

高等学校教学用书

# 电子管的理論 和計算基础

DIANZIGUAN DE LILUN HE JISUAN JICHIU

上 册

Э. И. 格拉瓦涅夫斯基著

人民教育出版社

高等学校数学用书



# 电子管的理論和計算基础

DIANZIGUAN DE LILUN HE JISUAN JICHI

上 册

Э. И. 格拉瓦涅夫斯基著  
清华大学无线电系譯

人民教育出版社

# 电子管的理論和計算基础

## 上 册

9. И. 格拉瓦涅夫斯基著

清华大学无线电系譯

人民教育出版社出版

高等学校教学用书編輯部  
北京宣武門內承恩寺7号

北京市书刊出版业营业登记证字第2号

京 华 印 书 局 印 刷

新华书店科技发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

统一书号 15010·1081 开本 850×1168 1/16 印张 11 10/16

字数 302,000 印数 0001—4,000 定价(7) 1.30

1961年9月第1版 1961年9月北京第1次印刷

## 序

今天，在近代科学技术部門的工作中不利用无线电技术成果得到进展的已經难于找到了。現代无线电技术的研究是从 1895 年 A. C. 波波夫发明无线电技术时开始的。近年来由于制出了新的产生、放大和接收无线电波的电真空器件而更蓬勃地发展起来。最近，迅速发展着的半导体器件在一些場合下合理地代替了电真空器件。虽然，目前他們主要是应用在較小功率的无线电接收和放大中，但是却推动了无线电设备的进一步发展。

苏联学者 M. A. 邦奇-布鲁耶维奇(М. А. Бонч-Бруевич), V. П. 伏洛金(В. П. Володин), Л. И. 门德尔施坦(Л. И. Мендельштам)和很多苏联的其他学者、工程师和工作人員为无线电技术作出了有价值的貢献，使得苏联在世界上这一重要的知識領域內占有先进的地位。

在一門課程的範圍內要讲述所有各种电子器件的物理現象以及他們的理論和計算是不可能的。

本书中包括作者在列宁格勒烏里揚諾夫(列宁)电工学院所讲授的教材和作者于 1958—1959 年在清华大学为中国教师所讲授的內容。

本书上册討論靜電方法控制阴极空間电荷的电子管的理論和計算。在第一、第二和第三章中討論了决定电子管中电流流通条件的一般規律和他們的电子光学問題；在第四和第五章中討論电子管的热計算和机械振动的計算。象这样一些以前很少討論过的問題对于現代超小型、耐振的电子管的設計來說是特別重要的。第六章討論当运用频率高到电子在极間的渡越时间已能与加到电子管电极上的电压的振蕩周期相比拟时即是相当于电子的惰性开始表現出来的条件下，具有栅极电子管的物理过程和計算。

最后一章，第七章是討論应用在无綫电工程中一些主要情况下的电子管的計算。在这章中，将电子管的計算与以前几章中所讲的理論联系起来，叙述了如何根据无綫电工程的要求計算所設計的电子管的參量和几何尺寸，然后再計算出它的静态特性并确定这些特性在何种程度上滿足了无綫电工程所提出的要求。在讀这部分所讲的內容前希望讀者預先熟悉电子管中的基本物理現象，例如，B. Φ. 富拉索夫的“电子管”一书。

在本书下册中討論了产生、放大和接收超高頻振蕩的电子器件的理論。在这里基本上很少或一般根本沒有討論在中国高等学校現有的教材中已經討論过的問題。其中包括翻譯成中文的，苏联学者 B. Φ. 柯瓦連科 (B. Φ. Коваленко) 所著的“超高頻电子学引論”，貝契柯夫 (C. И. Бычков) 的“磁控管发射机”，苏联莫斯科动力学院 И. В. 列別捷夫 (И. В. Лебедев) 在成都电訊工程学院所讲授的超高頻技术和超高頻管的教材以及南京工学院陆鍾祚教授所著的书。

