

中山大学出版社

粘性流体力学教程

张涤明 朱顶金 编

3-26

1136

337
1136

而
S

粘性流体力学教程

平

张涤明 朱顶金

中山大学出版社

内 容 提 要

全书较全面地介绍了粘性流体的层流理论、湍流理论和流动稳定性理论，并以较大的篇幅讲述了具有实用意义的边界层理论和流动稳定性中的非线性理论。内容简明，方便教与学或自学。读者主要对象为力学专业学生以及工程热物理、机械、航空、造船、海洋工程、水利、化工、气象和环境保护等专业师生及研究人员。

粘性流体力学教程

张涤明 朱顶金

中山大学出版社出版发行

广东省新华书店经销

广东韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 11.5印张 26.7万字

1988年11月第1版 1988年11月第1次印刷

印数：1-1000册

ISBN 7-306-00105-1

O·8 定价：2.15元

前 言

为了满足教学上的需要，我们在一九八二年编写了一本粘性流体力学讲义，作为理科应用力学专业这门课程的教材，我们是按照72个学时讲授所需的份量来编写的。这本讲义，我们连续几届使用，除感到内容还嫌有些不够之外，效果还好。这几年来，在教学的实践中，我们又积累了一些新的经验。在此基础上，我们对讲义作了比较大的修改和补充，形成了现在的这本教程。

粘性流体力学发展到今天，它的内容是很多的，范围也相当庞大。面对这样一个情况，作为一门大学本科的专业基础课，究竟应该如何取材呢？这不能不说是粘性流体力学教材编写的一个问题。对于这个问题，要统一看法，恐怕是不容易办到的事，因此我们只能按照自己现有的认识来考虑，但我们乐意听到来自各方面的意见，向大家学习。我们认为粘性流体力学专业基础教材，应包含流体的层流流动、湍流流动及流动稳定性这三方面的内容，这三方面都要尽可能地给一个较完整的基础。如果要问我们企图给本教程一点什么特色的话，那么也就在这一点上。也就是说，我们是想克服通常的一些简明粘性流体力学教材对这三方面往往不能予以全面顾及的不足，力求给这些方面都打下一个较系统的基础。然而，实际所形成的这本教程，能否反映出这一愿望，那是没有把握的，只能试试看，恳请教者和读者批评。

粘性流体力学的数值模拟已是粘性流体力学一个非常重要

的方面，近代发展很快，生机勃勃，很实用，它的内容也已相当丰富。照理，作为粘性流体力学的教程，是不应该缺少这方面的内容的。但我们考虑到，计算流体力学已成为专门课程，已有相应的专门书籍，而粘性流体力学的数值模拟是计算流体力学的主要内容之一，所以我们认为这部分内容应安排在计算流体力学的教程之中，本教程还是主要地着眼于粘性流体力学的基本理论、基本流动、基本处理方法为宜。在本教程的正文中我们也提到了这一点。

中山大学力学系流体力学教研室的领导和老师对本教程的编写和出版给予了支持和关心，黄海同志为我们细致地审阅了全部稿件，曾水凡同志为我们赶绘了附图，谨致感谢。

作者于康乐园1987年12月

目 录

第一章 粘性流体层流流动

第一节 基本方程	1
§ 1-1 流体粘性和热传导性	1
§ 1-2 连续性方程	6
§ 1-3 动量方程	8
§ 1-4 广义牛顿假设	11
§ 1-5 Navier-Stokes方程	14
§ 1-6 能量方程	16
§ 1-7 边界条件	21
§ 1-8 基本方程组的无量纲化	24
第二节 不可压缩流体Couette剪切流	29
§ 2-1 两平行平板间不可压缩粘性流体 平面平行流动	29
§ 2-2 两同轴转动圆柱体之间的定常流动	33
第三节 不可压缩流体定常管道流动	39
§ 3-1 圆管	41
§ 3-2 非圆截面管道	44
§ 3-3 完全发展管道层流中的温度分布	52
第四节 不可压缩粘性流体流动的相似性解	59
§ 4-1 两相交平板间的平面定常流动	60
§ 4-2 驻点附近的流动	63
第五节 具有运动边界的不定常流动	70

