横向铰结斜梁（板）桥
实用计算法

北京工业大学席振坤 编著

人民交通出版社

横向铰结斜梁(板)桥
实 用 计 算 法

北京工业大学席振坤　编著

人民交通出版社
1980·北京

内 容 提 要

本书所介绍的实用计算法，是以正桥的横向分布理论为基础，用斜桥的有限元分析导出折减系数，并编制成数表的一种查表计算法，为现阶段比较合理而简单的斜桥计算方法，可供公路及城市道路桥梁设计、科研人员及有关院校的师生参考。

横向铰结斜梁(板)桥

实 用 计 算 法

北京工业大学席振坤　编著

人民交通出版社出版

(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第006号

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092毫 印张：2.375 字数：52千

1980年8月 第1版

1980年8月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,500册 定价：0.20元

前　　言

采用铰结梁(板)的荷载横向分配影响线表[1]来计算铰结梁(板)桥是大家熟知的。但是近年来由于路线线型的要求，这种体系也常被设计成斜桥。斜桥中荷载的横向分布与正桥相比，有很大的差别，因而简单地将斜长作为计算跨径，然后当作正桥来算，通常是保守的，但有时也会是不安全的。

这方面已经作过一些研究工作，根据实验结果提出一种近似计算方法[2]。但是一次实验的结果毕竟有其局限性，并且其所提出的折减系数，只适用于试验模型所规定的弯扭特性的桥梁，所以不好推广运用。另外，比较严密的解析方法也早已使用，惟因计算繁冗，应用起来也颇为不便。

现在对于这种体系已经采用有限元法，并且编制了供设计计算用的程序[3]。因此不妨说，本课题基本上已得到解决。但受计算机推广范围的限制，一些地方一时还不能使用。再者，大量斜交小桥涵也无必要一一上机演算。因此在一定时期内，近似计算法仍有其现实意义。本文是在以往实验研究及有限元数值研究的基础上，提出的一种实用计算法，以便通过合理、简单的计算而求得经济安全的设计。

经实际设计计算，并与其它方法进行比较表明，用本方法所得结果可使设计有足够的精度，计算效率比目前采用的方法高得多。它与有限元法电算程序相比，结果略为偏大，是偏安全的。

对本书原稿及附表，天津市政工程设计院曾提供宝贵的意见及建议，都锡龄、钱永龄二同志对本方法与其它各种方法的比较作了大量工作。另外，算例中有限元的对照数据，由北京市政设计院协助计算。谨在此表示感谢。

目　　录

第一节　铰结斜桥的特点

首先来了解一下斜桥的特点。我们将把它同正桥作对比，来介绍一下模型试验及数值试验的若干结果。

1.图1所示为8梁系梁桥。每片梁宽为1米，跨径为7.2米，$\gamma = 5.8\frac{I}{J}\left(\frac{b}{l}\right)^2 = 0.0374$。用有限元法，采用将跨径作八等分的网格，计算了Ⅳ号梁跨中截面的弯矩场，如图2所示。斜角分别为0°、30°、45°、60°，单位荷载作用在该截

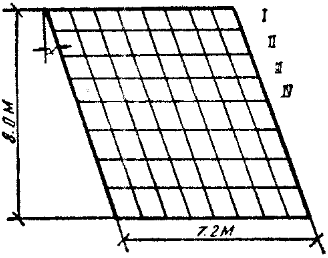
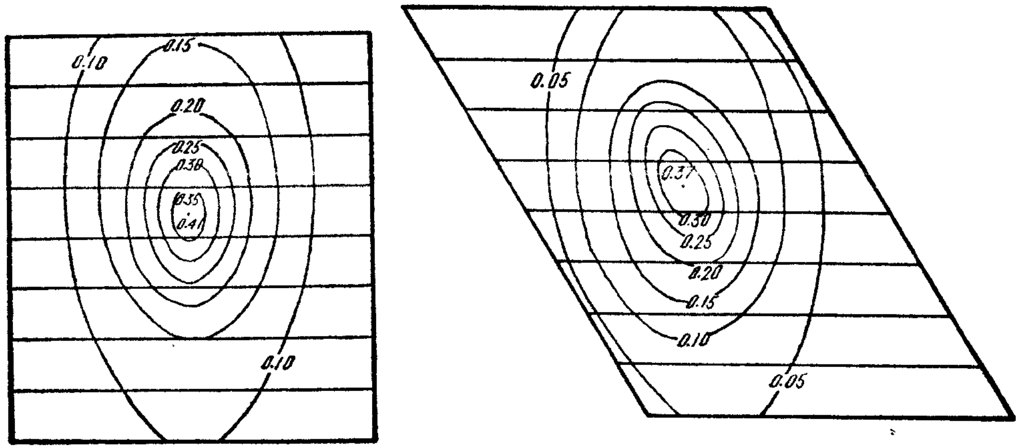


