高等学校教学用书

# 量子电动力学导論

LIANGZI DIANDONG LIXUE DAOLUN

A. A. 索科洛夫著

吳伯澤譯

人民教育出版社

高等学校教学用~~书~~

# 量子电动力学导論

LIANGZI DIANDONG LIXUE DAOLUN

A. A. 索科洛夫著

吳伯澤譯

人民教育出版社

本书系根据苏联数理出版社（Физматгиз）出版的A. A. 索科洛夫（Соколов）著“量子电动力学导論”（Введение в квантовую электродинамику）的1958年版譯出的。本书可作为高等学校高年級的教学参考书，也可供对现代量子場論感兴趣的物理学家和数学家、教师及研究生参考。

本书专門討論电子、正电子和光子（也包括$\mu$介子）的相对論性运动及相互作用。在叙述中不仅系統地闡明量子电动力学的物理基础，并且詳細地計算了各种具体效应（如光子与电子的相互作用，电子与正电子的形成及湮没，原子中电子能級的位移等等）。


**量子电动力学导論**

A. A. 索科洛夫著

吳伯澤譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

民族印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

統一书号：K13010·1062　开本 850×1168 1/32　印张 19 11/16

字数 472,000　印数0001—4,250　定价(6)¥1.80

1962年8月第1版　1962年8月北京第1次印刷

# 序　言

大家都知道，在經典物理学中，微粒性质只为某些客体（如电子）所具有，而波动性质则只为另一些客体（如光）所具有。

从普朗克的量子理論和薛定諤-海森伯的量子力学可以知道，在一定的条件下，光也具有微粒性质（爱因斯坦的光子理論），而电子束也具有波动性质（德布罗意波）。

借助于二次量子化，終于建立了一个前后一致的理論（量子場論），这个理論能够用統一的观点来描述任何基本粒子的微粒性和波动性。

微粒性和波动性的这样的綜合只有在辯証唯物主义的基础上才是可以理解的，因为辯証唯物主义教导我們，在每一个自然现象中，在出现对立的同时，必然也存在着对立的辯証的統一。

按照量子場論，在光与电子之間不应該存在着曾經在經典理論中存在过的原則性差异。无論是光或电子束，都是由基本粒子組成的，不过，这两种基本粒子具有不同的自旋（光子的自旋等于1，而电子的自旋等于$\frac{1}{2}$）和不同的靜质量（光子的靜质量等于零，而电子的則等于一定的有限值）。

在量子場論中，又以新的方式提出了把場看成被激发了的粒子眞空的問題。除了电磁場之外，还应該存在着电子-正电子場、介子場、电子-中微子場等等。从一方面說，眞空在适当激发的条件下制約着粒子間的相互作用，从另一方面說，眞空本身又是一个具有无限多虛粒子的系統，这些虛粒子是一种独特的容器，眞实粒子在誕生时就是从这种容器“提取”出来的，而在湮沒时則又“变为”这种容器。

现在已經知道的相互作用有下面几种:

1) 电磁相互作用,具体地說,它把电子、正电子和光子以及其他带电粒子(如 $\mu$ 介子)彼此联系起来。量子場論中研討只与电磁相互作用有关的过程的那一部分,通常称为量子电动力学。它首先描述光子和电荷的相互作用过程(例如,光子的发射与吸收过程、光子被电子散射的过程、轫致輻射过程等)。借助于量子电动力学,可以研究狄喇克根据电子的相对論性波动方程所預言的、电子及正电子与光子的相互轉化。在不久以前,量子电动力学中的新的一章——电子-正电子眞空理論——也开始順利地发展起来了。

考察量子电动力学中的具体問題的主要方法之一是微扰近似法。在許多量子电动力学的問題中,展式的参量都是一个与精細結构恒量 $\alpha=\frac{e^2}{c\hbar}\approx\frac{1}{137}$ 成比例的量,精細結构恒量是一个小量.研究微扰理論的展式的前几項(虽然通常并不整个地研究級数的收斂性),照例会导致与实驗符合得很好的結果,不仅在光子与电荷的相互作用理論中如此,而且在电子-正电子眞空理論中也如此。不久以前,发现一系列反粒子(反质子、反中子)以及介原子,这件事說明:现代量子电动力学中許多能得出(譬如說)存在着反粒子的結論的原理,必将反映在未来的基本粒子理論中。