§ 5-1	底部平板突然起动引起的流体流动	71
§ 5-2	底部平板振动引起的流动	72
第六节	可压缩粘性流体流动	74
§ 6-1	可压缩平面 Couette 流	75
§ 6-2	激波结构	80
习题		87

第二章 层流边界层

第一节	不可压缩层流边界层基本方程及积分关系式	93
§ 1-1	基本微分方程及边界条件	94
§ 1-2	边界层积分关系式	98
§ 1-3	边界层分离	105
第二节	不可压缩流体层流速度边界层的精确解	110
§ 2-1	速度边界层的相似解	110
§ 2-2	平板边界层的 Blasius 解	115
§ 2-3	速度边界层的非相似解	123
第三节	不可压缩层流速度边界层的近似解	125
§ 3-1	动量积分关系式的解法	125
§ 3-2	动能积分关系式解法	139
第四节	不可压缩流体温度边界层	142
§ 4-1	强迫对流温度边界层	143
§ 4-2	自由对流温度边界层	153
§ 4-3	温度边界层的积分关系式解法	157
第五节	可压缩流体流动边界层	162
§ 5-1	基本方程	162
§ 5-2	完全气体定常流动边界层	164
§ 5-3	可压缩流体边界层的相似解	168
§ 5-4	可压缩流体平板边界层	173

§ 5-5 可压缩流体边界层的积分关系式	177
习 题	182
第三章 流体运动稳定性理论	
第一节 概述	184
§ 1-1 流动稳定性问题的一般提法	185
§ 1-2 层流稳定性问题的方程式	186
第二节 两个旋转圆柱间流动的稳定性	198
§ 2-1 无粘性时的稳定条件(Rayleigh准则)	198
§ 2-2 考虑粘性时的稳定性	204
§ 2-3 宽缝情形的解	220
第三节 平面Poiseuille流的稳定性	229
§ 3-1 平面扰动与三维扰动	229
§ 3-2 平面扰动时的稳定性	233
第四节 流动稳定性的一般理论	243
§ 4-1 不稳定性的物理作用过程	243
§ 4-2 旋转流体的不稳定性	244
§ 4-3 平行流动的不稳定性	246
§ 4-4 不稳定性的旋涡理论	247
§ 4-5 受扰流动的能量平衡	249
第五节 非线性理论	251
§ 5-1 Stuart的保形理论	252
§ 5-2 W.C.Reynolds和M.C.Patter方法	258
§ 5-3 分支解理论	269
第四章 湍流理论	
第一节 概述	280
§ 1-1 湍流现象	280
§ 1-2 猝发现象和湍流的拟序结构	282

§ 1-3 湍流的研究方法.....	283
第二节 湍流的统计理论基础.....	285
§ 2-1 二元速度关联函数.....	285
§ 2-2 压力与速度关联函数.....	290
§ 2-3 三元速度关联函数.....	292
§ 2-4 Kármán-Howarth方程.....	297
§ 2-5 湍流的能谱分析.....	303
§ 2-6 局部各向同性湍流.....	312
第三节 湍流的模式理论.....	317
§ 3-1 雷诺方程.....	317
§ 3-2 混合长度理论(零方程模式).....	321
§ 3-3 湍流脉动的动能方程.....	330
§ 3-4 湍流的一方程模式.....	333
§ 3-5 湍流的二方程模式.....	337
第四节 剪切湍流.....	341
§ 4-1 自由剪切湍流.....	341
§ 4-2 固壁湍流.....	349
§ 4-3 不可压缩流体湍流边界层.....	352

第一章 粘性流体层流流动

第一节 基本方程

本教程考虑具有能量耗散过程的流体运动，研究这种过程给流体运动造成的影响。流体运动过程中的能量耗散过程表明，流动在某种程度上具有热力学的不可逆性，而这种不可逆性在这里是与流体的粘性和热传导性相关的。所以，粘性流体运动，流体的粘性与热传导性起着重要的作用。此外，本章所考虑的流动是层流流动，流层之间，流体质点之间的动量交换是通过分子热运动进行的。不同于层流的湍流流动将在后面的章节讨论。

