

# 优化金融学

◎ 徐成贤 袁晓玲 薛宏刚 编著

# Optimize *FINANCE*



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

金融学系列

# 优 化 金 融 学

徐成贤 袁晓玲 薛宏刚 编著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书对与金融工程有关的金融模型和金融计算作了比较系统的介绍。全书共分七章，第一章就金融模型与金融计算与金融工程的关系作了简要的介绍；第二章介绍金融工程技术领域中常常用到的基本预测和预报技术；第三章介绍基本的金融计算；第四章讨论分析了以分散投资减少非系统风险的投资组合模型；第五章讨论期权定价模型；第六章介绍了风险度量的新标准；第七章讨论了用于规避风险的用期货进行套期保值的各类套期保值模型。

本书可作为金融学、经济学、应用数学、计算数学等相关专业本科生、研究生和教师的教学用书，也可供金融领域的金融工程技术人员作参考用书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

优化金融学/徐成贤，袁晓玲，薛宏刚编著. —北京：科学出版社，  
2003

ISBN 7-03-008077-7

I . 金… II . ①徐… ②袁… ③薛… III . ①金融学—数学模型 ②金融—计算方法 IV . F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 009169 号

责任编辑：林 鹏 杨 波 徐 慈 / 责任校对：朱光光

责任印制：安春生 / 封面设计：耕者设计室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2003年6月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2003年6月第一次印刷 印张：15 1/2

印数：1—3 000 字数：296 000

定价：26.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

# 前　　言

金融工程作为一门工程科学形成于 20 世纪 80 年代末，它综合地应用数学模型、数值计算和仿真模拟等现代技术和方法设计，开发和实现创新的金融工具和手段，创造性地制定不同金融问题的解决方案。

受经济全球化和金融一体化，以及金融创新和技术进步等因素的影响，金融市场的波动性和风险大为加剧，金融市场对金融工程师和金融工程技术人员的需求不断增长，金融模型与金融计算是一个金融工程技术人员必备的知识之一。

本书是作者在新加坡国立大学、西安交通大学为研究生开设《金融模型》课程的基础上经反复修正完成的。根据金融工程科学在我国发展的状况，结合学生来自不同学科的特点，考虑到学生的基础和要求，本书内容的选择和安排有以下特点。

1. 基础性和系统性：本书系统地介绍了金融工程科学中常用和常见的金融模型，体现在以下五个方面：(a) 基本的预测预报模型（第二章）；(b) 基本的金融计算模型（第三章）；(c) 期权定价模型（第五章）；用于风险管理的控制(d) 投资组合模型（第四章）；(e) 套期保值模型（第七章）。

2. 先进性：在介绍基本金融模型的同时，尽可能多地介绍金融工程科学的最新研究成果和进展是本书的另一特点。风险价值（VaR）作为金融风险管理的一个新标准，在金融风险管理领域得到的重视越来越高，应用越来越广泛。本书的第六章则对风险价值这一新的风险测量的管理方法作了介绍，并介绍了风险价值的三种估计和计算方法。在书中的第七章还介绍了关于确定套期保值方案的新模型，即考虑交易费用和套期保值费用的套期保值模型，和多品种套期保值模型。

3. 实用性：对每一个模型和计算尽可能安排例子，以举证和说明模型的应用，便于读者掌握模型、理解模型，并应用模型，对某些模型的应用，还给出了在 Excel 环境下的应用方法。

希望本书的出版，能对我国金融工程科学的建设和发展有所贡献。

鉴于我们从事金融工程科学的研究时间不长，并限于自身水平，书中错误和不妥之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