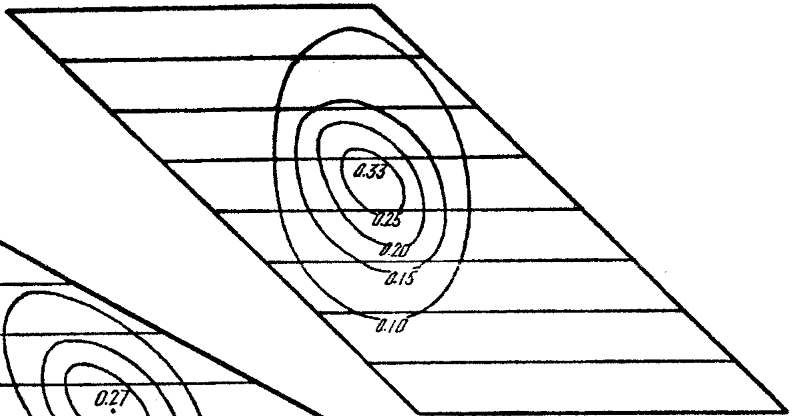
图　1

面。从图中等值线的山脊线可以看出斜桥中荷载横向分布的路径，大致是取垂直于自由边的方向（小于45°），又介于平行于简支边的方向之间（大于45°）。

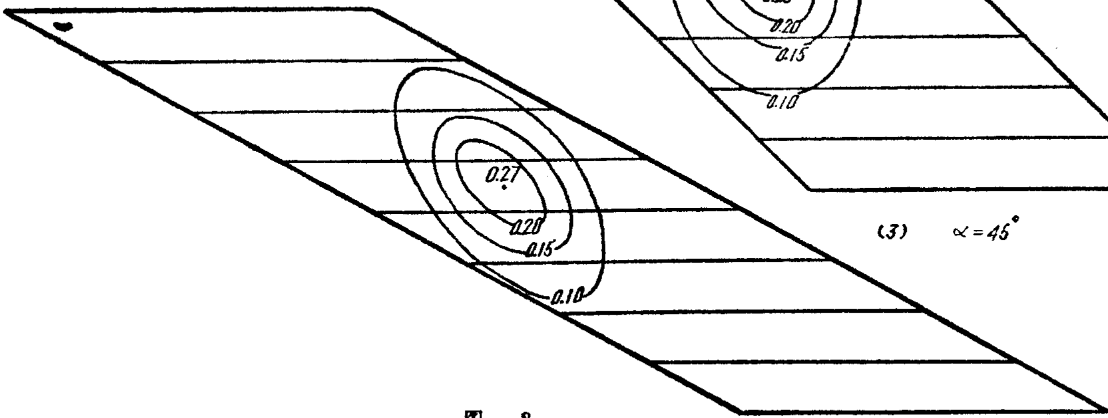
2.斜跨径方向的弯矩随斜角的增大而减小。



(1) $\alpha=0°$ (2) $\alpha=30°$



(3) $\alpha = 45^{\circ}$



(4) $\alpha = 60^{\circ}$

图 2

（1）资料[1]的模型实验是$b/l=1$，$\gamma=0.0320$，模拟汽-15级荷载。实验结果表明，中梁及边梁的跨中弯矩，随斜角增加而减小的曲线如图3所示。