根据超高頻器件的計算任务，在下册中討論了强流电子注的聚焦問題，低噪声电子注管的电子光学問題，电子流所激励的諧振腔，用于寬頻帶超高頻束射器件(振蕩器和放大器)的慢电磁波系統。为了决定各种类型超高頻器件的放大率，輸出功率，效率，噪声电平和其他參量，这里讲述了电子流与各种振蕩系統相互作用的过程。

由于应用半导体二极管来放大微弱超高頻信号的研究很有前途，所以这一較新的問題在本书中也作了一定的介紹。

本书的翻譯、校对、及繪图工作均由清华大学无綫电系有关同志担任，作者謹对他们所給予的帮助表示感謝。

作 者

# 上册目录

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 序 .....                            | v   |
| 緒論 .....                           | 1   |
| <b>第一章 电子管中的静电场 .....</b>          | 8   |
| § 1. 拉普拉斯方程及其解 .....               | 8   |
| § 2. 拉普拉斯方程和泊桑方程的数字解法 .....        | 14  |
| § 3. 静电场和电子轨迹的模拟 .....             | 23  |
| § 4. 保角变换的方法 .....                 | 40  |
| § 5. 平板形三极管中的静电场 .....             | 42  |
| § 6. 圆筒形三极管中的静电场 .....             | 45  |
| § 7. 束射四极管的静电场 .....               | 47  |
| § 8. 三极管的有效电位 .....                | 49  |
| § 9. 三极管的渗透率和极间电容 .....            | 54  |
| § 10. 束射四极管的渗透率 .....              | 63  |
| § 11. 五极管的静电放大系数和多极管中栅极的有效电位 ..... | 65  |
| § 12. 栅极的电位 .....                  | 68  |
| § 13. 获得给定形状的特性的方法 .....           | 75  |
| § 14. 渗透率计算公式应用的推广 .....           | 80  |
| <b>第二章 电子管各正电极间的电流分配 .....</b>     | 85  |
| § 1. 概述 .....                      | 85  |
| § 2. 三极管的直接截获情况 .....              | 86  |
| § 3. 三极管中电流返转情况 .....              | 94  |
| § 4. 三极管中电流分配的实验关系 .....           | 98  |
| § 5. 多极管中直接截获情况下的电流分配 .....        | 100 |
| § 6. 多极管中电子返转情况下的电流分配 .....        | 103 |
| § 7. 束射管中的电子轨迹 .....               | 114 |
| § 8. 多栅管的电流分配和参数 .....             | 121 |
| <b>第三章 空间电荷限制下的电流 .....</b>        | 123 |
| § 1. 四极管中的电子流 .....                | 128 |
| § 2. 电子束的最大电流 .....                | 133 |
| <b>第四章 超高频下静电控制管的工作 .....</b>      | 139 |
| § 1. 超高频下电子管中的电流 .....             | 139 |

|                                    |            |
|------------------------------------|------------|
| § 2. 超高頻二極管電子學.....                | 158        |
| § 3. 超高頻下具有柵極的電子管的工作特點.....        | 180        |
| § 4. 多極管的等效線路和參量(列維寧-別得爾松方法).....  | 188        |
| § 5. 作為有源四端網絡的放大管.....             | 196        |
| § 6. 大波越角下靜電控制功率放大管及振蕩管的工作.....    | 212        |
| § 7. 設計超高頻電子管的縮尺條件.....            | 235        |
| <b>第五章 電子管的熱狀態.....</b>            | <b>240</b> |
| § 1. 概述.....                       | 240        |
| § 2. 柵絲溫度的計算.....                  | 242        |
| § 3. 強制對流熱交換情況下電子管零件的冷卻.....       | 248        |
| § 4. 自然對流熱交換情況下電子管零件的冷卻.....       | 253        |
| § 5. 開極熱平衡的計算.....                 | 262        |
| § 6. 內陽極的熱平衡.....                  | 286        |
| <b>第六章 電子管零件的機械振動.....</b>         | <b>288</b> |
| § 1. 電子管零件的振動及電子管的振動電流.....        | 288        |
| § 2. 杆形和平板形電極的振動計算.....            | 290        |
| § 3. 電子管某些零件的自然頻率.....             | 299        |
| <b>第七章 根據無線電技術的要求計算電子管的參量.....</b> | <b>307</b> |
| § 1. 整流管參量的計算.....                 | 307        |
| § 2. 振蕩管參量的計算.....                 | 312        |
| § 3. 寬頻帶功率放大管的計算.....              | 327        |
| § 4. 小信號高頻放大五極管的計算.....            | 343        |
| § 5. 低頻功率放大電子管參量的求法.....           | 349        |
| <b>文獻 .....</b>                    | <b>365</b> |

