中等职业教育国家规划教材

全国中等职业教育教材审定委员会审定

数　　学

（提高版）

第二册

主　　编　张又昌　丁百平

责任主审　李文林

审　　稿　项静恬　潘一民　胥鸣伟

A1001061

高等教育出版社

内容提要

本书是根据教育部2000年颁布的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》组织编写的中等职业学校数学(提高版)第二册教材.与本书配套的教学参考书和习题册同时出版.

本书内容包括:平面向量、复数、直线、二次曲线、空间图形.

本书除可作为中等职业学校数学课程的教材外,也可作为自学者的教材或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

数学.第2册:提高版/张又昌,丁百平主编.—北京:高等教育出版社,2002.1
中等职业学校教材

ISBN 7-04-010191-2

Ⅰ.数... Ⅱ.①张...②丁... Ⅲ.数学-专业学校-教材 Ⅳ.01

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第088997号

责任编辑 邵 勇 **封面设计** 刘晓翔 **责任绘图** 吴文信
版式设计 马静如 **责任校对** 存 怡 **责任印制** 杨 明

数学(提高版)第二册
主编 张又昌 丁百平

出版发行	高等教育出版社		
社 址	北京市东城区沙滩后街55号	**邮政编码**	100009
电 话	010-64054588	**传 真**	010-64014048
网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn		
经 销	新华书店北京发行所		
排 版	高等教育出版社照排中心		
印 刷	北京联华印刷厂		
开 本	787×1092 1/16	**版 次**	2002年1月第1版
印 张	15	**印 次**	2002年4月第2次印刷
字 数	220 000	**定 价**	15.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。
版权所有 侵权必究

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1号)的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从2001年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养，新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前　言

进入21世纪，中国的职业技术教育改革迈出了重要的一步．教育部于2000年审定并通过了《中等职业学校数学教学大纲(试行)》．这一大纲的颁布与实施，为中等职业学校数学课程的教学改革指明了方向．为了配合此新教学大纲的颁布与实施，我们根据新大纲，并参考普通高中的数学教学基本要求，编写了这套《数学》教材．为适应各种不同类别的中等职业学校的需要，本教材按照模块式编排，共有七个模块，其中必学部分有四个模块(一、函数；二、向量，复数；三、几何；四、概率与统计初步)，选学部分有三个模块(五、微积分初步；六、统计；七、拓宽和提高)．全套教材共分四册出版，第一册：函数；第二册：向量，复数，几何；第三册：概率与统计初步，微积分初步，统计；第四册：拓宽和提高．

本教材按照《中等职业学校数学教学大纲(试行)》的要求，贯彻"加强基础，注重能力培养，突出应用，增加弹性，适度更新，兼顾体系"的原则，在教学内容、体例安排、教材结构、练习设置等方面，力求体现中等职业教育专业广、工种多的特点，将现代生活及各类专业学习中均有着广泛应用的基础知识作为必学内容，着重培养学生分析问题和解决问题的能力，以保证高中阶段的基本数学水准．教材通过模块式的编排，让有不同要求的专业及学有余力的学生选择不同的内容，使教材具有了一定的弹性，从而适用面更为广泛．同时，为方便教学，与教材相配套的教学参考书和习题册同步发行．在教材中，练习题附在每节内容之中或之后，供课堂练习使用，复习题附在每章内容之后，供复习本章知识使用；在教学参考书中，给出了教材中练习、复习题及习题册中全部习题的参考答案与提示；习题册安排了作为基础内容的A类题与作为提高要求的B类题供课内或课外作业使用．

参加本教材编写的有上海科技管理学校丁百平，九江职业技术学院胡胜生，芜湖机械学校夏国斌，上海航空工业学校张又昌、潘碚．全书由张又昌、丁百平任主编．第一册、第二册由丁百平统稿，第三册由夏国斌统稿，第四册由潘碚统稿．实验二由九江职业技术学院陈晓江编写，数学建模阅读材料由南京铁路运输学校浦文倜编写．参加初稿审稿的有广东省水利电力职业技术学院沈彩华，

渤海船舶工业学校杜吉佩，四川工程职业技术学院李以渝，上海环境学校周建和，安徽银行学校余志祖，承德工业学校陈祖泽，北京二轻工业学校张进军.

