高等学校教学参考书

机械原理丛书

行星齿轮机构

罗名佑 编

高等教育出版社

已出版的机构原理丛书

1. 机构组成原理	曹惟庆	编
2. 平面连杆机构设计	张世民	编
3. 机构最优化设计	贺贤责 徐振华	合编

书号 15010-0571
定价 0.49 元

高等学校教学参考书

机械原理丛书

行星齿轮机构

罗名佑 编

高等教育出版社

内容简介

本书是机械原理丛书之一。

本书系统地介绍了各种行星齿轮机构(其中包括渐开线少齿差、摆线针轮及谐波齿轮传动)的传动原理，传动比和传动效率的计算，行星轮数和各轮齿数的选择方法、主要几何参数和几何尺寸的计算。对周转轮系的均衡装置也作了扼要的介绍。书中列举了部分例题，以利读者进一步掌握有关的内容。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的教学参考书，也可供机械行业的工程技术人员参考。

高等工业学校教学参考书
行星齿轮机构
罗名佑 编
*
高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
河北省香河县印刷厂印装
*
开本 850×1168 1/32 印张 2.5 字数 58,000
1984年3月第1版 1984年8月第1次印刷
印数 00,001—7,200
书号 15010·0571 定价 0.49 元

前　　言

随着我国社会主义建设的飞跃发展，行星齿轮机构已日益广泛地应用于各种机械设备中，掌握这种机构的特性和设计方法，成为机械行业技术工作者共同的愿望。

本书是机械原理丛书之一。本书主要参照《机械原理教学大纲》中轮系一章规定的基本内容，适当加深加宽设计所需的知识而编写的。

在周转轮系传动比的计算中，介绍了“转化机构法”、“速度图解法”和“角速度矢量法”等三种方法的原理和应用；传动效率中，详细分析和导出了有关 $2K$-H型、$3K$ 型等几种常用周转轮系效率的计算公式；行星轮数和各轮齿数的选择，着重以双排 $2K$-H 型行星轮系为主进行了讨论。对渐开线少齿差行星传动、摆线针轮行星传动以及谐波齿轮传动等机构主要参数的选择和几何尺寸的计算亦作了较详细的探讨。扼要地介绍了有关周轮轮系均衡装置的原理和方法。

本书列举了部分例题，以利读者进一步掌握有关的设计方法。

本书承合肥工业大学丁爵曾同志及大连工学院郭克强同志认真审阅，提出很多宝贵意见，特此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，错误和欠妥之处一定不少，希望读者批评指正。

罗名佑

1983 年11 月于华中工学院

目　　录

第一章　轮系的分类

在各种机械中，常常采用一系列互相啮合的齿轮，将主动轴和从动轴连接起来，这种以一系列齿轮组成的传动装置称为轮系。

根据轮系运转时其各轮几何轴线的相对位置是否变动，轮系可以分为下列两种基本类型：

1. 定轴轮系

当轮系运转时，若各轮的几何轴线相对于机架的位置是固定不变的，则称为定轴轮系或普通轮系。

2. 周转轮系

当轮系运转时，组成轮系的齿轮中至少有一个齿轮的几何轴线绕着另一齿轮的几何轴线转动者，称为周转轮系。如图 1-1 所示的轮系，其中齿轮 a、b 和构件 H 均绕几何轴线 O_1 转动，而齿轮 g 一方面绕自身的几何轴线 O_2 转动（自转），同时又随其几何轴线绕固定的几何轴线 O_1 回转（公转），故为周转轮系。