流体力学基本方程建立在连续介质假设的基础上，即假设流场为连续分布的流体质点，因而一切流动物理量，包括速度、压力、密度、温度等，都是流场上的连续分布函数。推导流动基本方程是从流体运动质量守恒、动量守恒、能量守恒三个基本守恒定律出发的，推导基本方程的过程实际上就是三基本守恒定律应用于流体流动问题的过程，基本方程实际上就是三基本守恒定律的数学描述。

§1-1 流体粘性和热传导性

流体粘性宏观表现为流体流动存在的内摩擦，人们将流体流动应力张量与变形速度张量成线性关系的流体称为牛顿流体，不成线性关系而成非线性关系的流体称为非牛顿流体。本教程考虑的是牛顿流体。非牛顿流体力学是另有专门的教程论

述的。

流体的粘性和热传导性只能由分子运动论的观点得到解释。

运动流体的各个分子是各种性质的携带者，属于这些性质的有物质性质、热能和动量。流体质点宏观运动的同时，流体分子作微观不规则的分子热运动。由于分子运动，这些性质在某种程度上从一些分子迁移并传递给另一些分子，从一层流体迁移并传递给另一层流体。物质本身的迁移表现为扩散现象，能量的迁移表现为热传导现象，而宏观运动动量的迁移则表现为流体内摩擦现象即粘性现象。对于流体，一般来说，这三种现象是彼此相关的，它们代表着各类物质、热能及动量的输运过程。

牛顿流体层流流动是假定流体运动的剪应力与剪切变形速度成正比的(线性关系)，显然，这个比例系数反映着流体粘性的这一物性，称为粘性系数，记为 μ ，其量纲是应力·时间，其单位为泊(p)或厘泊(cp)。

$$1 \text{ 泊} = 1 \text{ 克/厘米} \cdot \text{秒}$$

由于层流流动的粘性(或内摩擦)是分子热运动造成流体质点间动量交换的宏观表现，所以表征这一物性的粘性系数 μ 具有热力学性质，随温度 T 和压力 p 变化。分别取它们的临界值 μ_c 、 T_c 、 p_c 为参考值，将它们无量纲化，并称无量纲的粘性系数 $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$ 为约化粘性系数，无量纲温度 $T_r = \frac{T}{T_c}$ 为约化温度，无量纲压力 $p_r = \frac{p}{p_c}$ 为约化压力。约化粘性系数 μ_r 和约化温度 T_r 、约化压力 p_r 的关系，有如图1-1所示的在各种不同约化压力 p_r 下， μ_r 随 T_r 变化的曲线。这里的临界值是指在低于 p_c 时将液体加

热，在某个温度 T_c 时出现蒸发现象，由液体变为气体，就称此压力 p_c 为临界压力， T_c 为临界温度，而此状态下的粘性系数就是临界粘性系数 μ_c 。

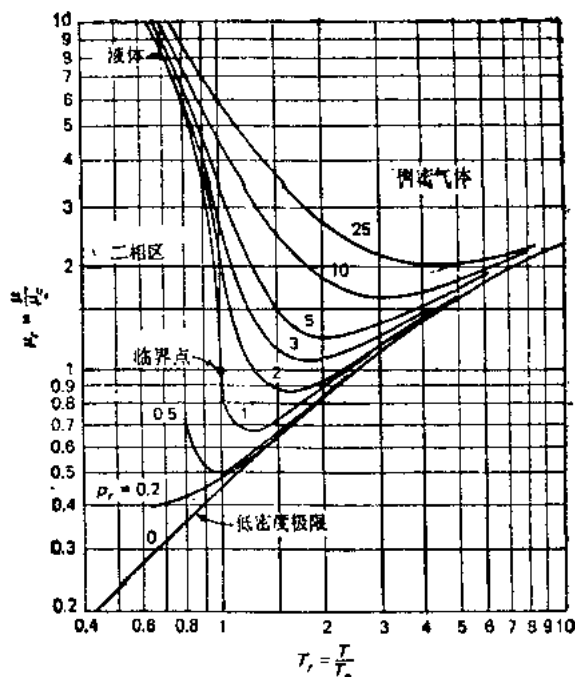


图1-1在各种不同约化压力 $p_r = \frac{p}{p_c}$ 下，约化粘性系数随约化温度的变化

从实用的角度出发，只要压力不是特别地高，可以不必考虑粘性系数随压力的变化，而认为它只是温度的函数。对于一般气体有Maxwell-Rayleigh的近似公式，它是乘幂形式，所以常称为幂律公式，