本书在编写过程中，得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指导委员会、中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导，得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持，在此谨表示衷心的感谢！

最后，特别感谢"全国中等职业教育教材审定委员会"的李文林研究员、项静恬研究员、潘一民研究员、胥鸣伟研究员，他们对本书进行了认真细致的审读，提出了许多宝贵的意见和建议.

限于编写水平，不妥之处在所难免，热诚欢迎广大从事职业教育的教师、专家和读者批评指正.

编者

2001 年 8 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

本教材使用的数学符号*

6．向量(矢量)符号

符号,表达式	意义或读法	备注及示例
$\boldsymbol{a}$ $\vec{a}$	向量或矢量 $\boldsymbol{a}$	印刷用黑体 $\boldsymbol{a}$,书写用 $\vec{a}$
$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	向量 $\boldsymbol{a}$ 的模或长度	也可用 $\lVert\boldsymbol{a}\rVert$
$\boldsymbol{e}_a$	$\boldsymbol{a}$ 方向的单位向量	$\boldsymbol{e}_a=\boldsymbol{a}/\lvert\boldsymbol{a}\rvert$ $\boldsymbol{a}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\boldsymbol{e}_a$
$\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k};\boldsymbol{e}_i$	在笛卡儿坐标轴方向的单位向量	
$a_x,a_y,a_z;a_i$	向量 $\boldsymbol{a}$ 的笛卡儿分量	$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{e}_x+a_y\boldsymbol{e}_y+a_z\boldsymbol{e}_z$ $=(a_x,a_y,a_z)$
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积或标量积	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$ $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sum_i a_ib_i$ $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=\lvert\boldsymbol{a}\rvert^2$

7．复数符号

符号,表达式	意义或读法	备注及示例
i,j	虚数单位,$\mathrm{i}^2=-1$	在电工技术中常用 j
Re z	z 的实部	$z=x+\mathrm{i}y$ 其中 $x=\mathrm{Re}\,z$，$y=\mathrm{Im}\,z$
Im z	z 的虚部	
$\lvert z\rvert$	z 的绝对值;z 的模	也可用 mod z
arg z	z 的幅角;z 的相	$z=r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ 其中 $r=\lvert z\rvert,\theta=\arg z$ 即 $\mathrm{Re}\,z=r\cos\theta,\mathrm{Im}\,z=r\sin\theta$

* 本教材使用的数学符号全部采用中华人民共和国国家标准《物理科学和技术中使用的数学符号》GB3102．11—93．本表续第一册表．

8. 几何符号

符号	意义或读法	备注及示例
AB, $\overline{AB}$	线段 AB	用 $\lvert AB \rvert$ 表示线段的长
$\angle$	角	
$\overset{\frown}{AB}$	弧 AB	当 $\overset{\frown}{AB}$ 为圆弧时，可用 $\overset{\frown}{AB}$ 表示圆弧对应的度数
π	圆周率	圆周长与直径的比
$\triangle$	三角形	
$\square$	平行四边形	
$\odot$	圆	
$\perp$	垂直	
$/\!/$, $\parallel$	平行	$\underline{/\!/}$ 用于表示平行且相等
$\backsim$	相似	
$\cong$	全等	

目　　录

本教材使用的数学符号 ……………………………… （1）

第7章　平面向量 ……………………………… （1）

§7－1　向量的概念 ……………………………… （1）

§7－2　向量的线性运算 ……………………………… （4）

§7－3　向量的坐标表示 ……………………………… （11）

§7－4　向量的数量积 ……………………………… （18）

§7－5　正弦定理和余弦定理 ……………………………… （23）

本章学习讨论题 ……………………………… （33）

复习题七 ……………………………… （33）

【阅读材料】　走近“数学建模” ……………………………… （36）

第8章　复数 ……………………………… （42）

§8－1　复数的概念 ……………………………… （42）

§8－2　复数的四则运算 ……………………………… （47）

§8－3　复数的三角形式及其他记号 ……………………………… （60）

本章学习讨论题 ……………………………… （71）

复习题八 ……………………………… （71）

【阅读材料】　复数发展史一瞥 ……………………………… （74）

第9章　直线 ……………………………… （76）

§9－1　直线与直线方程 ……………………………… （76）

§9－2　平面内两条相交直线的交点和夹角 ……………………………… （91）

§9－3　两条直线平行和重合 ……………………………… （99）

§9－4　点到直线的距离，二元一次不等式表示的平面区域 ……………………………… （104）

本章学习讨论题 ……………………………… （113）

复习题九 ……………………………… （114）

【阅读材料】　解析几何的产生及其意义 ……………………………… （117）

第 10 章　二次曲线 …………………………………………………………… (120)