## 緒論

随着电子管应用部門的日益扩大和对他們所提出的要求越来越高，电子管的类型和結構也在不断地发展着。

电子管的发展决定于下列一些要求：掌握新的无线电波段，电子管在复杂的气候条件下的应用，在强烈振动条件下的应用，大大提高寿命、工作的可靠性和减小体积。

在厘米波段和毫米波段中，基本上是采用根据新的控制电子流的原理而工作的电子管。但是，在长波波段用静电控制阴极处空间电荷的原理来控制电子流的各种电子管（三极管、四极管、五极管和其他带有栅极的电子管）的理論也在发展着，这就保证了設計出具有較好的电參量和其他运用參量的更有效的新产品。

三极管和四极管的結構也已发展到应用于分米波段，甚至是厘米波段中，并在这些波段中应用得相当广泛，这时，他們的結構根据他們应用在这些波段时的特点而采取特殊的形式。

过去制成的静电控制电子管（三极管，四极管等）具有比較大的极間距离，在振蕩管中可达几个毫米和厘米的数量級。当在超高頻段应用时，老式的三极管和其他多极管这一结构上的特点就使他們的特性显著地发生变化。由于电子在极間的渡越時間已可和振蕩周期相比拟，这时只有考慮电子的惰性才能研究管內所发生的控制电子流的物理过程。

最近，发表了一系列的理論工作来研究静电控制管应用在超高頻时的工作特点。这里，关于考慮到电子渡越時間的电子理論的最重要的工作有，貝汉（W. E. Benham）（美）[22][23]，格林贝尔格（苏）[24] [25][26][1]，列維林（F. B. Llewellyn）和皮特尔松（L. C. Peterson）

(美)[27]。在分析与大振幅放大有关的現象时,格林貝爾格(苏)[1]的工作具有重要的意义,王兆振的大振幅下超高頻二极管中現象的分析[28],以及聶依曼(М. С. Нейман)(苏)的超高頻三极管,四极管振蕩器的分析[29]也具有重大的价值。

应用在长波波段中的三极管的结构不适用于超高頻放大的線路中。在超高頻下,电极引綫的电感、电容和电阻成为振蕩回路中电抗和电阻的重要部分,这就使得放大級具有不利的相位关系,导致放大的不稳定和自激的傾向,增大栅极回路的激励功率,增大欧姆損耗和介质損耗。所有这些都使得放大級的增益随着頻率的提高而减小。这些特点使得老式的三极管和四极管不能运用在长波波段作放大和产生超高頻振蕩。因此,必須对靜电控制管的結構和工艺重新进行研究。

在解决設計新的超高頻三极管的問題上,Н. Д. 杰維亞特柯夫(Н. Д. Девятков), Е. Н. 达尼采夫(Е. Н. Данильцев)和其他的苏联学者在1940年所設計的、具有短而粗的引綫(后来又被盘形引綫所代替)、极間距离很小的电子管,可以认为是一成功的方向。这种管是和同軸綫型諧振腔配合运用的。

利用这类电子管可以在波长 10 厘米下,得到功率 50—150 毫瓦的振蕩。这种管也用来作为接收設備中的前置放大級。現在这类管型具有广泛的应用并进一步发展为具有盘形同軸綫式电极引綫的二极管、三极管和四极管。