作　者

2002 年 7 月

# 目 录

## 前言

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>第一章 引 论</b>             | 1   |
| § 1.1 金融模型与金融工程            | 1   |
| § 1.2 金融模型的基本特性            | 3   |
| § 1.3 金融模型的用途              | 3   |
| § 1.4 关于金融建模               | 4   |
| § 1.5 一个金融建模的例子            | 6   |
| <b>第二章 基本的预测技术和模型</b>      | 9   |
| § 2.1 预测预报的若干基本概念          | 9   |
| § 2.2 长期趋势时间序列模型           | 12  |
| § 2.3 时间趋势的时间序列模型          | 16  |
| § 2.4 时间趋势与长期趋势并存的时间序列预测模型 | 21  |
| § 2.5 季节型时间序列的预测模型         | 27  |
| <b>第三章 基本的金融计算模型</b>       | 39  |
| § 3.1 现金流的现值与将来值           | 39  |
| § 3.2 内部收益率                | 42  |
| § 3.3 付款计划                 | 44  |
| § 3.4 连续复合率                | 46  |
| § 3.5 资本成本的计算              | 47  |
| <b>第四章 投资组合模型</b>          | 56  |
| § 4.1 风险证券的期望收益与风险         | 56  |
| § 4.2 证券组合的期望收益与方差         | 60  |
| § 4.3 协方差矩阵的计算             | 68  |
| § 4.4 有效的投资组合与有效边缘         | 75  |
| § 4.5 有效投资组合的基本定理          | 77  |
| § 4.6 允许卖空时投资组合的有效边缘       | 87  |
| § 4.7 不允许卖空时投资组合的有效边缘      | 93  |
| § 4.8 证券市场线                | 98  |
| <b>第五章 期权定价模型</b>          | 106 |
| § 5.1 期权简介                 | 106 |

---

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| § 5.2 期权与资产的组合 .....          | 110        |
| § 5.3 股票期权价格的基本性质 .....       | 118        |
| § 5.4 期权定价的二项式模型 .....        | 133        |
| § 5.5 布莱克-舒尔斯期权定价模型.....      | 144        |
| § 5.6 投资组合保险 .....            | 155        |
| § 5.7 期权的提前执行界 .....          | 163        |
| <b>第六章 风险价值的计算.....</b>       | <b>170</b> |
| § 6.1 风险价值的定义 .....           | 170        |
| § 6.2 投资组合的风险价值和协方差矩阵方法 ..... | 173        |
| § 6.3 历史数据模拟法 .....           | 183        |
| § 6.4 结构蒙特卡罗模拟法 .....         | 189        |
| <b>第七章 套期保值模型.....</b>        | <b>199</b> |
| § 7.1 金融衍生产品 .....            | 199        |
| § 7.2 套期保值的基本概念 .....         | 215        |
| § 7.3 套头比 .....               | 220        |
| § 7.4 最优套期保值策略 .....          | 223        |
| § 7.5 多品种套期保值 .....           | 230        |
| <b>参考文献.....</b>              | <b>237</b> |

# 第一章 引 论

## § 1.1 金融模型与金融工程

“金融工程”这一术语早在 20 世纪 50 年代就已出现在金融学的文献中,但真正形成金融工程这一学科却是 20 世纪 80 年代后期的事,也就是说,金融作为一门工程科学其历史是相当短的。

如同其他的工程科学,如机械工程,电子工程,电气工程,通讯工程等科学要生产本学科领域的产品一样,金融工程也同样有其本学科的金融产品,采用约翰·芬尼迪(John Finnerty)教授关于金融工程的定义:金融工程包括创新型金融工具和手段的设计、开发和实现,以及对金融问题创造性解决方案的制定。该定义的本质是创新与创造性,要求是原创性的。它可以涵盖下述三个主要方面:①它要求对金融产品的原创性,即具有革命性的金融产品的设计和开发,以适应错综复杂的金融市场的发展和变化。金融产品包括金融商品和金融服务两类。目前在金融市场上交易的股票、债券、期货、期权等都属于金融商品,而结算、票据交换、划汇结算、股票的发行、担保和认购等都属于金融服务。②它也可以看作在市场条件发生变化的情况下,对现有金融产品的调整,以改善该金融产品的收益与风险性能。③它也可以被看作为一种手段或一个过程,允许对现有的金融产品进行细致全面的观察并进行改造,以适应新的税制,法律法规或整个经济体制,它包括通过对现行金融产品的改造以减少公司、企业的金融风险,减少公司、企业融资所需的费用,或从财务或税收的某些方面得到收益。总之,金融工程中的创新指的是金融产品、金融手段的创新,以及对金融问题处理的创新。

金融工程作为一门工程科学,尽管其形成的时间不长,但如同其他工程科学一样,其形成的过程经历了定性分析(20 世纪 50 年代以前)、理论准备和定量分析(20 世纪 50~70 年代)、以及形成金融工程学科(20 世纪 80 年代后期)这三个阶段。金融学能在从 20 世纪 50 年代后的短短几十年间形成金融工程科学,自有其很多原因。但归结起来主要有下述三个方面的原因:①金融市场的迅速发展和金融场上的波动性加大,这一变化自 20 世纪 60 年代开始特别显著。60 年代以前,金融场上的汇率比较稳定,利率比较低,且相当平稳,对经济体系的冲击也很少。但自从 60 年代后,随着金融市场的全球化,金融场上的汇率不再稳定,市场价格的波动变得越来越剧烈,经济危机和风波不断发生,所有这些导致了金融市场风险的加剧,原有的定性分析手段已不再适应发生了剧烈变化的金融市场的需要。

