

709972



数学复习题解

(一)

——成人高考文理科复习丛书

郑州大学图书馆



北京师范大学出版社

成人高考文理科复习丛书

数学复习题解

(一)

(文理通用)

成人高考复习丛书编写组编

北京师范学院出版社

1986年·北京

本书系成人高考文、理科通用复习用书（理科考生还需增加《数学复习题解》（二）的内容），本书包括数与式、方程和不等式、函数（包括三角函数）、数列、直线和曲线方程以及总复习六个部分，其中数与式、方程和不等式等内容属于初中代数的复习。在每一部分内容中，安排有内容提要、例题分析和练习题。内容提要力求简明扼要，系统全面，重点突出；例题分析指出了解题的一些思路、方法和技巧；练习题分为基本练习题和综合练习题，基本练习题主要是对基础知识进行训练，综合练习题则侧重能力的培养。总复习部分材料丰富，要求适当，可以用来检查复习效果。

本书由李兰田、乔家瑞、任中文、杨玉蓉、张惠娟编写，胡杞审校。

成人高考文理科复习丛书

数学复习题解

（一）

SHUXUE FUXI TIJIE

成人高考复习题解编写组 编

*

北京师范学院出版社出版

（北京阜成门外花园村）

北京市新华书店发行 国防工业出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：14 字数：320千字

1986年9月第二版 1986年9月第二次印刷

印数：00,001—30,000

统一书号：7427·019 定价：2.80元

前 言

北京师范学院出版社曾出版了《成人高考文科复习丛书》。为满足需要，现根据国家教委新颁布的《全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》，将该书修订再版，并将原16开本改为32开，以方便使用。同时，又补充编写了理科用各分册，成为《成人高考文、理科复习丛书》，共包括政治(文理通用)、语文(文理通用)、数学(一)(文理通用)、数学(二)(理科用)、历史(文科用)、地理(文科用)、物理(理科用)、化学(理科用)八个分册，其中，文科部分五分册，理科部分六分册。

本丛书由北京教育学院、北京师范学院及北京市中学有教学经验的教师编写和审校，并得到其它有关方面的大力协作，从而使丛书质量得到很好保证。

本丛书的主要特点是内容简练，重点突出，易懂易学。它根据成人高校统一招生的要求，从成人学习的特点和实际出发，既注重基本知识的掌握，又突出能力的培养，注意运用知识、解答问题的技能技巧训练。每分册均有练习题及答案，有的还有内容提要、例题分析、解题思路与方法等。

本丛书可供自学用，也可作为成人高考补习的教材。它的不足与错误之处，欢迎读者批评指正。

编者

1986年9月

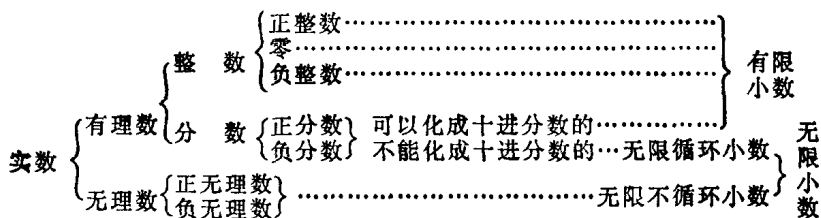
目 录

第一章	数与式	1
一	实数	1
二	代数式	12
三	指数与对数	42
第二章	方程和不等式	57
一	方程与方程组	57
二	不等式与不等式组	94
第三章	函数	107
一	集合	107
二	函数	116
第四章	数列	239
一	数列的概念	239
二	等差数列和等比数列	240
第五章	直线和曲线方程	259
一	直线	259
二	圆锥曲线	268
第六章	总复习	294
提示与答案		347
附 录	1986年全国成人高等学校招生统一考试 数学试题、参考答案及评分标准(文史类)	434

第一章 数 与 式

一 实 数

1 实数的从属关系



2 自然数 称 1、2、3、4、……这些数为自然数；自然数也叫做正整数。它有两个特点：

- (1) 有起始数 1，而没有一个结尾的数；
- (2) 每相邻的两个数，后面的数比前面的数大 1 个单位。

3 质数与合数 只能被 1 和它本身整除的自然数叫做质数。比如 2、3、5、7 等，都是质数。除了能被 1 和它本身整除之外，还能被其它的数整除的自然数，叫做合数。比如 4、6、12、25 等都是合数。1 既非质数、也非合数。