2) 强相互作用,具体地說,它制約着核力、核子和 $\pi$ 介子的相互作用、以及奇异粒子($K$ 粒子和超子)的产生等。許多作者曾經利用微扰法,并选择适当的介子結构恒量值 $\alpha_{强}=\frac{g^2}{\hbar c}$ 作为展式参量,企图建立与强相互作用相关連的现象的理論。但是,进一步的研究表明,这个量大于 1,也就是說,要按它来展开是不可能的。

这种情况以及有关核子与 $\pi$ 介子場的一級相互作用的性质的实驗資料之不足,是强相互作用理論还远远未能达到量子电动力学目前所处的状态的原因。

强相互作用理論只有依靠近似法在 $\alpha>1$ 区域內的改善才有可能得到进一步发展(例如,阻尼理論和塔姆-丹柯夫方法,这个方法的原理是不按耦合常数展开,而按粒子数展开,以及其他等等)。

还应指出,在 $\pi$ 介子散射理論的发展中,所謂色散关系式起着巨大的作用,这些关系式是由于对量子理論应用某些一般的要求(如因果性等)而得出的。这些关系式能够揭示出过程的物理本质,并可用来消除在选择 $\pi$ 介子散射的相位时的非单值性。

正如在电磁相互作用的情况中一样,在强相互作用理論中,方程相对于洛伦兹变换、空間时間反演和把粒子变为反粒子的电荷共軛变换也是不变的。除了电荷的符号之外,在核子和 $\pi$ 介子理論中起着巨大作用的还有同位旋,同位旋的投影 $T_3$ 和电荷 $Q$ (以基本电荷 $e$ 为单位)之間存在着下面的关系:

$$Q=T_3+\frac{n}{2},$$

式中 $n$ 是一个独特的卓子电荷(即核子-超子电荷),并且对于核子和超子 $n=1$,对于反核子和(尚未发现的)反超子 $n=-1$,而对于 $\pi$ 介子和 $K$ 粒子 $n=0$。对于质子和中子,同位旋 $T=\frac{1}{2}$,而其投影則为 $T_3=\frac{1}{2}$ (对于质子) 或 $T_3=-\frac{1}{2}$ (对于中子)。$\pi$ 介子可以看作是同位旋 $T=1$ 的三个状态。这个矢量的投影可以有三个值: $T_3=\pm1$ (对于 $\pi^{\pm}$ 介子)和 $T_3=0$ (对于 $\pi^0$ 介子),也就是說,$\pi$ 介子的电荷和 $T_3$ 的关系式是 $Q=T_3$。电磁相互作用会破坏同位旋 $T$ 的守恒 (这导致质子和中子、以及 $\pi^{\pm}$ 和 $\pi^0$ 介子間质量的差异),但却不破坏 $T_3$ 的守恒。

对于超子和 $K$ 粒子来說,量

$$S=2\left(Q-T_3-\frac{n}{2}\right)$$

不等于零 (如同对于核子和 $\pi$ 介子那样),从而被称为奇异性。上

面的关系式表明，在 $S, T_3, Q$ 和 $n$ 这四个量之中，只有三个量可以看作是独立的。引入奇异性 $S$，便能够解释为什么存在着两个中性 $K^0$ 粒子，因为其中有一个 $S=1$，另一个 $S=-1$。

由强相互作用所制約的过程应該在同位旋和奇异性守恒的条件下发生；因此，已經成功地解释了奇异粒子成对地产生的原因，例如，在反应 $\pi^- + p^+ \to \Lambda + K^0$ 中产生两个粒子，因为 $\Lambda$ 和 $K^0$ 粒子的奇异性分别等于 $+1$ 和 $-1$。