金融市场的参与者,无论是投资银行或商业银行的银行家、公司、企业的管理人员,还是金融市场上形形色色的投资者都迫切需要某些策略、手段乃至产品来保护他们的利益,以减少由于各种风险带给他们的损失。②金融理论的发展为金融工程学科的形成提供了必不可少的准备。金融市场的发展和变化刺激了对金融理论的研究,也正是从 20 世纪 50 年代开始,金融理论的研究取得了迅速的发展,金融理论中许多突破性的成果也正是在这一阶段取得的,其中对金融理论的发展起里程碑式作用的可以有下述 4 个方面:(a)1952 年由享利·马柯维茨(Harry Markowitz)首创的现代投资组合理论被认为是金融分析发展的里程碑,马柯维茨用收益分布的均值和方差度量投资的期望收益和风险,首次实现了投资效益的定量分析,使金融分析由定性分析向定量分析的转化成为可能,也正是马柯维茨首创的以及其后许多金融研究工作者的努力所形成的现代投资组合理论目前广泛应用于金融分析和金融工程。(b)1964 年由威廉·夏普(William Sharpe)提出的资本资产定价模型(CAPM)是金融理论发展的第二个里程碑。这一模型在今天仍然是近代投资分析的主要工具且得到广泛的应用。(c)1973 年由布莱克(F.Black)和舒尔斯(M.Scholes)提出的布莱克-舒尔斯期权定价模型。该模型及其许多变形几乎从发表时刻起就一直被用于确定卖出和买入期权的公平价值。(d)1982 年由恩格勒(R.F.Engle)给出的 ARCH 风险评估模型用于对各种风险进行建模和评估。这一阶段大量的金融理论研究工作以及所取得的成果为金融工程的形成和发展作好了充分的理论准备。③金融工程的形成离不开高新技术的发展和支持,金融工程科学需要“海量”金融数据的收集、存储、交换、传输和分析处理。计算机硬件和软件技术的不断发展,以及通讯技术的发展使得这些任务的实现和完成成为可能。

随着金融工程科学的不断完善和发展,金融市场对金融工程师和金融工程技术人员的需求不断增长,投资银行、商业银行、证券公司及大型的企业和公司都根据自身的需求需要引进不同的金融工程技术人员,或者对现有的金融分析人员进行培训以适应金融市场的变化对金融工程技术人员的需求。作为一个金融工程师或金融工程技术人员应具备下述三方面的知识:①金融理论方面的知识。这方面的知识包括基础的经济理论和金融学理论,如价值与财富的来源、价值与收益的度量、风险的识别与度量、风险管理理论、证券组合理论、期权定价理论、套期保值理论等。②基本的数学知识。一个成功的金融工程师不仅对基本的金融理论应有很好的理解和掌握,他还应对数学和统计学的基本知识有比较全面的基础,特别对于涉及金融风险度量的套期保值策略的金融工程技术人员而言,尤其如此。基本的微积分知识、线性与非线性的最优化技术与方法、基本的预测预报方法和回归技术,以及基本的统计学基础知识都是一个金融工程技术人员必备的基本的数学知识。③建模技术与对模型的求解和计算机实现。许多金融工程领域都要求较高的建模技能,金融新产品的设计、开发与试验也离不开金融建模技术,建模是分析问

题与检验解决问题的可能方案的必要一步。建模又有很多不同的方法,即使对于同一问题,不同的金融工程师可能采用不同的方法。本书的主要目的在于介绍在计算机上可以实现的各种各样的金融模型和金融计算。希望通过学习,让读者了解各类不同的金融模型,逐步了解和掌握金融建模的技巧和技能,以及用金融模型解决相关金融问题的方法和手段。

## § 1.2 金融模型的基本特性

模型是什么?模型是一个实际事物或一个实际过程简化的表示,或者说我们用某些确定的形式近似地表示或模拟我们所关心的实体或实际过程。地图、飞行模拟器、风洞、建筑模型都是模型的代表,而我们在本书中所关心的是金融分析和金融工程中常用的数学模型。数学模型是一个实体或实际过程抽象和简化了的数学结构,它利用数学符号、公式、方程、表或图形表示实体或过程的内在关系和基本性质,是所论实体或过程的数学模拟。