4 分解质因数 把一个合数分解成若干个质数乘积的形式，叫做分解质因数。比如把 20 分解质因数，可写成 $20 = 2 \times 2 \times 5$ 。

5 互质 如果两个自然数的最大公约数是 1，那么这两个自然数叫做互质。

6 奇数与偶数 凡是能被 2 整除的整数叫做偶数；凡是不能被 2 整除的整数叫做奇数。偶数一般用 $2n$ 来表示；奇数一般用

$2n+1$ 或 $2n-1$ 来表示。其中 n 为整数。

7 数轴 数轴本身是一条规定了原点、方向和单位长度的直线。数轴上所有的点与全体实数是一一对应的。

8 倒数 1 除以一个数的商，叫做这个数的倒数。比如 5 和 $\frac{1}{5}$ 、 $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{2}$ ，零没有倒数。

9 相反数 实数 a 和 $-a$ 互为相反数；零的相反数还是零。在数轴上原点的两侧，离开原点距离相等的两个点所表示的两个数，互为相反数。比如 3 和 -3 ， $-\frac{1}{5}$ 和 $\frac{1}{5}$ 。

10 实数大小的比较 在数轴上表示的两个数，右边的总比左边的大；正数都大于零；负数都小于零；一切正数都大于负数；两个正数做比较，绝对值大的数就大；两个负数做比较，绝对值大的反而小。

11 绝对值 在数轴上表示一个数的点到原点的距离，叫做这个数的绝对值。显然一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值还是零。

a 的绝对值通常表示为

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}), \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

12 实数的运算

(1) 有理数的运算法则 (略)

(2) 实数的运算 在进行实数的四则运算时，有理数的运算规律也同样适用，在实数范围内四则运算总可以实施，其运算结果还是实数，特别地，在实数范围内，正数的开方运算总可以实施。

(3) 运算定律

① 加法交换律 $a + b = b + a$;

② 加法结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$;

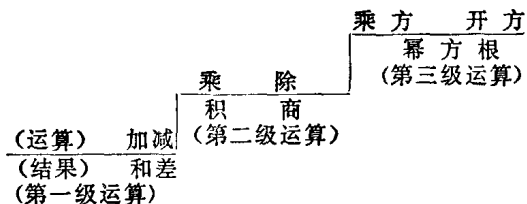
③ 乘法交换律 $ab=ba$;

④ 乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$;

⑤ 分配律 $a(b+c)=ab+ac$ 。

(4) 运算顺序

① 无括号时，在非同级运算中，按照先第三级运算，再第二级运算，最后第一级运算的顺序进行运算。在同级运算中，按照谁在前先算谁的原则进行运算。



② 有括号时，一般是按照先小括号，再中括号，最后大括号的顺序进行运算。

(5) 去括号法则 在去括号时，如果括号前面是正号，留在原括号内的各项的符号都不变化；如果括号前面是负号，留在原括号内的各项的符号都须变化成相反符号。

例1 把360分解质因数。

分析 利用短除的方法，可以把一个合数分解为质因数的乘积形式。

解

2	360	3	45
2	180	3	15
2	90	5	

$$\therefore 360=2^3 \times 3^2 \times 5。$$

例2 求48、60、72的最大公约数与最小公倍数。

分析 求最大公约数的方法是，用各数公共的质因数连续去

除，一直除到没有公共质因数为止，这时所有公共质因数的乘积，就是这几个数的最大公约数；求最小公倍数的方法是，先用各数的公共质因数连续去除，除到所有商数互质。如果中途出现有部分数有公共质因数，也继续除下去，不能被整除的数都照写在商的位置上，一直除到任意两个商数都互质为止，把所有的除数及最后的商数都连乘起来，就是这几个数的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|rrr}
 2 & 48 & 60 & 72 \\
 2 & 24 & 30 & 36 \\
 3 & 12 & 15 & 18 \\
 2 & 4 & 5 & 6 \\
 \hline
 & 2 & 5 & 3
 \end{array}$$

$\therefore$ 最大公约数为 $2 \times 2 \times 3 = 12$ ；最小公倍数为 $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 720$ 。

例 3 比较下列各组数的大小：

(1) $-\frac{30}{31}$ 和 $-\frac{29}{30}$ ；(2) $-\sqrt{3}$ 和 -1.7 ；

(3) π 、3.1415 和 $\frac{22}{7}$ ；(4) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ 和 $2 + \sqrt{3}$ 。