在周转轮系中具有自转和公转的齿轮称为行星轮，如图 1-1

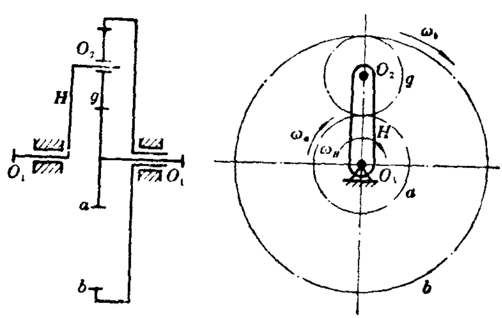
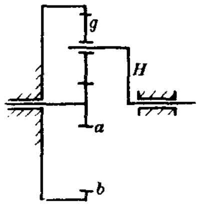
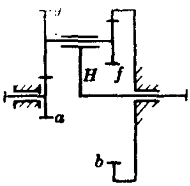
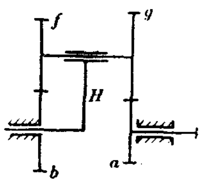
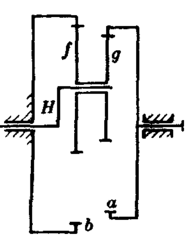
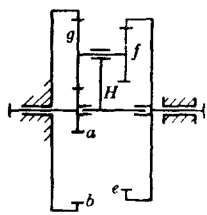
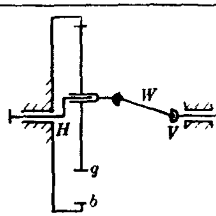
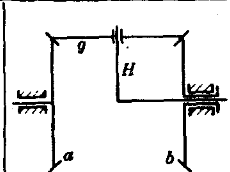


图　1-1

表 1-1 常用周转轮系的形式

类 型	机 构 简 图	传动比范围	传动效率	应用特点
单 排 2K-H 负号机构	 图 1	$i^b_{aH}=3\sim9$	$\eta^b_{aH}=0.97\sim0.99$	适用于任何功率的减速或增速装置。已有标准系列供选用
双 排 2K-H 负号机构	 图 2	$i^b_{aH}=8\sim16$	$\eta^b_{aH}=0.97\sim0.99$	用途同上，但径向尺寸较紧凑，而制造安装较复杂
双 排 2K-H 正号机构	 图 3	$\|i^b_{aH}\|$由1.2到几千	η^b_{Ha}随$\|i^b_{Ha}\|$的增大而急剧降低	当传动比很大而传递功率很小时才采用。当系杆为从动时，$\|i^b_{aH}\|$小于某一值时便发生自锁
双 排 2K-H 正号机构	 图 4	$\|i^b_{Ha}\|=30\sim100$ 范围内，结构最合理。传递小功率时$\|i^b_{Ha}\|$可达1700	η^b_{Ha}的情况同上。当 $i^b_{Ha}<50$ 时 η^b_{Ha} 可达 0.8	可用于短期工作的传动中。当系杆为从动时亦可能发生自锁

类　型	机　构　简　图	传动比范围	传动效率	应用特点
3K 传动	 图 5	$\lvert i^b_{ae}\rvert=20\sim100$为宜。传递小功率时$\lvert i^b_{ae}\rvert$可达500以上	η^b_{ae}随$\lvert i^b_{ae}\rvert$的增大而降低。当$\lvert i^b_{ae}\rvert<50$时，η^b_{ae}可达0.8以上	适用于短期工作制；结构紧凑，但制造安装较复杂。当轮a为从动件时，$\lvert i^b_{ea}\rvert$小于某一值时便发生自锁
K-H-V 传　动	 图 6	$i^b_{HV}=7\sim83$	$\eta^b_{HV}=0.8\sim0.99$	可用于中小功率的减速传动。已有系列产品供选用
圆锥齿轮 2K-H 负号机构	 图 7	$i^H_{ab}=-1$	当$n_b=0$（或$n_a=0$）时，$\eta^b_{Ha}=0.98$	主要用于差动装置

中的轮g。用以支持行星轮并使其得到公转的构件称为系杆，用符号H表示。与行星轮相啮合而其轴线与系杆轴线相重合的齿轮称为中心轮或太阳轮，如齿轮a和b。系杆绕之转动的轴线称为主轴线。凡是轴线与主轴线重合而又承受外力矩的构件称为基本构件，如图 1-1 中的齿轮a、b及系杆H均为基本构件。

周转轮系的结构形式很多，一般根据采用的基本构件来命名，

常用的形式有如下三种：$2K\text{-}H$ 型、$3K$ 型和 $K\text{-}H\text{-}V$ 型(见表 1-1)。其中 K 为中心轮的代号，H 为系杆的代号，V 为输出构件的代号。