模型的一个重要特性是一个具体的事物或过程可以用不同的模型来表示,不同的模型复制或模拟同一事物或过程的不同方面,根据模型的目的和用途,所论物体或过程的某些方面得到强调,而某些方面被相应地忽略。例如,用于旅游的地图,强调的是交通线路、风景名胜、古迹遗址,而用于地质勘探的地图则强调地质结构、地形地貌,用于风洞试验的模型,则强调飞行器或汽车的外部形状和外表结构,忽略其内部构造。一个从实际事物或过程抽象的模型可以使我们把注意力集中于该事物或过程的对我们来说重要的方面,而忽略那些无关的,或者说可能引起混淆或不便使用与分析的方面。

本书涉及的金融模型有基本的预报方法、基本的金融计算模型、投资组合模型,风险价值(VaR)的计算、期权定价模型,以及利用各种金融产品进行套期保值的模型。利用金融模型,人们可以更好地理解、监督检查、计划和管理企业、公司的金融部门,或一个机构和个人的金融事务,也可以利用金融模型对可能的计划方案进行试验以确定最优的计划方案。设计和利用金融模型的终极目的是帮助公司、企业的管理者作出正确的决策以实现财富的极大化。因此本书所涉及的金融模型都是以计算机为基础的金融模型,具体的说,上述提及的金融模型都能在PC机上用程序实现。

## § 1.3 金融模型的用途

正如在上节末尾提及的,使用金融模型的终极目的是帮助公司、企业的管理者或个人作出正确的决策,以实现在给定条件下财富的极大化。但具体说来,不同的

金融模型有不同的用途,金融模型的用途大致有下述几个方面。

用于金融计划:金融模型常常被用于检查、审视不同方案可能引起的不同后果,以便制定正确的金融计划。

用于资本投资分析:金融模型,如投资组合模型,资产定价模型等常被用于对不同的资本投资决策进行分析,以便作出科学的资本投资策略。

预算:预算模型能指出一个企业或公司在预算期内应该做什么或怎样做什么,同时也能用来评估和监督公司、企业在预算期内的表现和业绩。

缴税计划:一般说来,在通常情况下,人们很难清楚一个商业决策对缴税后果的影响,但是利用金融模型可以使我们看到税制对不同商业决策的影响。

兼并和收购:由于兼并和收购是一个企业所能做的较大的乃至复杂的一种投资决策,因此对这一种投资决策进行分析当然是金融模型的一个主要目标。

培训与模拟:金融模型可以用于培训职员与不同情况的模拟试验。例如,公司、企业的经理或管理人员可以利用金融模型进行各种错误情况的试验与分析,这样的试验与分析所花费的代价远小于市场发生这种情况时的损失,有时某些情况甚至不可能发生。利用这些试验的结果,管理人员可以提前采取措施,防止这种错误行为的发生。

任何金融模型,不管其真正的功能是什么,它的终极目标在于帮助人们在错综复杂的情况下做出明智的决策。有时,一个模型可以用于不同的目的,但是不存在一个在任何场合都能适用的所谓的万能模型。因此,针对各种不同情况,人们需要确定或选择一个最适合的模型,正是基于这样一个原因,本书在其后的章节将分别介绍各种不同的金融模型。

#### § 1.4 关于金融建模

在本节我们简要介绍一下关于金融建模的基本考虑、要求和步骤。

模型不同于它所代表的实体或过程,也正是这些不同才使得模型变得非常有用。这些不同点主要体现在以下四个方面:①比例不同:也就是说模型可能比实体小,但也可能比实体大。例如,地图是某一国家、某一地区、某一城市的模型,它要远小于所代表的实体;另一方面,用于进行科学的研究的原子的模型却要比原子本身大得多。②所包含的信息不同。不同的模型由于其目的和用途不同,所包含的信息也不同。例如,有些地图可能包含有交通网络的信息,有些则没有,有些包含疆界,有些则没有,具体不同视用途而定;又如,用于风洞试验的飞行器及汽车等模型,只要求其外型与外部结构,而不注重其内部构造。③可操作程序的不同。一般说来,模型都要比它所代表的实体易于操作,模型的主要优点之一就是它的可操作性。④费用不同,模型除了易于运作之外,其运作的费用也要比操作其所代表的实