分析 按照比较实数大小的法则进行比较，本题应注意的是：两个正分数比较时，分母相同看分子，分子大的分数值就大；分子若相同就看分母，分母大的分数值反而小。两个正小数比较时，从最高位起，在相同位上的数相比，比到哪一位，谁的较大，就可决定该小数大，以后各个数位上的数可以忽略不计。

$$\text{解} \quad \because \left| -\frac{30}{31} \right| = \frac{30}{31} = \frac{900}{930}, \quad \left| -\frac{29}{30} \right| = \frac{29}{30} = \frac{899}{930},$$

$$\text{而} \quad \frac{900}{930} > \frac{899}{930}, \quad \therefore -\frac{30}{31} < -\frac{29}{30},$$

$$(2) \quad \because |-\sqrt{3}| = \sqrt{3}, \quad |-1.7| = 1.7,$$

$$\text{而} \quad \sqrt{3} = 1.732\cdots, \quad \therefore \sqrt{3} > 1.7, \quad \text{则} \quad -\sqrt{3} < -1.7,$$

$$(3) \because \pi = 3.14159\cdots, \frac{22}{7} = 3.14285\cdots,$$

$$\therefore 3.1415 < \pi < \frac{22}{7},$$

$$(4) (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + 2\sqrt{10},$$

$$(2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 2\sqrt{12}.$$

$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{3}$ 都是正数,

$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{3}$ 分别是 $7 + 2\sqrt{10}$ 和 $7 + 2\sqrt{12}$

的算术平方根,

$$\text{而 } 7 + 2\sqrt{10} < 7 + 2\sqrt{12}, \therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{3}.$$

例 4 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值.

分析 这个题可利用互为倒数的两个数之积为 1, 即 $x \cdot \frac{1}{x} = 1$ 的条件去解.

解 由 $x + \frac{1}{x} = 3$ 的两边同时平方, 得

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9;$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$$

例 5 化简下列各式:

$$(1) -\left| -\frac{1}{\sqrt{2}} \right|; (2) |\sqrt{3} - 2|; (3) \frac{x}{|x|};$$

$$(4) |3 - x| - |2x + 1| + |x + 2| \quad (x < -2);$$

$$(5) \frac{|x + 1|}{x + 1} + \frac{|x - 2|}{x - 2} \quad (-1 < x < 2);$$

$$(6) |x + 2| + |x - 2|.$$

分析 要去掉绝对值符号以便化简, 首先就要判断绝对值符

号里面的数是正数、负数还是零,然后根据绝对值定义求出结果。
解题时要充分注意题目中所给的条件。

$$\text{解} \quad (1) \text{原式} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad (2) \text{原式} = 2 - \sqrt{3},$$

$$(3) \text{原式} = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 (x > 0); \\ \frac{x}{-x} = -1 (x < 0); \end{cases}$$

$$(4) \because x < -2, \therefore \text{原式} = 3 - x - [-(2x+1)] + [-(x+2)] = 2;$$

$$(5) \because -1 < x < 2, \therefore x+1 > 0, x-2 < 0,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{x+1}{x+1} + \frac{2-x}{x-2} = 1 + (-1) = 0;$$

$$(6) \text{当 } x \geq 2 \text{ 时, } |x+2| + |x-2| = x+2 + x-2 = 2x,$$

$$\text{当 } -2 \leq x < 2 \text{ 时, } |x+2| + |x-2| = x+2 + 2-x = 4,$$

$$\text{当 } x < -2 \text{ 时, } |x+2| + |x-2| = -x-2 - x+2 = -2x.$$

例 6 回答下列问题:

(1) m 一定是正数吗? $-|m|$ 一定是负数吗?

(2) $|m|$ 一定是正数吗? $-m$ 一定是负数吗?

(3) $m+n$ 一定小于 $m-n$ 吗?

分析 当判断一个含有字母式子的值的符号时,一定要考虑到字母表示数的任意性。还应注意到字母代表零时的特殊情况。

解 (1) 因为 m 可以表示正数、负数或零,所以 m 不一定是正数, $-|m|$ 也不一定是负数;

(2) 因为当 $m=0$ 时, $|m|=0$, 所以 $|m|$ 不一定是正数, $-m$ 也不一定是负数;

(3) 当 $n>0$ 时, $m+n>m-n$, 当 $n=0$ 时, $m+n=m-n$, 当 $n<0$ 时, $m+n<m-n$, 所以 $m+n$ 不一定大于 $m-n$.