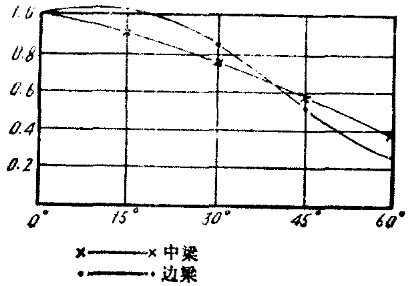


图 3

（2）参照图2所示的弯矩场，将各斜角时的弯矩峰值作一序列，便可得到在单位荷载作用下，第Ⅳ号梁跨中弯矩的折减曲线，如图4所示。现在我们来考察该截面，在汽车活载的最不利作用下，截面上最大弯矩值的变化。采用动态规划法加载程序来计算。对于汽-20级荷载，在不同斜角时所得最大弯矩值，绘成折减曲线，也示于图4中。比较图4中的两条曲线，可以发现，实际荷载的折减，比单位荷载的折减要大。

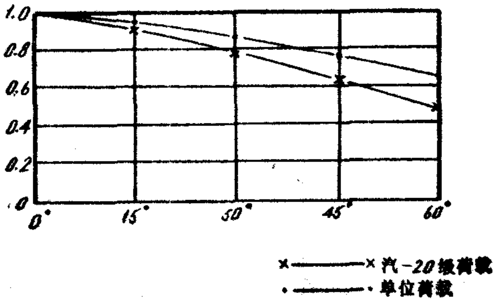


图 4

3.主梁中的剪力，不论是支点截面，还是跨中截面，均随斜角的增大而增大。

（1）按资料[1]模型实验的条件（它的弯矩折减曲线见图3），用有限元法计算跨中截面的剪力，可发现剪力随斜角的增大而增大，绘成曲线如图5所示。

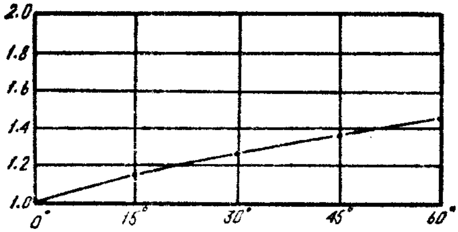


图 5

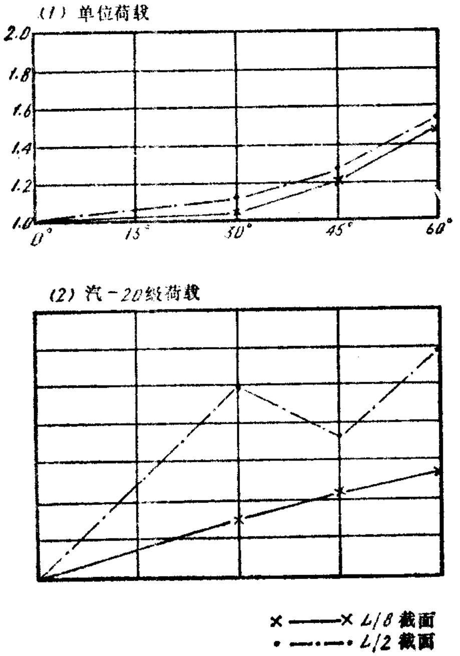


图 6

（2）图6是计算图1所示桥型第Ⅵ号梁的情况。图6(1)是单位荷载作用下，跨中截面及支点附近截面（$L/8$）中剪力递增的情况。图6(2)是汽-20级作用下，用动态规划法算得的同样截面上最大剪力的递增情况。可以看到，剪力递增的程度，大致是跨中截面比支点处截面为大。最大递增率可达2倍左右。

第二节　实用计算法

对于小跨径的铰结梁（板）桥，在设计中有决定意义的是跨中的弯矩及支点的最大剪力。然而铰结式体系设计跨径有时也较大，横截面采用T型或箱型等薄壁型式。鉴于前节中所述第三个特点，对于跨径内截面的剪力也应十分注意。