体所花费的费用少得多。因此,模型常常被用作实体的替代物,对于某些可能引起伤害或危险的活动尤其如此。我们知道,进行一次风洞试验需要较高的代价,但这同进行一次实际试验所要花费的代价及可能引起的损失或伤害来说却是微不足道的。又如,金融管理人员可以利用金融模型进行某些在实际的金融市场上不可能进行的试验和模拟,这就是模型与实体最大的不同。

在明确了模型与实体的主要不同之后,我们就能明白,在建立金融模型的时候应注意把握下面几个方面:①注意区分重要的和不重要的信息。显然在建模时应认真考虑重要的信息,忽略不重要的信息。但要做好这一点却是相当难的,因为在多数情况下,难于区分哪些信息是重要的,哪些信息是不重要的,有时,某些信息对这类模型是不重要的,对另一用途的模型却是相当有用的;②所包含信息量的多少,这也是一个难于掌握的尺度。有的时候会经常出现这样的情况,包含的信息量太少,所建的模型有可能给出不可靠的结果;但是如果包含的信息量太多,模型又变得笨拙,不便使用;③可理解性。由于模型主要用来帮助决策,一个不能被人理解,特别不能被企业、公司的经理或管理人员所理解的模型是不能被人相信和接受的,因而也是无用的;④不能量化信息的处理。在进行建模的过程中,有些信息是相当重要的,但却又难于量化,对这样的信息,一般金融模型的用户往往难于将其包括在金融模型中。

根据以上分析和讨论,可以明白一个理想的金融模型应既是可靠的,又是适宜的。可靠性要求的是精度,它是指①应相当精确地反映所代表实体的内在联系及其基本特性;②能反映所代表实体大多数基本特征。适宜性的要求是简化,它是指易于处理,易于在计算机上实现。不难明白精度与简化是互相冲突的两个方面。如何在精度与使用方便这两者之间取得平衡需要模型设计者的知识、经验与智慧,其基本的原则是在满足精度要求的条件下,模型应尽可能的简单。

在本节的最后,我们简要介绍一下建模的主要步骤:

1. 明确与理解模型所要代表的实体或过程,确定建模的目标,区分模型中的变量。模型中的变量分为自变量与因变量两类,自变量又分为定义变量和假设变量。定义变量一般比较明显,它是由定义直接确定的,例如在企业财务模型收支平衡表上的许多量,如现有资产净收入、净固定资产等都是定义变量。假设变量是人们根据其知识作出某种假定或猜测所确定的变量。基本上有三种情况人们是通过假设,而不是通过估计来确定该类变量的值。(1)估计太费时、费用太大;(2)由估计或由假定所确定的值差别不大;(3)完全不可能进行估计的变量。在这三种情况下,我们情愿对变量的值进行假定,而不采用估计的办法。

金融模型中的因变量是指哪些变量,它们或者依赖于其他变量的值,如

$$y = f(x)$$

或者依赖于该变量的若干已知值,如

$$x_{n+1} = \varphi(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1)$$

$y = f(x)$  表示变量  $y$  的值依赖于变量  $x$  的值,  $x$  称为自变量,  $y$  称为因变量。 $x_{n+1} = \varphi(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1)$  表示变量  $x$  的第  $n+1$  个值依赖于变量  $x$  的已知的  $n$  个值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。确定其中依赖关系(函数关系)  $f$  或  $\varphi$  的方法可以是回归方法或理论分析方法。我们在下章介绍的预测预报方法就是确定这些依赖(函数)关系的方法。

2. 按适当的精度要求收集必要的数据,并对数据进行预处理。模型设计者应根据建模的目的与要求,确定收集数据的范围、信息量的多少、精度,以及不同数据的重要程度。

3. 作必要的假定来对问题进行简化,例如对那些变化程度不大的量,可假定其为常数(量),对那些非线性程度不高的关系可以假定为线性等,以使问题得到简化,所有这些假设和简化都应在满足指定精度要求的范围内。超越精度要求的过分简化会导致模型产生不可靠的结果。

4. 选择或确定一个适当的模型,模型可以由函数、公式、方程、图表或图形组成,函数关系可以由理论分析或回归方法进行估计。正如前面已提过的,选取的模型应在满足精度的要求下尽可能地简单。