这些在技术上改进了的靜电控制超高頻管具有如此之小的极間距离,以致使电子在超高頻下的渡越时间,即电子的惰性对管的工作情况影响很小。这时,波长縮短的限制主要决定于振蕩系統。波长縮短的极限可能性取决于电子管的电极尺寸,以及构成振蕩回路參量的重要部分的电极和引綫的电抗与电阻。

因此,应当指出,小功率三极管波长在三厘米以下已有了足够完善的结构。而用三极管来放大有可能在波长 30 厘米时得到功率放大倍

数为 20—25，这时的输出功率为 15 千瓦 [33]。属于大功率振荡四极管的还有可拆卸的、振荡系统在真外壳内的所谓谐振四极管。虽然，这种可拆卸的振荡管还没有得到广泛的实际应用，但是应当指出，在很多特殊条件下，当着密封管的替换由于价格昂贵或运输有困难时，这类管是有发展前途的。在这些情况下虽然可拆卸管的运用复杂，但还是有其优越性。在这类谐振四极管中可能达到的功率超过了同样波长下一般四极管的功率。在更短的波长就更是如此。现在已知的谐振四极管，在波长 50—80 厘米，工作在连续情况下，可给出功率 50 千瓦。

最后，为了说明静电控制超高频管目前的情况，可以指出，由于新的陶瓷材料的采用，阴极发射性能的提高和冷却系统的改善，他们的结构还在不断的发展和改进之中。这些结构上和工艺上的措施能够增大电极上的比功率，减小电极尺寸和管子外形尺寸。这些都保证了静电控制管的功率进一步提高和极限波长的进一步缩短。

电子管的计算与设计是根据运用拟制技术要求为出发点。这些要求决定了电子管的电的、气候的和机械的特性，以及管的其他特殊的特性和参量。

电的要求是想要试制出新的、具有更好的参量的样管，例如功率或电压的动态放大系数，放大的频宽，极限运用频率，输出功率电平，效率和噪声电平。此外，还可能对电源、电子管的经济性、一系列参量的稳定性和寿命提出一些特殊的要求。工作情况可能是给定的，例如，是脉冲运用的或连续运用的。也给定了：阳极、栅极的允许耗散功率，灯丝功率和其他一些决定了电子管用途的电特性。

电子管按照主要用途可以分为：接收放大管，振荡管，调制管和整流管。

接收放大用的电子管又可分为：高频放大管，属于这类的有五极管、四极管和三极管（后者用于其栅线路中）；高频混频、变频和检波管，属于这类的有双二极管、六极管，三极管一六极管，五栅管和各种结构

的八极管;低頻放大管,寬頻帶視頻放大管和其他整流訊号放大的电子管(在这些情况下也应用各种类型的五极管,四极管和三极管);为在电视、无线电定位和电子計算设备中形成脉冲用的电子管(属于这类的有专门的二极管,双三极管,四极管和五极管)。上述最后这一方面的应用可能对电子管的特性提出了特殊的要求。

用于振蕩器和調制器的电子管又可分为:

a) 工作在功率从 500 千瓦到 50 毫瓦的大、中、小功率的連續运用的电子管,如采用不同结构形式的三极管、四极管和五极管;这时对特性曲綫的直綫性,尤其是对調制特性直綫性的要求提高了,对管子的跨导、放大、体积和其他參量的要求也較高;

b) 工作在脉冲情况下,不同脉冲宽度和不同脉冲平均功率的大、中、小型的电子管(从十兆瓦到一百瓦)。

工作在更短波长下的振蕩管正在設計中:工作在連續情况下,波长短于一米,具有几十千瓦輸出功率的可拆卸四极管已經制成。

在超高功率的无线电设备的建立方面,进行着可拆卸的和半可拆卸的电子管的研究工作,这些管子的寿命只决定于他們结构的失效。

超高頻波段的小功率振蕩管基本上是用三极管,可产生波长到三厘米的振蕩。

这样总括各种专门的电的方面的要求就确定了电子管的类型和用途。給定的气候特性就决定了电子管必需在怎样的周圍环境溫度范围内和湿度条件下工作。

此外,对四周湿度的变化速度,热冲击性和其他气候条件还可以提出特殊要求。这里还應該說明管子外部零件的冷却方法,管子工作在从 300 毫米到 10 毫米汞柱或者更稀薄的气压下的特点。