在 $2K\text{-}H$ 型传动中，其基本构件为两个中心轮 a、b 和一个系杆 H，如表 1-1 中的图 1、2、3 及 4 所示。

在 $3K$ 型传动中，其基本构件为三个中心轮 a、b 及 e，如表 1-1 中图 5 所示。其中系杆只用来支持行星轮，并不承受外力矩，故不是基本构件。

在 $K\text{-}H\text{-}V$ 型传动中的基本构件是一个中心轮 b、一个系杆 H 和一个输出构件 V，如表 1-1 中图 6 所示。

周转轮系按其自由度的数目又可分为两种基本类型：1）差动轮系——即具有两个自由度的周转轮系，如图 1-1 所示。对这种轮系，必须给定其中两个构件的运动后，其余各构件的运动才能完全确定。2）行星轮系——即具有一个自由度的周转轮系。例如将图 1-1 所示轮系中的中心轮 a 或 b 固定，则其自由度为 1，即为行星轮系。这种轮系只要知道其中一构件的运动后，其余各构件的运动便可完全确定。如果将图 1-1 中的系杆 H 固定，该机构便成为定轴轮系。

又在各种实际机械中所用的轮系，往往不只是单纯的定轴轮系或单纯的周转轮系，而是既包含定轴轮系部分，又包含周转轮系部分，我们常把这种复杂的轮系称为混合轮系。如图 1-2 所示的轮系就包含由齿轮 1、2、3、4 组成的定轴轮系和由齿轮 a、g、b 及系杆 H 组成的周转轮系，故此轮系为一混合轮系。当然在一个混合轮系中也可能包含几个定轴轮系部分和几个周转轮系部分。

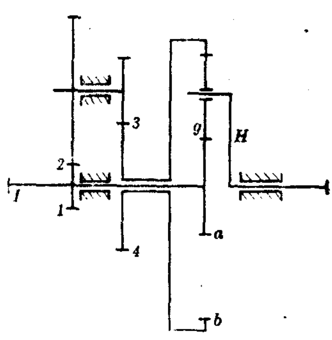


图 1-2

第二章　周转轮系传动比的计算

§2-1　概　　述

轮系的运动学分析主要是确定它的传动比。在轮系中，主动构件的角速度(或转速)与从动构件的角速度(或转速)之比称为该轮系的传动比。

对于由圆柱齿轮组成的定轴轮系，其主动轴A与从动轴B的传动比为

$$i_{AB}=\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{n_A}{n_B}$$

$$=(-1)^m\frac{AB\text{ 间所有各对齿轮的从动轮齿数的乘积}}{AB\text{ 间所有各对齿轮的主动轮齿数的乘积}}\qquad(2\text{-}1)$$

式中m为定轴轮系中外啮合齿轮的对数。若i_{AB}为正值，则主动轴A和从动轴B的回转方向相同;若i_{AB}为负值,则此两轴的回转方向相反。如果定轴轮系中包含有空间齿轮传动，其传动比的大小仍可用上式计算,但其构件的转向必须用画箭头的方法来确定。

在周转轮系中,由于行星轮的运动不是绕定轴的简单运动,所以各构件间的传动比之大小和回转方向便不能直接用定轴轮系的公式来求解。计算周转轮系传动比的方法颇多,下面介绍几种常用的方法。

§2-2　转化机构法计算周转轮系的传动比

转化机构法又称相对速度法。这种方法的特点是给整个周转轮系加上一个与系杆H的角速度(ω_H)大小相等方向相反的公共角速度($-\omega_H$)。根据相对运动原理可知，这样并不影响轮系中任

意两个构件的相对运动关系，但原来运动的系杆变为静止的支架，于是周转轮系转化为假想的定轴轮系。这样得到的假想定轴轮系称为原周转轮系的转化机构。因此在转化机构中任两齿轮的角速度比便可用定轴轮系的方法求出。

如图 1-1 所示的 2K-H 型周转轮系，设中心轮 a、b、行星轮 g 及系杆 H 的绝对角速度分别为 ω_a、ω_b、ω_g 及 ω_H。当给整个机构加上一个 $-\omega_H$ 后，其转化机构中各构件的角速度则为：$\omega_a^H=\omega_a-\omega_H$、$\omega_b^H=\omega_b-\omega_H$、$\omega_H^H=0$、$\omega_g^H=\omega_g-\omega_H$。因此，依式(2-1)可得：

$$i_{ab}^H=\omega_a^H/\omega_b^H=(\omega_a-\omega_H)/(\omega_b-\omega_H)=-z_b/z_a$$

$$i_{ag}^H=\omega_a^H/\omega_g^H=(\omega_a-\omega_H)/(\omega_g-\omega_H)=-z_g/z_a$$