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \quad (1-1)$$

其中 n 大约是0.7左右。 T_0 , μ_0 为参考值。表1-1对于各种不同气体列出了 n 的数值, 这些数值是对于给定的温度范围精确得到的。

表1-1 气体粘性系数幂律公式和Sutherland公式的参数表

气体	$T_0(K)$	μ_0 (毫泊)	n	误差(%), 温度范围(K)	$S(K)$	误差为 $\pm 2\%$ 的温度范围(K)
空气	273.2	0.1716	0.666	± 1 210—1900	110.6	167—1900
氩气	273.2	0.2125	0.72	± 3 200—1500	144.4	122—1500
二氧化碳	273.2	0.1370	0.79	± 5 209—1700	222.2	190—1700
一氧化碳	273.2	0.1657	0.71	± 2 230—1500	136.1	130—1500
氮气	273.2	0.1663	0.67	± 3 222—1500	106.7	100—1500
氧气	273.2	0.1919	0.69	± 2 230—2400	138.9	186—2000
氢气	273.2	0.08411	0.68	$\pm$ 80—1100	96.7	224—1100
蒸气	416.7	0.1703	1.04	± 3 280—1500	861.1	360—1500

另一个具有广泛应用范围的近似公式是Sutherland公式,

为

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (1-2)$$

这里 S 是一个有效温度, 它是一个气体的特征量, 称为Sutherland常数。一般气体的 S 值也在表1-1中给出。在同样的温度范围内, Sutherland公式要比幂律公式稍精确些。

严格地讲, 上述二个近似公式都只是适用于单一成分气体的, 之所以对空气也能实用, 是因为空气的两个主要成分氧和氧化氮都是大致相同的双原子分子。

可以看出, 对于气体, 粘性系数是随温度的升高而增大

的，这是由于温度升高，分子热运动加剧，因而动量交换也加剧的原故。

但对于液体，情况却相反，液体分子的平均自由程短，动量交换依赖于分子间的凝聚力，因而温度的升高和热运动的加剧，使得分子间的接触时间变短，因而凝聚力变小，所以一般液体的粘性系数是随温度升高而减小的。举水为例，粘性系数随温度的变化有如下近似的Helmholtz(亥姆霍兹)公式

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{1 + 0.03368\theta + 0.0002209\theta^2} \quad (1-3)$$

这里 θ 为摄氏温度。

下面讨论热传导系数

在热力学中我们知道，热流是温度变化的结果，并且有傅里叶定律：热流量与温度梯度成比例，即

$$\vec{q} = -\kappa \Delta T \quad (1-4)$$

这里 $\vec{q}$ 为单位面积热流矢量通量，比例常数 κ 称为热传导系数，在流体中它和粘性系数一样，也是一个随温度和压力变化的热力学特征量。 κ 的公制单位是卡/秒·厘米·K， κ 也具有粘性系数 μ 乘比热 C_p 的量纲，因此比值

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\kappa} \quad (1-5)$$

是一个无量纲参数，称为Prandtl数。Prandtl数是流体动力学中热传导计算的一个重要基本参数，它只与流体的性质有关，而与流动的特征长和特征速度无关。

可以看出，气体导热的动力学理论是非常类似对于粘性的分析的，因此热传导系数 κ 的表示式与粘性系数的表示式自然会有相似之处。对于常规的计算，热传导系数也可以采用和粘性系数一样的幂律公式与Sutherland公式的形式，即有热传

导系数

$$\text{幂律公式: } \frac{\kappa}{\kappa_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \quad (1-6)$$

$$\text{Sutherland公式: } \frac{\kappa}{\kappa_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (1-7)$$