§10-1　圆 …………………………………………………………………… (120)
§10-2　椭圆 ………………………………………………………………… (133)
§10-3　双曲线 ……………………………………………………………… (141)
§10-4　抛物线 ……………………………………………………………… (151)
§10-5　坐标轴平移公式的应用 …………………………………………… (157)
* §10-6　极坐标与参数方程 ………………………………………………… (160)
本章学习讨论题……………………………………………………………… (170)
复习题十……………………………………………………………………… (170)
【阅读材料】 二次曲线的切线……………………………………………… (173)

第 11 章　空间图形 …………………………………………………………… (178)

§11-1　平面的表示法和基本性质 ………………………………………… (178)
§11-2　空间两条直线的位置关系 ………………………………………… (183)
§11-3　直线与平面的位置关系 …………………………………………… (188)
§11-4　两平面的位置关系 ………………………………………………… (200)
* §11-5　多面体与旋转体 …………………………………………………… (209)
本章学习讨论题……………………………………………………………… (221)
复习题十一…………………………………………………………………… (221)
【阅读材料】 用向量方法求异面直线的夹角……………………………… (223)

***实验二　用 *Mathematica* 软件描绘函数图形** ……………………………… (227)

第7章 平面向量

向量是数学中的一个重要概念. 它和数一样可以进行运算. 它在工程技术中有着广泛的应用.

本章仅介绍平面向量的概念及其表示方法、平面向量的运算及其简单应用.

§7-1 向量的概念

在现实生活和科学技术中,经常会遇到一些量,只有大小没有方向,它们可以用实数表示,如距离、时间、温度、质量等,这种量通常称为数量或标量. 还有另外一些量,如位移、速度、力等,它们不但有大小而且有方向,这种量就是本章要介绍的向量.

一、向量

线段 AB,若规定以 A 为始点,B 为终点,即给出从 A 到 B 的方向,并在 B 点标上箭头,我们称这样的线段为**有向线段**,记作$\overrightarrow{AB}$.

把一个足球按北偏东 45°方向从 A 点踢到相距 20 m 的 B 点,我们可以用有向线段$\overrightarrow{AB}$表示这个位移,如图 7-1,它既有大小又有方向. 我们把既有大小又有方向的量称为**向量**(或**矢量**).

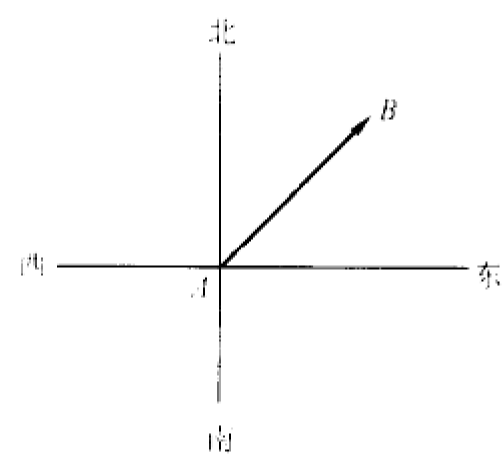


图 7-1

在几何上我们常用有向线段来表示处在同一平面内的向量,这样的向量称为**平面向量**. 本章只讨论平面向量,下面简称为向量. 有向线段的长度代表该向

量的大小,有向线段的箭头指向代表该向量的方向,有向线段的始(终)点即该向量的始(终)点.

一艘轮船在海面上 A 处朝北偏东 45°方向以 20 n mile/h的速度航行. 速度既有大小又有方向,可用一个向量表示. 设图 7-1 中$\overrightarrow{AB}$的长度为 20,$\overrightarrow{AB}$这条有向线段便可以表示轮船在 A 点的速度.

向量也可以用黑体小写字母 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$、… 表示(书写时常用$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$、…).

物理中常见的向量还有加速度、力、力矩、电场强度等.

向量$\overrightarrow{AB}$的大小称为向量的**长度**(或**模**),记作$|\overrightarrow{AB}|$. 向量 $\boldsymbol{a}$ 的长度记作$|\boldsymbol{a}|$.

长度为 0 的向量称为**零向量**,记作 $\mathbf{0}$. 零向量没有确定的方向.