于是可以推知，周转轮系中任意两轮 A、B 以及系杆 H 的角速度与齿数的关系式为：

$$i_{AB}^H=\omega_A^H/\omega_B^H=(\omega_A-\omega_H)/(\omega_B-\omega_H)=f(z) \tag{2-2}$$

应用上式时必须注意：

1) 齿轮 A、B 必须是和行星轮相啮合的中心轮或行星轮本身，而且其回转轴线应与系杆的回转轴线平行或重合。

2) 将 ω_A、ω_B 及 ω_H 的已知值代入上式时必须带正负号。如果假定某一转向为正，则与其相反的转向为负。

3) $i_{AB}^H\neq i_{AB}$。i_{AB}^H 为转化机构中 A、B 两轮的角速度之比，即周转轮系中轮 A 和轮 B 相对于系杆 H 的角速度之比 $(=\omega_A^H/\omega_B^H)$，其大小及符号应按定轴轮系传动比的计算方法确定。i_{AB} 是周转轮系中 A、B 两轮的绝对角速度之比 $(=\omega_A/\omega_B)$，其大小及符号必须按式(2-2)经计算后求得。

根据相对角速度之比的定义，容易得出轮 A、B 和系杆 H 三构件的角速度有如下的关系式。因

$$i_{AB}^H=(\omega_A-\omega_H)/(\omega_B-\omega_H);\quad i_{AH}^B=(\omega_A-\omega_B)/(\omega_H-\omega_B)$$

将上两式等号两边彼此相加便得

$$i_{AB}^{H}+i_{AH}^{B}=1$$

或
$$i_{AH}^{B}=1-i_{AB}^{H} \tag{2-3}$$

熟记上式，对分析求解周转轮系的传动比有很大的作用。记忆的方法是：等号左边 i_{AH}^{B} 的上标B和第二个下标H互换一下位置便得到等号右边的 i_{AB}^{H}。

例如对具有基本构件 a、b 和H的 $2K$-H 型传动，当轮 b 固定时该行星轮系的传动比

$$i_{aH}^{b}=\omega_a/\omega_H=i_{aH}=1-i_{ab}^{H}$$

$$i_{Ha}^{b}=\omega_H/\omega_a=1/(1-i_{ab}^{H})$$

当各轮齿数已知时，便可求出 i_{aH} 或 i_{Ha} 之值。

由上两式可见，对负号机构($i_{ab}^{H}<0$)，行星轮系的传动比 i_{aH}^{b}(即 i_{aH})比转化机构的传动比$|i_{ab}^{H}|$大 1；当 a 为主动时可作减速器用，当H为主动时可作增速器用；而且轮 a 和系杆H的转向必定相同。对正号机构（$i_{ab}^{H}>0$），行星轮系的传动比 i_{aH}^{b} 可以是正值（当 $1>i_{ab}^{H}>0$），也可以是负值（当 $i_{ab}^{H}>1$）。即轮 a 和系杆H的转向可以相同，也可以相反。而且当 i_{ab}^{H} 近于 1 时，行星轮系的传动比$|i_{aH}^{b}|$之值将很小，其倒数的绝对值$|i_{Ha}^{b}|$将为一很大的值。因此当系杆为主动时，正号机构可以设计出传动比$|i_{Ha}^{b}|$很大的减速器。

对于表 1-1 中所示的 $3K$ 型传动，在轮 b 固定，轮 a 为主动件，轮 e 为从动件的情况下，该行星轮系的传动比为 $i_{ae}^{b}=\omega_a/\omega_e$。通过 ω_H 来表达 ω_a 和 ω_e，则有：

$$i_{aH}^{b}=\omega_a/\omega_H=1-i_{ab}^{H}$$

$$i_{eH}^{b}=\omega_e/\omega_H=1-i_{eb}^{H}$$

故
$$i_{ae}^{b}=\frac{\omega_a}{\omega_H}\Big/\frac{\omega_e}{\omega_H}=(1-i_{ab}^{H})/(1-i_{eb}^{H})$$

$$=\left(1+\frac{z_b}{z_a}\right)\Big/\left(1-\frac{z_b\cdot z_f}{z_g\cdot z_e}\right)$$