例7 已知 $|a+3|+\sqrt{(b-4)^2}=0$, 求 a 、 b 的值。

分析 想问题时除了应考虑到字母表示数的任意性之外, 还应注意到绝对值和算术根的本身都代表非负数(即零或正数)。

解: $|a+3|\geq 0$, $|b-4|\geq 0$, 又 $|a+3|+\sqrt{(b-4)^2}=|a+3|+|b-4|=0$,

$\therefore |a+3|=0$, $|b-4|=0$, 即 $a=-3$, $b=4$ 。

例8 说出下列各式成立的条件:

(1) $|P|=-P$; (2) $P=-P$; (3) $P>3P$;
(4) $|P-2|=3$; (5) $P<\frac{1}{P}$ 。

分析 由于字母表示的是实数, 为此在确定题目中各式能成立的条件时, 要分别就正数、负数、零各种情况进行全面考虑。

解(1) 当 $P\leq 0$ 时, $|P|=-P$; (2) 当 $P=0$ 时, $P=-P$;

(3) 当 $P<0$ 时, $P>3P$; (4) 当 $P=5$ 或 $P=-1$ 时, $|P-2|=3$;

(5) 当 $0<P<1$ 或 $P<-1$ 时, $P<\frac{1}{P}$ 。

例9 计算下面各题:

(1) $3\frac{1}{4}-\left(+4\frac{5}{12}\right)-\left(-12\frac{1}{6}\right)+\left(+2\frac{1}{3}\right)-\left(+5\frac{1}{6}\right)-\left(-2\frac{1}{4}\right)$;

$$(2) \quad 3\frac{3}{4} - \left[(-0.5) + 4\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{6} \right].$$

分析 在进行有理数加减混合运算时，应先将原式统一化成省略加号的代数和，计算时，式中有相反数先将它们合并为零；为了简化运算可充分利用交换律或结合律，把正数与负数分别合并计算，也可把同分母或分母间有倍数关系的分数合并在一起。

解

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{原式} &= 3\frac{1}{4} - 4\frac{5}{12} + 12\frac{1}{6} + 2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{6} + 2\frac{1}{4} \\ &= 3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} + 12\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} - 4\frac{5}{12} + 2\frac{1}{3} \\ &= 5\frac{1}{2} + 7 - 2\frac{1}{12} = 10\frac{5}{12}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{原式} &= 3\frac{3}{4} - \left[-\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right] \\ &= 3\frac{3}{4} - \left(4\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) \\ &= 3\frac{3}{4} - 4\frac{5}{6} = -1\frac{1}{12}. \end{aligned}$$

例10 计算下面各题：

$$(1) \quad (-2) \times (-3) \times (+5) \times (-12) \div (-5),$$

$$(2) \quad \left(-\frac{5}{6} \right) \times \left(-\frac{3}{4} \right) \div \left(-\frac{2}{5} \right) \times (-0.25) \times \frac{4}{5}.$$

分析 在进行有理数乘除混合运算时，应先确定算式的符号，再求其绝对值；积的符号决定于因式中负数的个数，当有奇数个负因数时积为负，当有偶数个负因数时积为正；遇有分数乘除混合运算时应将除先化为乘；遇有小数和分数混合乘除运算时，应将小数化为分数，这都有利于运算。

$$\text{解(1)} \quad \text{原式} = 2 \times 3 \times 5 \times 12 \times \frac{1}{5} = 72;$$

$$(2) \quad \text{原式} = \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{4}{5} = \frac{5}{16}.$$

例11 计算下面各题:

$$(1) \quad \left[2\frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} \times \sqrt[3]{-8} \div \frac{1}{6} \right] \times (-6);$$

$$(2) \quad -0.75^2 \div \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^4 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2;$$

$$(3) \quad 1\frac{2}{3} - \left\{ 5\frac{3}{4} - 2^2 \div \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \right] \right\} \times \frac{1}{8}.$$

分析 在进行有理数四则混合运算时, 应按运算的顺序先乘方、开方, 再乘、除, 最后加、减; 同时要注意 $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 以及 -2^2 与 $(-2)^2$ 不要混淆, 在计算 $4 \div 2 \times \frac{1}{8}$ 时, 应先除后乘。

$$\begin{aligned} \text{解(1)} \quad \text{原式} &= \left[\frac{7}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} \times (-2) \times 6 \right] \times (-6) \\ &= \left[-\frac{7}{6} + 8 \right] \times (-6) = 7 - 48 = -41; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{原式} &= -\left(\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 1 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 \\ &= -\frac{9}{16} \times \left(-\frac{8}{27}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \text{原式} &= 1\frac{2}{3} - \left[5\frac{3}{4} - 4 \div \left(\frac{1}{4} - \frac{9}{4}\right) \times \frac{1}{8} \right] \\ &= 1\frac{2}{3} - \left(5\frac{3}{4} + 4 \div 2 \times \frac{1}{8} \right) \\ &= 1\frac{2}{3} - \left(5\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) = -4\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