长度为 1 的向量称为**单位向量**. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量常记作 $\boldsymbol{e}_a$,显然$|\boldsymbol{e}_a|=1$.

二、向量相等与共线

大小相等且方向相同的向量称为**相等向量**. 如图 7-2,向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 相等,记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$. 根据上述定义,任何长度相等且方向相同的有向线段表示的向量(不论它们始点同否)均相等. 换句话说,通过平行移动完全重合的向量视为同一向量,即向量只与大小和方向有关,而与始点无关. 这样的向量又常被称为**自由向量**. 本章涉及的向量均指自由向量.

与$\boldsymbol{a}$大小相等但方向相反的向量称为$\boldsymbol{a}$的**相反**

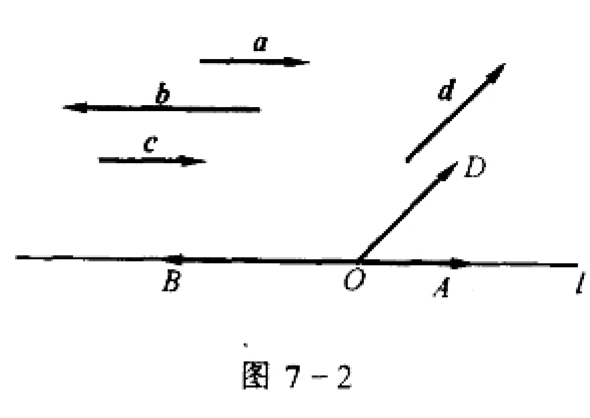


图 7-2

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

向量(或**负向量**),记为 $-\boldsymbol{a}$. 显然有如下性质:

$$-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA},\quad -(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a},$$

特别地
$$-\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}.$$

方向相同或相反的非零向量称为**平行向量**. 如图 7-2,$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 三个向量就相互平行,可记作

$$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}.$$

如图 7-2,画一条与一组平行向量相平行的直线 l,取一个始点 O,作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$. 显然,任何一组平行向量均可平移到同一直线上. 从而,向量平行也叫作**向量共线**. 特别地,我们规定$\boldsymbol{0}$与任何向量共线.

如果两个向量用同一始点的有向线段表示后不在同一条直线上,则这两个向量不共线. 如图 7-2,$\boldsymbol{d}$ 与 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 不共线.

将任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平移到同一始点后,它们的夹角称为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角,记作$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$. 规定向量的夹角介于 0°到 180°之间,显然有

$$\left.\begin{array}{l}\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0^\circ\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 同向}\\ \langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=180^\circ\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 反向}\end{array}\right\}\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b};$$

$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=90^\circ$称为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直,记作 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

例 如图 7-3,设点 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心. 分别写出与$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$相等的向量,与$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$相反的向量,与$\overrightarrow{DA}$共线的向量.

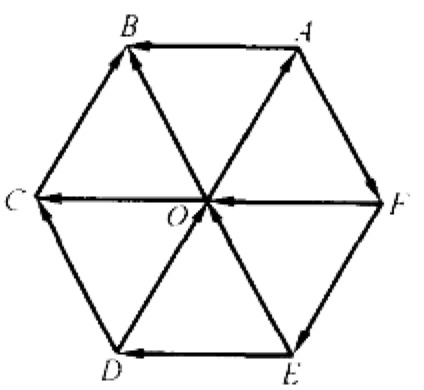


图 7-3

解 由图中各平行四边形关系知,$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DO}$;$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO}$;$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FO}=\overrightarrow{ED}$;$-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{FE}$;$-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AF}$;$\overrightarrow{DA}/\!/\overrightarrow{OA}/\!/\overrightarrow{DO}/\!/\overrightarrow{CB}/\!/\overrightarrow{FE}$.

思考:向量之间能否用“>”、“<”号连接?

练习 7-1

1. 在日常生活及物理学中接触过一些量,试举例说明哪些是向量,哪些是标量?

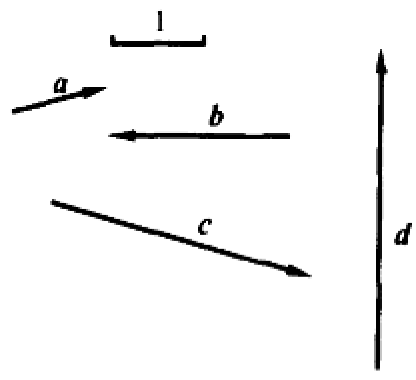
2. 有两个向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$,(1)若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 对吗?

