点 M 的法面（图 19－7）。法面内通过点 M 的所有直线都与切线垂直，因而都是曲线的法线，其中在密切面内的法线 MN（即法面与密切面的交线），称为曲线在点 M 的**主法线**，而法面内与主法线垂直的直线 MB，则称为**副法线**。点 M 的切线、主法线和副法线构成一个正交架。现规定：切线的正向指向 s 的正向，其单位矢量用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示；主法线的正向指向曲线的凹面，其单位矢量用 $\boldsymbol{e}_n$ 表示；副法线的单位矢量用 $\boldsymbol{e}_b$ 表示，它与 $\boldsymbol{e}_t$，$\boldsymbol{e}_n$ 组成右手系，即

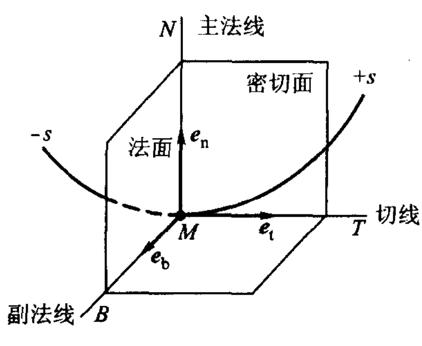


图 19－7

$$\boldsymbol{e}_b=\boldsymbol{e}_t\times\boldsymbol{e}_n$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com