这里 T_0 , κ_0 是参数值, n , s 以及 κ_0 , T_0 的值对于一般的气体已在表1-2中给出。

表1-2 热传导系数幂律公式和Sutherland公式的参数表

气体	T_0 (K)	κ_0 (m·s·k × 10 ⁷) KJ	n	误差(%), 温度 范围(%)	误差为± S(K) 2%的温度 范围(K)
空气	273.2	2.413	0.81 ± 3	208—1000	194.4 167—1000
氦气	273.2	1.634	0.73 ± 4	214—1500	150.0 150—1500
二氧化碳	273.2	1.454	1.38 ± 2	180—600	222.2 180—600
一氧化碳	273.2	2.322	0.85 ± 2	206—600	177.8 128—600
氮气	273.2	2.422	0.76 ± 4	208—1200	166.7 144—1200
氧气	273.2	2.545	0.86 ± 2	217—600	222.2 200—600
氢气	273.2	16.261	0.85 ± 2	203—700	166.7 100—700
蒸气	273.2	1.792	1.20 ± 2	200—800	127.5 200—800

§ 1-2 连续性方程

连续性方程是流体运动质量守恒定律的描述。我们采用Euler方法来推导这一方程。在流场中取一微元六面体空间,如图1-2所示,对这一微元体空间描述流体质量守恒。可以看出,在 Δt 时间内,净流出微元体空间的流体质量为

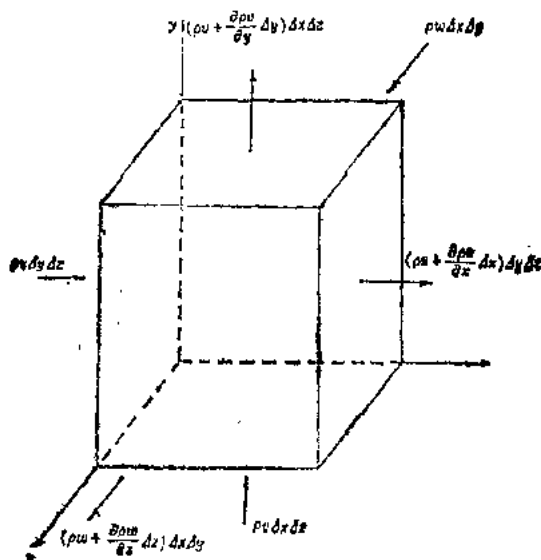


图1-2 微元的质量守恒

$$\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) \Delta t \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$= \Delta t \Delta x \Delta y \Delta z \operatorname{div}(\rho \vec{V})$$

其中 u 、 v 、 w 为速度 $\vec{V}$ 在 x 、 y 、 z 方向的分量， ρ 为流体密度， t 为时间。由质量守恒定律，这一净流出量要等于微元体空间内经 Δt 时间所减少的流体质量

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t \Delta x \Delta y \Delta z$$

于是得到方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1-8a)$$

或写成形式

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1-8b)$$

这就是流体流动的连续性方程。如果流体不可压缩，则密度 $\rho = \text{常数}$ ，连续性方程简化为

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1-9)$$

这也常常被人称之为不可压缩方程、不可压缩条件。

§ 1-3 动量方程

用描述流体质量守恒一样的方法来描述流动的动量守恒。动量是矢量，我们分别描述各坐标轴向动量分量的守恒律。先描述 Ox 轴向动量分量的守恒律。

对于如图1-3所示的微元六面体空间，如图所示，在 Ox 轴向动量分量在 Δt 时间内净增加为

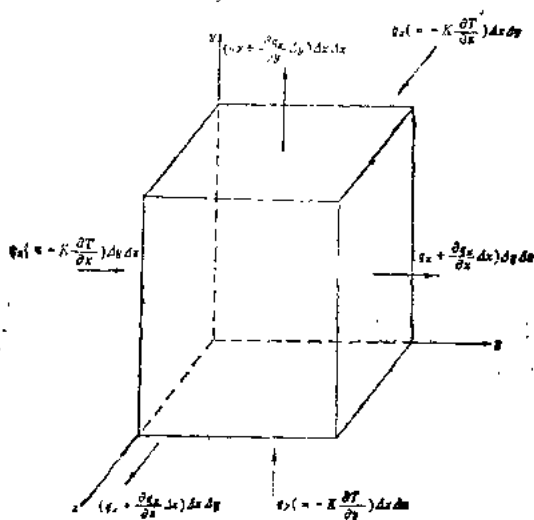


图1-3 微元在 Ox 轴向的动量分量的增加