5. 对选定的模型进行分析、检验并作进一步的调整。一般说来,初次选定的模型不可能满足建立模型的各种要求和目标,往往存在某些问题或不足,或函数过于简化不能满足精度要求,或参数的值确定的不够好,在某些情况,所选定的函数或公式还可能是错误的。因此,对选定的模型进行分析、检验,找出模型存在的问题,然后针对问题进行调整,以便改进原模型。一般说来,这样的过程往往要反复进行多次,模型经过不断的分析、试验和调整,不断的完善,最后才能投入使用。

6. 在实际中应用所确定的模型。即使在应用过程中,由于环境条件的变化,或者由于模型本身存在的限制或不足,模型在使用过程中也会暴露出某些问题。因此,在使用过程中,模型仍需不断的调整,完善。所以,一般不存在一成不变的模型,也没有一个一劳永逸的模型。模型总是在使用中不断得到调整和完善,以适应不同的或变化了的情况和条件。

### § 1.5 一个金融建模的例子

在本节我们给出一个金融建模的简单例子来结束本章。该例子是在产销平衡的条件下确定产品的最优售价。

问题建模的目标:确定产品的售价使生产的收益最大。生产的收益可以简单地看作是产品销售的收益和产品各种成本的差,即

$$\text{收益} = \text{销售收入} - \text{生产成本}$$

其中生产成本包括：产品加工的成本、原材料运输与库存的成本、销售的成本等，为简化起见，这里的生产成本包括了所有与生产、销售有关的成本。

同时为了使问题简化，我们还附加一个产销平衡的条件，即所有的产品一经生产即能销售，或者说销售的产品等于生产的产品。根据这些分析和假定，我们可以确定问题中的变量。

$x$ ：产品生产的总量（也等于销售的总量）；

$p$ ：每单位产品生产的成本；

$s$ ：每单位产品的销售价格。

记生产的收益为  $u$ ，则得

$$u = xs - xp$$

由于产品的销售量  $x$  受产品销售价格  $s$  的影响，因此，产品的销售量  $x$  是产品单位售价  $s$  的函数，记为  $x(s)$ ，代入上述方程知产品销售收益  $u$  也是产品价格  $s$  的函数，即

$$u(s) = sx(s) - px(s)$$

该模型的目标为确定一个最优的售价  $s^*$  使得收益  $u(s)$  极大化，即该模型的形式为

$$\max_s u(s) = sx(s) - px(s)$$

根据一元函数极大值的一阶必要条件，最优价格  $s^*$  必满足方程

$$\frac{du(s)}{ds} = 0$$

即最优价格  $s^*$  必定是使函数  $u(s)$  关于变量  $s$  的一阶导数等于零的点。对函数  $u(s)$  关于  $s$  求一阶导数，并令其为零，得方程

$$\frac{di(s)}{ds} = \frac{dc(s)}{ds}$$

其中  $i(s) = sx(s)$  表示销售收入， $c(s) = px(s)$  表示生产成本。 $\frac{di(s)}{ds}$  称为边际收入， $\frac{dc(s)}{ds}$  称为边际成本，它们分别表示当销售价格有一个单位的变化时，销售收入和生产成本的变化率。上述方程表明只有当边际收入等于边际成本时，生产的收益才是最大的。

设销量函数  $x(s)$  是关于售价  $s$  单调降的线性函数，即

$$x(s) = \alpha - \beta s \quad \alpha, \beta > 0$$

其中  $\alpha$  表示产品免费提供时，市场对该产品的需求， $\beta$  表示当产品价格增加一个单位时，市场对该产品需求减少的数量，也称为市场对该产品价格的灵敏度。将上述  $x(s)$  代入收益函数  $u(s)$  得

$$u(s) = (s - p)(\alpha - \beta s)$$

对这个函数  $u(s)$  关于  $s$  求导, 并令其等于 0, 得方程

$$(\alpha + p\beta) - 2\beta s = 0$$

由此得最优的产品售价应为

$$s^* = \frac{\alpha}{2\beta} + \frac{p}{2}$$

由这一结果可以看出, 产品的最优售价由两部分组成, 第一部分取决于产品的单位生产成本(包括各种生产、销售成本), 它应是生产成本  $p$  的一半。第二部分取决于市场对该产品的需求  $\alpha$ , 以及市场对该产品价格的灵敏度  $\beta$ , 或者说, 第二部分价格与市场对该产品的需求  $\alpha$  成正比, 与市场对该产品价格的灵敏度  $\beta$  成反比。在这三个量  $p, \alpha, \beta$  中, 生产成本  $p$  是定义变量, 它由该企业各生产环节, 原材料及销售渠道的运营情况确定。而  $\alpha$  与  $\beta$  完全取决于外部市场。因此, 当一个公司或企业在对某一产品制定价格的时候, 有必要知道参变量  $\alpha$  和  $\beta$  的比较可靠的估计值, 这或者需要专家的估计, 或者从已有的有关统计数据采用统计、回归或预测的方法确定他们适当的值。