3）弱相互作用是核子、超子、$K$ 粒子、$\pi$ 介子和 $\mu$ 介子衰变的特征。例如，原子核的 $\beta^\pm$ 衰变就是与弱相互作用相关的。相应的 $\alpha_{弱}=\frac{g'^2}{\hbar c}$ 的值的数量級为 $10^{-13}$。过去在一段很长的期間内，弱相互作用的理論一直远远未能与实驗定量地相符合。直到最近，李政道和楊振宁才得到在弱相互作用下宇称不守恒这个巨大的发现，于是就以全新的方式提出了有关方程相对于空間反演和电荷共軛变换的不变性的問題。在有弱相互作用时所发生的过程中，同位旋 $T$、它的投影 $T_3$ 和奇异性 $S$ 可以在一定的选择定則下发生变化。例如，在 $K$ 粒子自发衰变的过程中，奇异性 $S$ 改变 1。李政道和楊振宁所提出的关于衰变介子和 $\beta$ 粒子的极化性质的一系列預言，现在都已經为实驗所証实。

可见，假如說从量子电动力学熟知的守恒律在强相互作用理論中被加强了一些，那么，在弱相互作用理論中，它們則相反地被削弱了一些。

4）万有引力相互作用，它目前还沒有进入基本粒子理論之列，因为作用于重粒子之間的牛頓力卽使与弱相互作用相比，也还是小了許多倍。

相应的精細結构恒量的值等于 $\alpha_{引力}=\frac{\kappa M^2}{c\hbar}\sim 10^{-39}$，其中 $\kappa$ 是牛頓万有引力恒量，而 $M$ 是核子的质量。

假想的引力子和其他基本粒子之間，显然不应該存在着原則

性的差异。假如把爱因斯坦的万有引力方程在綫性近似中进行二次量子化，那么就可以表明，引力子的质量等于零，而自旋等于 2。如同光子是电磁場的横向部分一样，引力子也应該这样存在着(即作为引力場的横向-横向部分)。引力場的纵向-纵向部分以及纵向-横向部分(贋引力子)可以在有引力质量时存在，并且只制約着它們之間的相互作用。

从原则上説，假想的引力子可以由引力质量輻射出来，并且甚至还可以轉化为其他基本粒子(如轉化为电子和正电子)。但是，由于 $\alpha_{引力}$ 极其微小，所有这些轉化的几率是非常小的，目前还远远无法用实驗来驗証。对这些十分有趣的問題的更为詳細的闡述，并不是本书的課題。

本书主要討論量子电动力学(自由場，光子与电子和正电子的相互作用，电子-正电子真空理論等)，它是现代量子場論中探討得最为詳尽的一部分。

在叙述材料时，我們力求不仅能給出量子电动力学的物理学基础，并且还能使讀者熟悉理論的計算工具。同时，我們也尽力在叙述数学工具时保持一貫性，主要采用所謂海森伯表象，并运用直接計算法。还应指出，过去人們曾一度寄以巨大希望的规則化理論(即消去与粒子的固有质量相关的无限性的理論)，还远远未能克服现代場論中的困难。因此，只有在事实上不能不利用规則化理論时(电子-正电子真空理論)，我們才将利用它(并且只用它的最簡单的变形)，不仅如此，这个問題也还远远未达到其数学的完善性。

在叙述电子理論时，不能不談到中微子和 $\mu$ 介子理論。这些粒子是满足狄喇克方程的，可能，在未来的基本粒子理論中，它們将构成一个独特的同位素族。特别是宇称的不守恒导致在它們的纵向极化中表现出它們之間的自旋耦合。在叙述这个問題时，我

們利用了本书所发展的定向自旋狄喇克粒子理論。

我們也力求以氫原子理論、塞曼效应理論等为例，来闡明理論的各个相继的发展阶段：从經典理論起，直到目前的量子电动力学理論为止。这样来分析对电子的越来越精細的性质的逐步认識过程，可以有力地証实列宁关于电子不可穷尽性的学說的普适性，具体地說，从列宁的学說可得出結論說，任何反映了不依賴于我們的意識而存在的客观自然規律的理論，都不是最終的理論，并且总是需要再进一步发展的，因为即使是认識像电子这样的粒子的过程，也是沒有止境的。

本书事实上已經是第三版了。应該把“量子場論”一书的第一部分看作第一版(第二部分“基本粒子理論导論”是Д.Д.伊凡宁柯写的)，这本书在一定的意义上是我們的第一本专論“經典場論”的續篇。第二版在1957年由德意志民主共和国科学院出版社以单行本“量子电动力学”的形式出版。在第二版中，除了改正了已經发现的印刷錯誤和不精确的地方之外，还增添了一些补充的章节，这些章节在目前这本书中更大大地扩展了[电子波的极化，相对論性电子在磁場中的輻射，阻尼理論，考虑到电子-正电子真空的格林函数理論；双粒子运动的相对論性理論，介原子(мезоатом)等]。