在上式中的分子必为正值，而分母则可能为正值或为负值，而且当 i_{eb}^{H} 近于 1 时，分母的绝对值将很小，因而 $|i_{ae}^{b}|$ 的值便很大，故这种轮系以轮 a 为主动件时可得到传动比 $|i_{ae}^{b}|$ 很大的减速器。

§ 2-3 速度图解法计算周转轮系的传动比

如图 2-1 所示，当构件作平面运动时，构件上任意一点 A 的速度 v_A，其大小等于构件的角速度 ω 与该点到绝对瞬心 O 的距离 r_A 之乘积，其方向则垂直于该点与绝对瞬心的连线并与 ω 的转向一致。即

$$v_A = r_A\omega$$

或

$$\omega = v_A / r_A$$

如果取图中构件的长度比例尺为 μ_l（单位为 m/mm），速度比例尺为 μ_v（单位为 $\mathrm{ms^{-1}/mm}$），则

$$\omega = \mu_v \cdot \overline{AA'} / \mu_l \cdot \overline{OA} = \frac{\mu_v}{\mu_l} \cdot \mathrm{tg}\delta \ \ (\mathrm{s^{-1}})$$

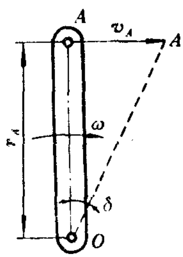


图 2-1

由上式可见，角速度 ω 的大小与 $\mathrm{tg}\delta$ 成正比，ω 的转向可依 $\overline{OA'}$ 对 $\overline{OA}$ 的偏斜方向判定。为了分析简便，可取 $\mu_l = 1$ m/mm，$\mu_v = 1\ \mathrm{ms^{-1}/mm}$。因而可得

$$\omega = \mathrm{tg}\delta \ \ \mathrm{s^{-1}} \qquad (a)$$

根据这一原理和方法便可确定平面轮系的传动比。现以图 2-2 所示的 $2K-H$ 差动轮系为例来说明速度图解法的应用。

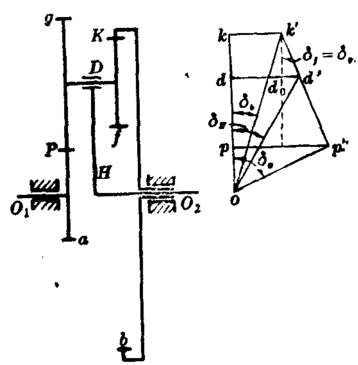


图 2-2

设在此差动轮系中齿轮 a、b 分别以给定的角速度 ω_a 及 ω_b 顺

时针回转，各轮的尺寸已知，求系杆H的角速度ω_H。

具体求解步骤如下：

1）作直线$\overline{ok}$垂直于机构简图上的主轴线$\overline{O_1O_2}$，并将轴线$\overline{O_1O_2}$、节点P、K及行星轮中心D投影到$\overline{ok}$线上得o、p、d、k四点。

2）作$\overline{pp'}\perp\overline{op}$，以表示轮$a$和轮$g$节点$P$的速度$v_P$，即$\overline{pp'}=v_P=r_a\cdot\omega_a$。其中$r_a$为轮$a$的节圆半径。

3）作$\overline{kk'}\perp\overline{ok}$，以表示轮$b$和轮$f$节点$K$的速度$v_K$，即$\overline{kk'}=v_K=r_b\cdot\omega_b$。其中$r_b$为轮$b$的节圆半径。

4）联p'、k'两点，并过d作$\overline{od}$的垂线交$\overline{p'k'}$于d'，则$\overline{dd'}$表示点D的速度v_D。

于是依式(a)可得

$$\omega_H=\mathrm{tg}\delta_H=\mathrm{tg}\angle dod'=\overline{dd'}/\overline{od}$$