基本练习题

1 填空:

(1) 绝对值小于5的整数是_____,
其中_____最小, 其中_____是非负数, 其中_____的绝对值最小;

(2) _____的相反数比它本身大, _____的相反数等于它本身;

(3) $(-2)^4 + (-2^4) =$ _____, $(-2)^3 + (-2^3) =$ _____;

(4) 如果 a 和 b 互为相反数, 那么 $a + b =$ _____, $\frac{a}{b} =$ _____, 但有特殊情况_____.

2 判断正确或错误, 分别用符号“√”或“×”填写在各题后面的括号中:

(1) 有理数的绝对值都是正数; ()

(2) 两个数的和一定比其中的任意一个数大; ()

(3) 两个数的积一定比其中的任意一个因数大; ()

(4) 较小的数减去较大的数所得的差一定是负数; ()

(5) 一个数的二次幂一定大于这个数; ()

(6) -6 与 -2 之间只有 -5 , -4 、 -3 这三个数。()

3 若 $|x| = 3$, $|y| = 5$, 计算 $x + y$ 的值.

4 求最大公约数为12, 最小公倍数为420的两个正整数.

5 五个连续整数的和与中间那个数有什么关系? 为什么?

6 选择答案:

(1) 25的平方根为()

(A) 5; (B) -5; (C) ± 5 ; (D) $\sqrt{25}$.

(2) 计算 $\sqrt{(-4)^2} - (-5)^2 - 5 + \sqrt{(-43)^2} - (-3)^2$,

其结果为 ()

(A) 8; (B) -68; (C) 18; (D) -86.

综合练习题

1 Q 是有理数;

(1) $|Q| + Q$ 能不能是负数? 为什么? $|Q| - Q$ 呢?

(2) $-Q$ 一定是负数吗? 为什么?

(3) $Q^2 > 0$ 对吗? 为什么? (4) $Q^2 + 2 > 0$ 对吗? 为什么?

2 a 和 b 都是小于 1 的正数, 并且 $a < b$,

下列各题中的两个数哪一个数大? 把大的写在括号内:

(1) a 和 a^2 ; () (2) a^2 和 b ; ()

(3) a 和 ab ; () (4) $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$. ()

3 $1.5^2 \times 125^{10} \times 8^{10}$ 的结果是几位数?

4 解答下列各题:

(1) 写出比 $3\sqrt{3} - 2$ 的相反数大的所有负整数;

(2) 写出与 2 的差的绝对值等于 3 的数;

(3) 具有什么条件的两个数, 它们的和的绝对值, 等于它们的绝对值的和。

5 两个有理数的和、差、积、商还一定是有理数吗?

6 计算:

$$(1) \left(40\frac{49}{60} - 41\frac{23}{84} \right) \times \left\{ \left[-3.5 \times \left(1\frac{1}{5} - 2\frac{1}{7} \right) - 4 \right] \right. \\ \left. \div 0.16 \right\},$$

$$(2) \left[\left(5\frac{1}{4} - 18.875 \right) \times \left(7\frac{2}{3} - 10.5 \right) - 41\frac{29}{72} \right] +$$

$$\left(-22\frac{7}{18}\right)-0.125.$$

二 代 数 式

1 代数式的有关概念

(1) 代数式 单独的一个数或者字母,以及用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子叫做代数式。

(2) 代数式的值 用数值代替代数式里的字母,计算后所得的结果叫做代数式的值。

(3) 代数式的分类

$$\text{代数式} \begin{cases} \text{有理式} \\ \text{无理式} \end{cases} \begin{cases} \text{整式} \\ \text{分式} \end{cases} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases}$$

(4) 有理式 只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式叫做有理式。

(5) 整式 除式中不含有字母的有理式叫做整式。

(6) 单项式 不含有加减运算的整式叫做单项式。

单项式中的数字因数,叫做单项式的系数;所有字母的指数的和,叫做单项式的次数。

(7) 多项式 单项式的代数和,叫做多项式。多项式中,次数最高的项的次数,叫做多项式的次数。

(8) 分式 除式中含有字母的有理式,叫做分式。

(9) 无理式 含有关于字母开方运算的代数式,叫做无理式。