最后，作者想借此机会对Б.К.开利莫夫、А.Н.馬特維也夫、И.М.切尔諾夫和其他在本书准备出版时讀过手稿、并提出一系列宝貴的意见的同志們致謝，同时也感謝В.И.利德尼克的細心校閱。

А.А.索科洛夫

1957年6月于国立莫斯科大学

# 目　录

# 第一章　自由場的普遍理論

## §1. 波动方程的不变性和波函数的变换规律①

按照狭义相对論，描述任何基本粒子的运动的波动方程，都不应該依賴于坐标系的选择，也就是說，在从一个慣性坐标系变换到另一个慣性坐标系时，这些方程的形状应該保持不变。

既然这个要求是許多实驗事实的总結，所以在物理学发展的现阶段，它通常被用来作为建立基本粒子理論的基础②。

从这一点出发，我們便可以得到波函数的变换规律，也就是說，可以确定波函数 $\psi$ 的张量量綱。

在构成电荷和电流密度、能量張量等时（对于綫性方程来說，它們是由波函数 $\psi$ 的二次組合形成的），必須考虑到，它們应該是四維的实張量。

在从一个坐标系（$x^\alpha = x, y, z, ct$）变换到另一个坐标系（$x'^\alpha = x', y', z', ct'$）时③，张量的各个分量应該按照一定的法則变换。

例如，在这种变换中，标量（零秩张量）保持不变：

$$\varphi' = \varphi. \tag{1.1}$$

---

① 与波动方程的不变性有关的問題，在伊凡宁柯和索科洛夫的专論“經典場論”中（以下簡称“經典場論”）有較詳細的叙述。［見中譯本，黃祖洽譯，科学出版社，1958，103—112頁。］

② 由于宇称不守恒的发现，关于波动方程相对于空間时間反演的不变性的問題应重新加以研究。目前这种提法还只牵涉到弱相互作用的情形（較詳細的討論見 §23 段）。

③ 在这里和以后，拉丁字母輪流具有 1, 2, 3 等值，而希腊字母則輪流具有 1, 2, 3, 4 等值。此外，除非特別声明，当存在着两个具有相同标号的量时，总是意味着按这个标号求和。

矢量(一秩张量)按照下面的规律变换:

$$A'^{\alpha}=\frac{\partial x'^{\alpha}}{\partial x^{\mu}}A^{\mu} \quad \text{(反变矢量)} \tag{1.2}$$

或

$$A'_{\alpha}=\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\alpha}}A_{\mu} \quad \text{(协变矢量)} \tag{1.3}$$

构成二秩张量的量则遵循下列变换规律:

$$A'^{\alpha\beta}=\frac{\partial x'^{\alpha}}{\partial x^{\mu}}\frac{\partial x'^{\beta}}{\partial x^{\nu}}A^{\mu\nu} \quad \text{(反变张量)}, \tag{1.4}$$

$$A'_{\alpha\beta}=\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\alpha}}\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\beta}}A_{\mu\nu} \quad \text{(协变张量)}, \tag{1.5}$$

$$A'^{\ \beta}_{\alpha}=\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\alpha}}\frac{\partial x'^{\beta}}{\partial x^{\nu}}A^{\nu}_{\mu} \quad \text{(混合张量)}。 \tag{1.6}$$

这些变换规律很容易推广到更高秩张量的情形上去。应該指出,点的空間时間坐标是按照(1.2)的规律变换的,因此,这些坐标的集合就构成了反变矢量。

假如撇开对基本粒子影响較小的万有引力不談,那么,在研究場时,就可以只限于討論慣性系統。

在一般情况下,从一个慣性坐标系到另一个慣性坐标系的变换,就是把一个参考系相对于另一参考系平行迁移后再加上其相对的四維轉动。

因为在平行迁移中只改变了参考系的原点,所以在两个坐标之間便存在着下面的关系:

$$x'^{\mu}=x^{\mu}+a^{\mu}. \tag{1.7}$$

在空間轉动时,譬如在繞 $z$ 軸轉动一个角度 $\varphi$ 时,我們有

$$\left.\begin{aligned} x'&=x\cos\varphi+y\sin\varphi,\\ y'&=-x\sin\varphi+y\cos\varphi,\\ z'&=z,\quad t'=t. \end{aligned}\right\} \tag{1.8}$$