(2)若 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$,对吗? 为什么?

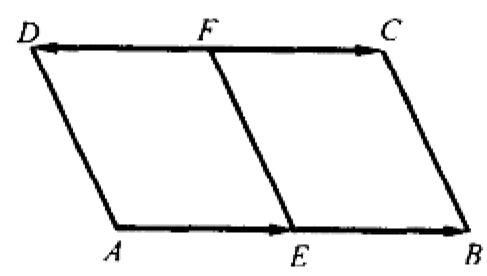
3. 按照给定的单位长度标准,指出图中各向量的长度.

4. 从某港口出发,甲船向北航行 50 n mile,乙船向东航行 50 n mile,丙船向东航行 100 n mile. 分别用有向线段作出它们的位移向量.

5. 写出图中与向量$\overrightarrow{AE}$相等的向量和相反的向量,写出与向量$\overrightarrow{AE}$共线的向量.



第 3 题图



第 5 题图

§7－2　向量的线性运算

数量是可以运算的,向量也可以进行运算. 在物理学中,对速度、力等向量可以按照一定的规则进行加、减和数乘运算. 同样,对一般的向量,也可以类似地规定其加、减和数乘运算. 在这里我们把这些运算统称为**向量的线性运算**.

一、向量的加法运算

先观察一实例. 把一个足球从 A 点踢到 B 点,又从 B 点传到 C 点,即该球先作位移$\overrightarrow{AB}$,又作位移$\overrightarrow{BC}$,如图 7－4. 我们可以说该球的最终位移是$\overrightarrow{AC}$,它可以看作位移$\overrightarrow{AB}$与位移$\overrightarrow{BC}$之和,即有

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

一般地,设有向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,任取一点 A,以 A 为始点作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,以 B 为始点作$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,则向量$\overrightarrow{AC}$称为 $\boldsymbol{a}$

与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，如图 7－5，有

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}. \qquad (7-1)$$

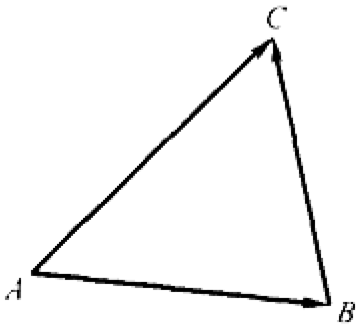


图 7－4

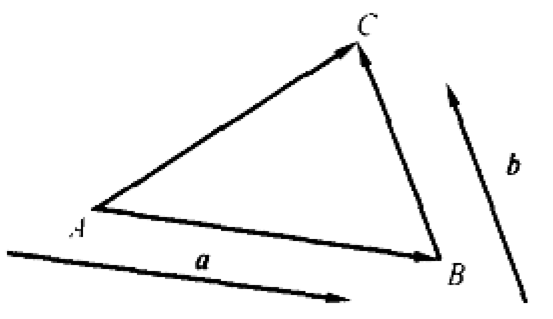


图 7－5

求向量的和的运算称为**向量的加法**. 上述求和的规定即为**向量加法的三角形法则**，其方法是：经平行移动使向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点与 $\boldsymbol{b}$ 的始点重合，则 $\boldsymbol{a}$ 的始点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点的有向线段即为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 该法则可推广运用于求多个向量的和，例如 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$，等等. 如果 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，上述法则同样适用.

假设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线. 经过平行移动使它们的始点均与 O 点重合，并且作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{b}$，如果以 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 为邻边作平行四边形，那么，对角线向量 $\overrightarrow{OB}$ 即为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，如图 7－6. 这就是**向量加法的平行四边形法则**. 容易看出，这两种加法法则当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线时是相同的.

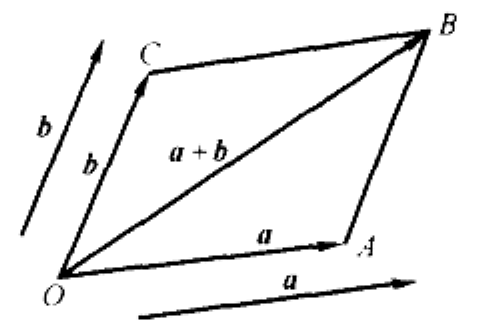


图 7－6

例 1　设向量 $\boldsymbol{a}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，方向朝上；向量 $\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{b}|=3$，方向朝下. 试画出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

作法　如图 7－7，取 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，方向朝下，其模 $|\overrightarrow{OB}|=1$.