1.弯矩计算

我们取斜桥的斜长 l 为计算跨径的正桥，作为对应正桥

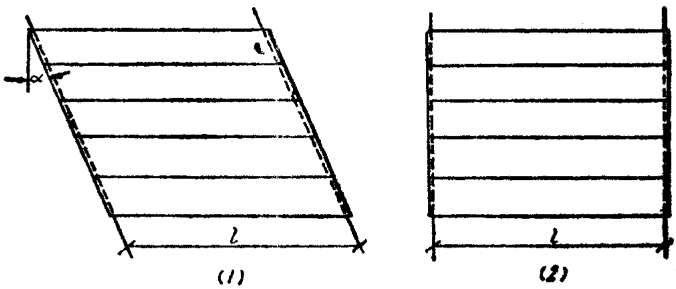


图　7

（图7(2)）。根据上节斜桥特点表明，斜桥中的最大弯矩，如第 i 号梁的跨中弯矩（严格地讲，在跨中附近）与对应正桥中第 i 号梁的跨中弯矩之比，随斜角 α 的增大而减小，可以用下式表示为：

$$k_\alpha = \frac{M_i^\alpha}{M_i^0} \qquad (1)$$

式中：k_α——斜角折减系数；

M_i^α——斜桥中第 i 号梁的设计弯矩；

M_i^0——对应正桥中第 i 号梁的设计弯矩。

其中，M_i^0 可用正桥的铰结梁法计算。一般采用横向分配影响线和纵向影响线相结合的近似方法。在最不利的布车时，通常在所计算截面处（即第 i 号梁的跨中截面），将会布到一个重轮，并且它的影响是主要的。为了简化数值计算，就近似地取

$$k_\alpha = \frac{\overline{M}_i^\alpha}{\overline{M}_i^0} \qquad (2)$$

式中：$\overline{M}_i^\alpha$——斜桥中第 i 号梁的跨中作用单位荷载时，i 号梁的跨中弯矩；

$\overline{M}_i^0$——对应正桥中第 i 号梁跨中作用单位荷载时，i 号梁的跨中弯矩。

实际作用的车列荷载中，除作用在计算截面的轮重外，其它位置的车轮，折减系数更小（参见图 4 中两条曲线的比较）。因此采用单个集中荷载的斜角折减系数，来代替实际不利布车时的整个车列荷载的斜角折减系数，会使计算结果偏大。这在设计中是偏安全的。

根据公式（2），用有限元法计算了不同弯扭值 γ 及不同梁数时，每片梁对应于不同斜角时的折减系数（计算原理见下节），编制成表（见附表）。

这样，对于斜桥的跨中截面弯矩计算顺序可归纳如下：

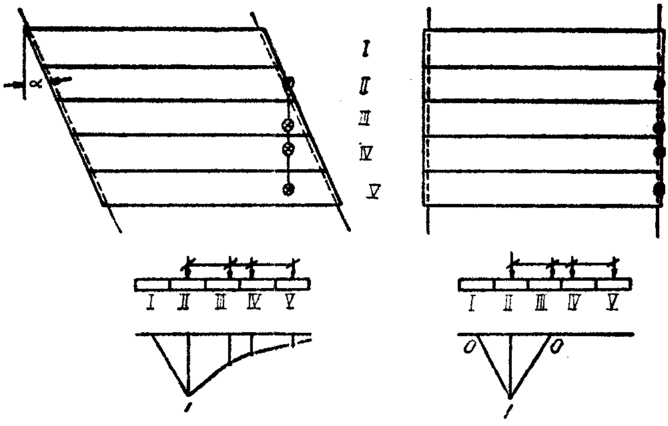
（1）先不计斜角，应用铰结梁法，根据表列的横向分配影响线，计算对应正桥的设计弯矩 M^0；

（2）考虑斜角的影响，查表中相应梁系、相应弯扭参数 γ 值、相应梁号、相应斜角的折减系数 k_a；

（3）斜桥中的跨中设计弯矩 $M^a = k_a M^\circ$。

2.支点剪力的计算

计算支点最大剪力时，对于正桥，在支点计算横向分布系数，一般采用杠杆分配原理。如图8（2）所示，是Ⅰ号梁的支点横向分配影响线（即所谓0-1法）。此时，在影响线区域外的车轮对Ⅰ号梁是没有影响的。而在斜桥中，不难推断，其它轮重对所计算的梁（如Ⅰ号梁），由于弹性分布会有影响，基于上节对斜桥特点之一的分析，我们假定横向分布取垂直于自由边的方向，如图8（1）中实线所示。现在，



(1)　　图　8　　(2)