最后,洛伦兹变换具有如下形式:

$$x' = \frac{x - vt}{k}, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{k},$$

式中 $k = \sqrt{1-\beta^2}$，而 $v = c\beta$ 是一个坐标系相对于另一坐标系运动的速度。

引入双曲綫函数，令

$$\operatorname{ch}\gamma = \frac{1}{k}, \quad \operatorname{sh}\gamma = \frac{\beta}{k}, \tag{1.9}$$

我們便可以把上面的变换表示成如下形式：

$$\left.\begin{aligned} x' &= x \operatorname{ch}\gamma - ct \operatorname{sh}\gamma, \\ ct' &= ct \operatorname{ch}\gamma - x \operatorname{sh}\gamma. \end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

用这些公式与公式(1.8)相比較，我們便可看到，洛伦兹变换相当于在空間时間平面上"轉动"一定的虚角度。

应該指出，在作平行迁移及在空間轉动时，反变张量和协变张量的变换規律是相同的，因为 $\frac{\partial x'}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial x'}$，……等等；但在作空間时間旋轉时則不相同，这可从 $\frac{\partial x'}{\partial ct} = -\frac{\partial ct}{\partial x'}$，……等关系式中看出。

假如在形式上引入一个虚的分量来代替时間 ($x_\mu = x,\ y,\ z,\ i'ct$)①，那末，(1.10)的变换就具有如下形式：

$$\left.\begin{aligned} x_1' &= x_1 \cos\alpha + x_4 \sin\alpha, \\ x_4' &= x_4 \cos\alpha - x_1 \sin\alpha, \end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

式中 $$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+(i'\beta)^2}}, \quad \sin\alpha = \frac{i'\beta}{\sqrt{1+(i'\beta)^2}}.$$

---

① 我們将引入两个虚量 $i$ 和 $i'$。这两个量的平方应該彼此相等：

$$i'^2 = i^2 = -1. \tag{1.12}$$

但是在变换为其共軛值时，这两个量应該有所不同：

$$i^+ = -i, \quad i'^+ = i'. \tag{1.13}$$

我們引入量 $i'$ 是为了把反变分量和协变分量等同起来：

$$A^\alpha = A_\alpha = A, \quad -i'A_4.$$

在这种情况下，很容易表明

$$\frac{\partial x_1'}{\partial x_4}=\frac{\partial x_4}{\partial x_1'},$$

也就是說，对于反变分量和对于协变分量来說，变换规律是相同的，因此我們可以不必把它們区别开来。

下面我們将列举可从其二次形式构成实张量的各种波函数。

1）标量或贗标量函数，它們在一般情形下可能是复数。如同后面将要表明的，标量方程适于描述自旋等于零的粒子的运动。

2）四維的实矢量或复矢量 $A_\mu(A, A_4)$，这种矢量的分量的导数可以构成二秩反对称张量

$$H_{\mu\nu}=\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}.$$

我們也可以取贗矢量来代替矢量。就中具有零靜止质量的实矢量波动方程可描述光子場(麦克斯韦方程)。滿足矢量和贗矢量方程的粒子所具有的自旋等于 1 (以 $\hbar$ 为单位)。

3）其波函数构成二秩对称张量

$$g_{\mu\nu}=g_{\nu\mu}$$

(十个分量）的方程描述自旋等于 2 的粒子的行径。例如，引力場在綫性近似中就遵循着实波动方程，并且与場相对应的引力子的靜止质量等于零。

4）还可以用旋量(即半整数秩张量)来作为波函数。

旋量的普遍变换规律将在 § 18 中研究。应該指出，它們与一般张量的变换规律不同。但是，从旋量的二次形式可以构成实张量。具有复函数的旋量方程描述着自旋等于 $\frac{1}{2}$ 的粒子的运动。

在本章里，我們要討論自由場的量子化。这里我們不准备建立具有任意自旋的粒子的普遍理論，而把我們的課題限于研究标量場(§ 2—§ 11)、电磁場的矢量方程(§ 12—§ 16)与描述电子和正