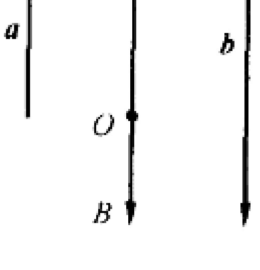


图 7－7

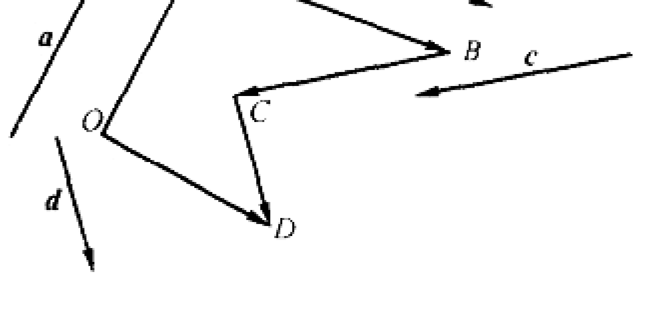


图 7－8

例2　如图7－8，有向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{d}$，试作出向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$.

作法　根据三角形法则，将向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{d}$ 首尾相接，最后找出经过平移后 $\boldsymbol{a}$ 的始点 O 到 $\boldsymbol{d}$ 的终点 D 的有向线段 $\overrightarrow{OD}$，即为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$.

和实数加法一样，向量加法满足下列运算律：

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$；

(2) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

(3) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

读者可试用三角形法则加以验证.

例3　求向量 $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

解　原式 $=(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB})+\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}$

$=\boldsymbol{0}$.

例4　一艘船以 4 km/h 的速度向正对岸驶去，江水流速为 3 km/h. 求该船实际航行的速度大小与方向(精确到度).

解　如图7－9，$\overrightarrow{OA}$ 表示船向正对岸行驶速度，$\overrightarrow{OB}$ 为水流速度，由平行四边形法则知 $\overrightarrow{OC}$ 为船实际航速.

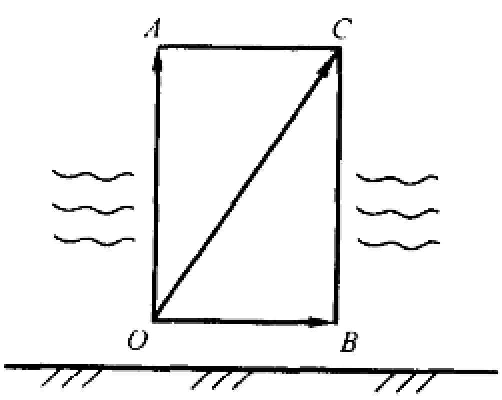


图7－9

显然，$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{|\overrightarrow{OB}|^2+|\overrightarrow{OA}|^2}=5$ (km/h)，

因为　$\tan\angle COB=\dfrac{4}{3}$，

所以　$\angle COB=\arctan\dfrac{4}{3}\approx 53^\circ$.

答：船实际航速大小为 5 km/h，方向与水流方向的夹角是 53°.

二、向量的减法运算

我们把向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的负向量的和定义为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

求向量的差的运算称为**向量的减法**.

设向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$的始点相同,我们来考虑它们的差.

由三角形法则,$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}$.

上式两边同加$\overrightarrow{OB}$的负向量$\overrightarrow{BO}$,得

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BO}&=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BO}\\&=(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BO})+\overrightarrow{BA}\\&=\overrightarrow{BA},\end{aligned}$$

于是有
$$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}. \tag{7-2}$$

(7-2)式表明,始点相同的两向量的差是以减向量的终点为始点、以被减向量的终点为终点的向量.