从图可见ω_H的转向与ω_a相同，即按顺时针回转。故

$$i_{aH}=\omega_a/\omega_H=\mathrm{tg}\delta_a/\mathrm{tg}\delta_H=\frac{\overline{pp'}}{\overline{op}}\cdot\frac{\overline{od}}{\overline{dd'}}.$$

从图中量取所需的角度或所需的线段长，即可求得所需的角速度ω_H或传动比i_{aH}。可见这种方法颇为简便，且不易发生错误，但由于作图的误差，致使所得结果不够精确。当有必要求出精确的传动比时，根据速度图中各线段的几何关系，便可得出用齿数来表达的算式。例如从图2-2可得

$$\begin{aligned}\omega_H=\mathrm{tg}\delta_H&=\overline{dd'}/\overline{od}=(\overline{kk'}+\overline{d_0d'})/\overline{od}\\&=\left[\overline{kk'}+\frac{\overline{kd}}{\overline{kp}}(\overline{pp'}-\overline{kk'})\right]\Big/\overline{od}\\&=\left[r_b\cdot\omega_b+\frac{r_f}{r_f+r_g}(r_a\cdot\omega_a-r_b\cdot\omega_b)\right]\Big/(r_a+r_g)\\&=(r_b\cdot r_g\cdot\omega_b+r_a\cdot r_f\cdot\omega_a)/(r_a\cdot r_f+r_g\cdot r_b)\end{aligned}$$

故
$$\begin{aligned}(\omega_a-\omega_H)/(\omega_b-\omega_H)&=-r_g\cdot r_b/r_a\cdot r_f\\&=-z_g\cdot z_b/z_a\cdot z_f=i_{ab}^H\end{aligned}$$

其结果与用转化机构法所得的结果是一致的。

§2-4 角速度矢量法计算周转轮系的传动比

对于以圆锥齿轮组成的周转轮系，由于每一对相互啮合的齿轮之回转轴线相交，故其相对角速度为两轮的角速度矢量之差，因而采用角速度矢量图解法来求其传动比颇为方便。现以图 2-3 所示的行星轮系为例来说明这种方法的应用。

设已知轮系中各构件的尺寸和轮 a 的角速度 ω_a，求系杆 H 的角速度 ω_H 及行星轮 g 的角速度 ω_g。

求解的具体步骤如下：

首先用选定的长度比例尺 μ_e 绘出机构简图，再依相对角速度的原理可知轮 a 和轮 g 的角速度有如下的关系：

$$\omega_g=\omega_a+\omega_{ga}$$

式中轮 a 的角速度矢量 ω_a 之大小及方向均已知；轮 g 相对于轮 a 的角速度矢量 ω_{ga} 的方向平行于轮 g 和轮 a 的相对瞬时转动轴线 $\overline{OA}$，其大小未知；轮 g 的角速度矢量 ω_g（它与轮 f 的角速度相同）的方向平行于其瞬时绝对转动轴线 $\overline{OB}$，但大小未知。故选定角速度比例尺 μ_ω 后，按上述矢量方程便可作出角速度矢量三角形 $Oa'b'$，如图 2-3 所示。图中矢量 $\overrightarrow{a'b'}$ 表示 ω_a，$\overrightarrow{Oa'}$ 表示 ω_{ga}，$\overrightarrow{Ob'}$ 表示 ω_g。故轮 g 的角速度大小为 $\omega_g=\mu_\omega\cdot\overline{Ob'}=\dfrac{\overline{Ob'}}{\overline{a'b'}}\cdot\omega_a$。因此可得 $i_{ag}=\omega_a/\omega_g=\dfrac{\overline{a'b'}}{\overline{Ob'}}$。

同样，依 $\omega_H=\omega_g+\omega_{Hg}$ 可以作出角速度矢量三角形 $Ob'c'$，其中矢量 $\overrightarrow{c'b'}$ 表示 ω_H，其大小为 $\omega_H=\mu_\omega\cdot\overline{c'b'}=\dfrac{\overline{c'b'}}{\overline{a'b'}}\cdot\omega_a$，其方向与 ω_a 相同。故 $i_{aH}=\omega_a/\omega_H=\overline{a'b'}/\overline{c'b'}$。