计算支点横向分布系数时，采用加载混合横向分配影响线的办法。直接作用在支点的轮子，采用杠杆分配原理，如图8（1）中Ⅰ号梁处的纵标。其它轮子，则采用弹性分配。由于斜桥中的荷载横向弹性分布比正桥要复杂得多，精确的分析，必然使方法复杂化。本文就近似地采用对应正桥跨中的

横向分配影响线。从概念上讲，混合影响线已改变了横向分配影响线本来的力学含意，即影响线纵标之和为1。然而它的物理意义是显然的，这反映了斜桥中荷载分布的特点。具体步骤可归纳如下：

（1）先不顾斜角，查得对应正桥的横向分配的影响线纵标（图9(2)）；

（2）将上述影响线，在所计算的梁位处的纵标，用杠杆原理进行修正，得到支点的混合横向分配影响线(图9(3))；

（3）对（1）、（2）所得的横向影响线，同时进行最不利加载。参照算例中图 17 所示，图中实线表示支点混合横向影响线，虚线结实线的影响线表示跨中的横向影响线。横向最不利加载应首先对混合横向影响线进行，并同时尽量满足对跨中横向影响线的不利布车。这样，分别求得计算支点剪力时的跨中及支点横向分布系数$m_{支}$及$m_{中}$。分布系数的过渡段长度与斜角有关，根据数值试验结果，大致为$\alpha<30^\circ$时，可与正桥相同地取$L/5$；$\alpha=45^\circ$时可取$L/4$；$\alpha=60^\circ$时可取为$L/2$。L为计算跨径(图9(4))。

（4）加载纵向剪力影响线，计算支点的剪力(图9(5))：

$$Q=\Sigma m_i p_i y_i \qquad (3)$$

对于汽车荷载，（3）式还须乘以冲击系数$(1+\mu)$。

3.跨中剪力

上节已经指出，虽然斜桥的跨中弯矩随斜角增大而减小，但跨中剪力却反而增大。这是由于斜板的扭曲及弯矩梯度的加大所致。考虑到跨中截面剪力一般并不控制设计，根据上节数值试验结果，就近似地采用对应正桥的跨中剪力值，并乘以下式的递增系数，

$$\Psi=1+\frac{\alpha^\circ}{60^\circ} \qquad (4)$$

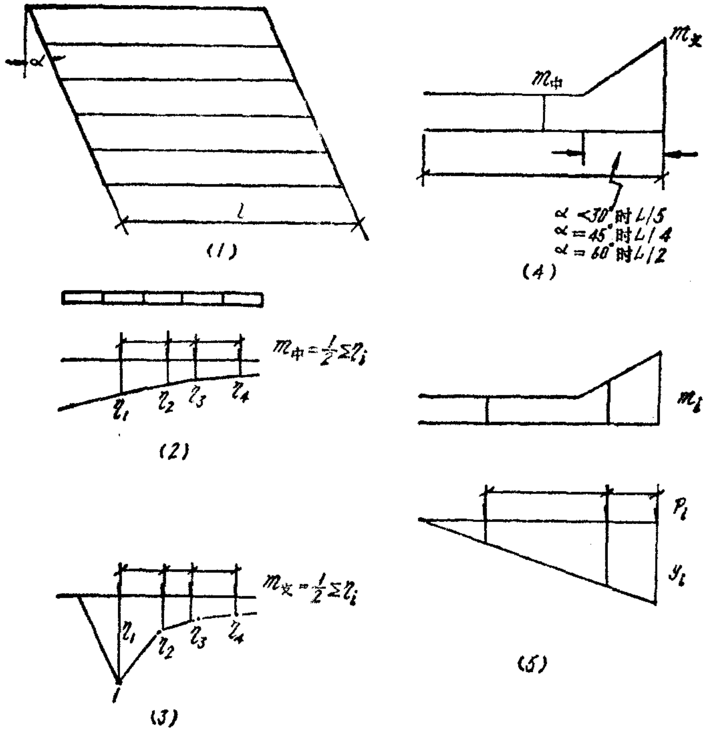


图 9

4.设计计算时的其它要点

（1）斜桥中，跨径中的最大弯矩并不在跨中截面，而是斜角愈大，向钝角方面偏移也愈多，如图10(1)所示。因此弯矩包络图对跨中并不对称。实际上，构件往往设计成对跨中对称的，此时应注意包络图的顶点不应从跨中开始。设计时可偏安全地在跨中保留一个水平段，即假定上面计算出来的弯矩值，包括跨中附近的一个区段。水平段的长度，根据数值试验的结果，可在跨中两边各取 $l/8$，见图10(2)。