### 【本章小结】

本章主要介绍了金融工程的概念, 金融建模在金融工程中的作用, 以及金融建模的基本思想和方法。首先介绍了金融工程科学的发展历程及一些对现在和未来的金融活动产生重大影响的金融理论和结果。随着金融市场越来越复杂, 金融产品的不断出现, 定量分析方法在金融理论分析中扮演着越来越重要的作用, 这就导致了金融模型的广泛使用, 也提高了金融分析者对金融建模的能力要求。本章就金融模型的基本特性, 一般用途以及金融建模时的基本考虑, 要求和步骤给出了框架性的描述。最后通过一个具体例子来解释对于一个实际的金融问题的解决, 金融建模的框架是如何发挥作用的。

## 第二章 基本的预测技术与模型

**【本章摘要】** 由于在建立金融模型、做金融决策的过程中,需要知道某些事件在将来可能发生的情况,预测与预报在金融模型中起着极为重要的作用。因此,我们在本章介绍金融模型技术中用到的预测预报方法和模型。由于预测预报技术本身是一门复杂的学科领域,限于篇幅,我们不可能在本章介绍许多的预测预报模型和方法,我们只介绍一些最基本的预测预报模型和方法,对于预测预报方法和模型感兴趣的读者可参阅文献,鲍恩曼(Bowerman)及奥康内尔(Oconnell)的 *Forecasting and Time Series: An Applied Approach* (1993 年第三版)。

本章将安排 5 小节,除 § 2.1 介绍预测预报的一些基本概念外,其余 4 小节均用于介绍适用于不同类型时间序列的预测预报模型,他们有移动平均模型、指数光滑模型、线性回归模型、指数增长模型、双移动平均模型、双指数平均模型,以及适合复杂时间序列的组合预测预报模型与技术。

### § 2.1 预测预报的若干基本概念

预测预报模型和技术用于预测或预报一个变量在将来某一时刻或某几个时刻可能的实现值。这样的一个变量,它有可能依赖于一个或几个其他的变量,记为(假定依赖于一个变量)

$$y = f(x)$$

或依赖该变量自身的若干已知值,记为

$$y_{T+1} = \varphi(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1)$$

这里  $x$  称为自变量,  $y$  称为因变量,  $f(x)$  确定了  $y$  对  $x$  的依赖(函数)关系,  $y_{T+1}$  表示变量  $y$  在将来时刻  $T+1$  的值,  $y_1, y_2, \dots, y_T$  表示变量  $y$  在已知时刻  $1, 2, \dots, T$  的值,  $\varphi(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1)$  确定了变量  $y$  在时刻  $T+1$  的值对其自身已知值  $y_1, y_2, \dots, y_T$  的依赖(函数)关系。预测预报技术在于估计这样的依赖关系,给出函数  $f$  或  $\varphi$  的近似表达式(称为函数模型),并用这个近似表达式估计变量  $y$  在将来某一时刻或某几个时刻的值。

在预测预报将来可能发生的某个事件时,预报人员必须依赖于同该事件有关的过去发生的信息。换句话说,为准备预报,预报人员必须分析过去的数据,并把预报建立在对过去数据分析的结果之上。我们把某一具体变量过去一系列观测所得的数据称为时间序列,预报人员之所以能依据对时间序列的分析作出预报,在于预报人员认为作为一个数据序列,它一般必存在一种或几种可以被观察到的发展

趋势或结构特征，并且在一定时期内继续这种趋势和特征，分析的作用在于确定并估计这种趋势和特征。

时间序列是一个动态的数据集合，它是一个依时间顺序观察或测量到的实数集合。时间序列的重要特征之一是所谓的稳定性。一个时间序列称为稳定的，如果它的统计特性，如均值与方差，在整个时间区间内基本保持不变。如果该时间序列不是稳定的，则称为非稳定时间序列。下面的图 2.1 给出的是稳定时间序列的例子，图 2.2 给出的是非稳定时间序列的例子。