已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$,如图 7-10,任取一点 O,作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

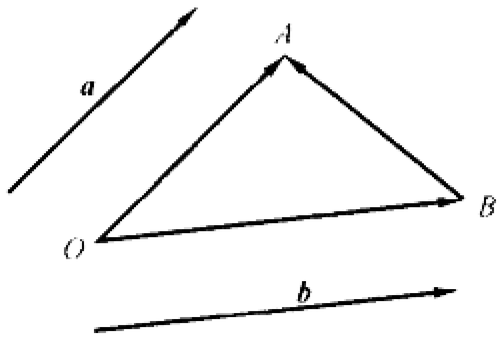


图 7-10

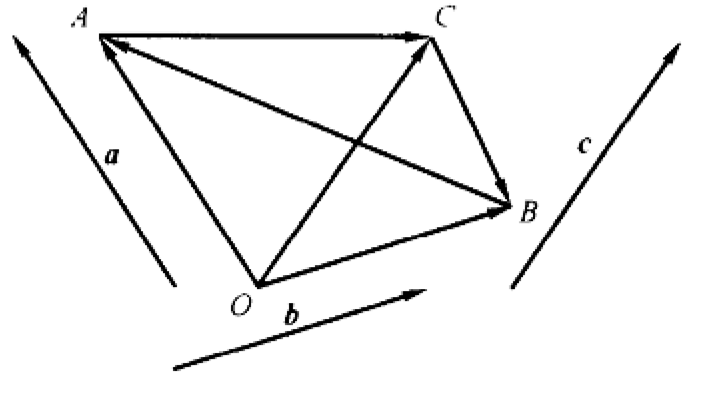


图 7-11

例 5 如图 7-11,已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$,求作向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$.

作法 如图 7-11,任取一点 O,作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,并作$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{CB}$、$\overrightarrow{AC}$. 由上所述知,$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$.

思考:$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})+(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})$是什么?

例 6 如图 7-12,▱$OABC$ 中,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{c}$ 表示向量$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BC}$.

解 由向量的加法运算和减法运算知,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BA}=-\boldsymbol{c}$,$\overrightarrow{BC}=-\boldsymbol{a}$.

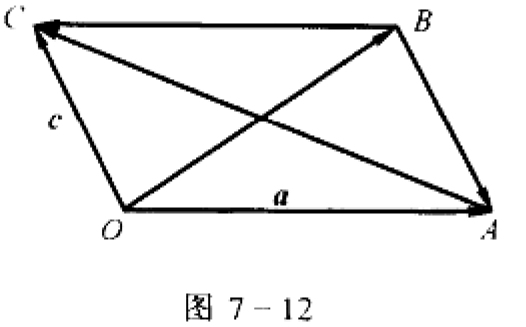


图 7-12

思考：根据三角形法则可推出下列不等式：

$$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|,$$
$$|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|.$$

三、向量的数乘运算

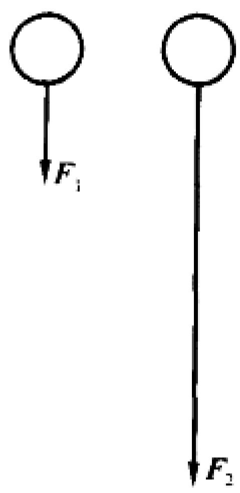


图 7－13

有两个小球，设木球受重力 5 N，记作 $\boldsymbol{F}_1$，铁球受重力 20 N，记作 $\boldsymbol{F}_2$，我们可以认为 $\boldsymbol{F}_2=4\boldsymbol{F}_1$（图 7－13）．

从甲地发往乙地的火车的速度为 $\boldsymbol{v}_1$，按要求提速 50%，提速后的速度记作 $\boldsymbol{v}_2$，显然 $\boldsymbol{v}_2=1.5\,\boldsymbol{v}_1$．

一般地，实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积是一个向量，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$．其长度 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\ |\boldsymbol{a}|$；其方向根据以下规则确定：当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向，当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向．数与向量相乘的运算称为**向量的数乘运算**．

由单位向量定义知：$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a$，或 $\boldsymbol{e}_a=\dfrac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}$．

根据数乘运算的定义显然有如下性质：

$0\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，$\lambda\,\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}$；

$1\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$，$(-1)\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}$．

进一步可以推出数乘运算满足如下运算律：

(1) $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；

(2) $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；

(3) $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$．

例 7 化简下列各式：

(1) $3(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{a}$；

(2) $-3(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})+2(3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$．

解 (1) 原式 $=6\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

$=5\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$；

(2) 原式 $=-6\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{c}+6\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c}$

$=\boldsymbol{b}-5\boldsymbol{c}$．

例 8 如图 7－14，在 $\triangle ABC$ 中 D 为 BC 的中点．(1) 试用向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$；(2) 试用向量 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{BC}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com