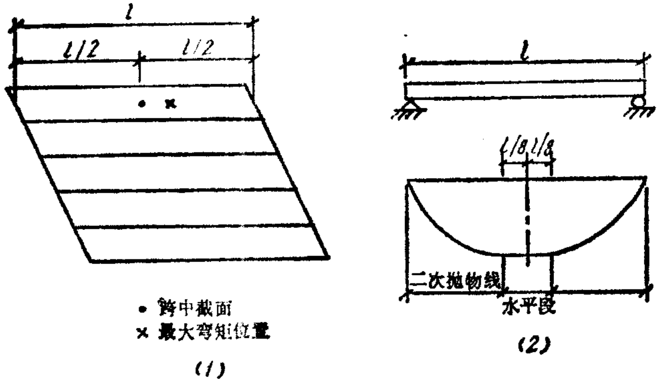


图 10

（2）对于小跨径桥梁，其它截面的弯矩就可由上述的弯矩包络图来确定。对于较重要的桥梁，八分点截面尚需以不折减的弯矩值作比较，来确定设计弯矩值。

（3）剪力包络图可近似地采取支点值与跨中值的直线连结图形。

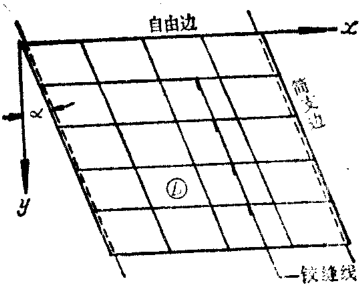
第三节　有限元法[3]及附表编制简介

本文附表，包括正桥的横向影响线，系采用有限元法编制。由于是直接对单一集中力求解，因此本表更好地反映了集中荷载作用下的横向分布规律。

首先，将铰结梁离散化，建立理想化的模型。这里，我们采用两组等间隔的直线，即铰缝线及平行于支承边的平行线，将铰结梁桥剖分成有限个平行四边形单元，如图 11 所示的五梁系，在跨径方向划成四等分。结果剖分成$5\times4=20$个单元。当$\alpha=0°$时，即得到分析正桥时的铰结矩形单元。

现在，有限元分析的模型（计算简图）就是假定各单元仅在节点（图 11 (2)的 i、j、k、M）相互联结的离散化体系。

其次，对任一单元建立节点力与节点位移关系的刚度方程。单元的节点位移向量$\{\mu_e\}$及相应的节点力向量$\{p_e\}$为：



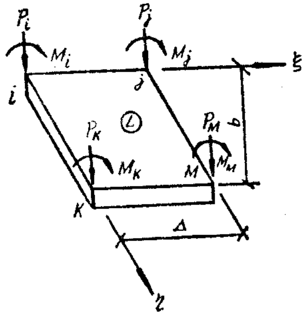


图 11

$$\{\mu_e\} = \begin{Bmatrix} W_i \\ Q_{yi} \\ W_j \\ Q_{yj} \\ W_K \\ Q_{yK} \\ W_M \\ Q_{yM} \end{Bmatrix}; \qquad \{p_e\} = \begin{Bmatrix} P_i \\ M_i \\ P_j \\ M_j \\ P_K \\ M_K \\ P_M \\ M_M \end{Bmatrix} \tag{5}$$

采用假定位移场的方法，选择如下的位移函数

$$W(\xi、\eta) = [N]\{\mu_e\} \tag{6}$$

式中：

$$[N] = \begin{Bmatrix} (1-\eta)H_1(\xi) \\ (1-\eta)H_2(\xi) \\ (1-\eta)H_3(\xi) \\ (1-\eta)H_4(\xi) \\ \eta H_1(\xi) \\ \eta H_2(\xi) \\ \eta H_3(\xi) \\ \eta H_4(\xi) \end{Bmatrix}^T$$