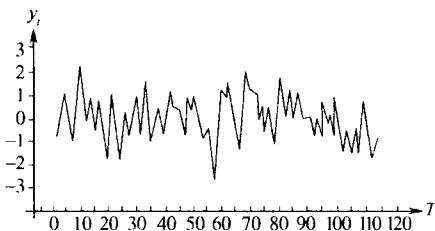


图 2.1 稳定的时间序列

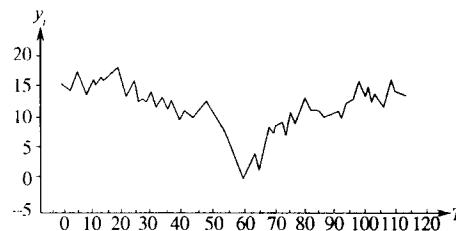


图 2.2 非稳定的时间序列

一个时间序列可能包含的发展趋势或模式特征大致有下列三种。

(1) 时间趋势：一个时间序列如果在一段时间内有随时间变化呈增长或下降的趋势，则称该时间序列具有时间趋势。下列图 2.3 和图 2.4 显示了两个随时间变化呈增长趋势的时间序列，但两者的区别在于前者的序列随时间呈线性增长的趋势，而后来者的序列随时间呈指数增长的趋势。

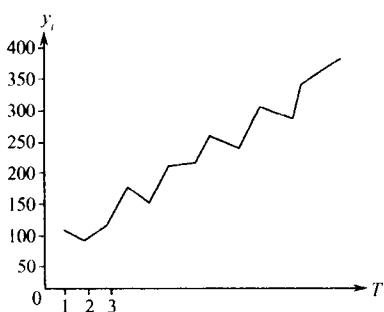


图 2.3 时间趋势序列

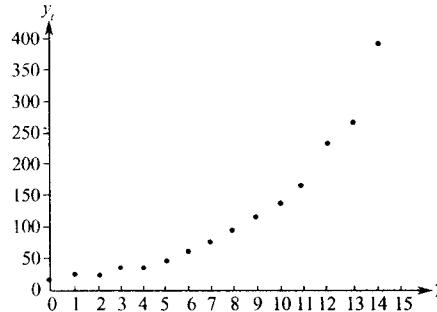


图 2.4 时间趋势序列

一个具有时间趋势的序列一般是不稳定的时间序列，一个不具有时间趋势的序列是稳定的时间序列。

(2) 长期趋势：一个时间序列，如果它前期的观察值能随机地影响它后期的观

察值,则称这个时间序列具有长期趋势。一个具有长期趋势的序列可以是稳定的,也可以是非稳定的,当这种趋势是相对于它的均值而言,则序列是稳定的,如果这种趋势同它的时间趋势有关,则序列是非稳定的。

(3) 季节特征:当一个时间序列显示周期性特征,通常在一年内完成一个周期,则称该序列具有季节特征。季节性特征一般是由气候或习惯等因素引起的。例如在一个四季分明的地方,月平均气温就具有明显的季节特征。对于不同的时间序列,如果有季节特征,其季节特征数也可能是不同的,有的时间序列一年内可能有 12 个季,有的序列一年内可能有 4 个季。下面的图 2.5 给出的是一个具有季节特征的时间序列。

一个时间序列,它可以不包含上面任何的趋势或模式特征,可以包含其中的一个趋势或特征,也可以同时包含几个趋势或特征,图 2.5 所给出的时间序列,既含有季节特征,又包含时间趋势。

当一个时间序列不包含任何发展趋势和模式特征时,我们就说该时间序列是稳定的和随机的,该时间序列的值就会在其均值的左右随机分布,对这样一个时间序列,对其将来值的最好的预报值可能就是它的平均值,这是因为这样的预报值可使其平均的预报误差取最小值。

所谓的预报误差是用于度量不同预报方法的预报精度。我们也是依据预报误差来评价比较不同的预报方法,并从中选取令人满意的预测预报方法。

设  $y_1, y_2, \dots, y_n$  为一具有  $n$  个观察值的时间序列,记

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

为该数据序列的平均值(简称均值),则称

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}$$

为该序列的均方差(简称方差),而称

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}}$$

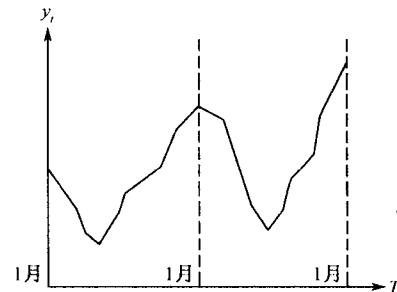


图 2.5 具有季节特征的时间序列