电子管的机械性能决定了它在不变的、交变的和冲击負載下的結構牢固性。不变的負載可以达到  $25g$ <sup>①</sup>,交变的可达  $400g$ ,而冲击負載

①  $g$  为重力加速度数值等于  $9.81$  米/秒<sup>2</sup>。

可达 10,000—15,000g。管子的机械性能可以包括对体积的要求，电子管内结构元件的接触和固定问题，在压力增高时泡壳的坚固性等。

所有电的、机械的和气候上的要求合起来决定了电子管的整个外部和内部零件的结构，以及他们的计算和设计的特点。因而，电子管的计算和设计是根据力学和机械振动的理论，热传导理论（辐射，热传导和对流），静电学，电子光学和部分的电动力学来进行的。

这类技术问题的计算可以根据列出相应的数学微分方程进行研究和求解。这类微分方程是，运动方程（具有拉格伦日方程中的一般形式），热平衡方程，马克士威方程和很多其他的决定电子管中过程的方程。

这些问题只有在下面情况下：即当所研究的电极表面同某一简单的坐标平面，如直角的，圆柱形的，球形的和某些其他坐标系统的平面相一致时才能严格的求解。因此，实际情况下从计算公式得到的参数只能保证具有一定准确度。但是，辅助的实验资料，在很多情况下是根据模拟方法得到的，他们常作为设计新型器件的可靠基础。随着电子管结构发展的同时，电子管的设计和计算方面也在发展着，并积累着按更准确的研究和计算方法将理论与实验对比的资料。特别是关于电子管的强度计算，热计算，还有一系列的电特性的计算方面是如前所述的。

计算对于循序渐进的设计具有初步的意义，它能确定管子的几何尺寸与它的特性之间的基本关系，因而指示出一定的改善特性的方向并保证了实现所需结构的最短途径。

在设计时，最好区别出电子管的主要零件，并确定对他们的要求。属于主要零件的有：阴极，栅极，阳极，泡壳，芯柱和电极引线，有效的热传导零件（散热器），吸气零件，电极的各种支持物和其他固定零件。

所有管内的零件应该用满足在真空中工作条件的材料制成，他们的性质应保证合理的生产工艺，对其中个别零件应提出特殊的要求。

对阴极提出的基本要求是它的结构的经济性，即倾向于要求运用

在更低的工作溫度，有更大的发射电流密度。这些条件就决定了必需改善現有的阴极并研究各种新型阴极。在設計阴极时，应当采取措施保証阴极支持物的良好热絕緣性。对阴极还提出了寿命的要求，这一点常限制了阴极支取电流密度的增大，使得必需改善电子管的真空中和在低温下工作。阴极和热子的机械强度也是他們的重要性质。在試制超高頻管时，特殊的工作条件需要减小阴极引綫电感。

对栅极结构提出的基本要求是要保証足够低的工作溫度，以使不会出現栅极热发射，并不破坏栅极的机械强度和外形。在很多情况下，要求极細的栅网结构（为 $10\sim20$ 微米），这可能和好的导热性相矛盾。在这种情况下，为了防止热发射，栅网表面的清洁很重要，也可以应用专门的表面涂敷物，以增加栅网的电子逸出功。从得到最小的接触电位差出发来选择栅极材料也是有意义的，因为接触电位差决定着在特性曲线上工作点的附加偏移。栅极的机械强度和刚度也是很重要的特性。

属于对阳极提出的要求有：冷却情况，外廓尺寸和結構强度。应用外阳极可减小管子的总的外廓尺寸，因为例如，对于內阳极的許可比負載为 $0.5\sim5$ 瓦/厘米<sup>2</sup>，这时阳极还是由貴重的耐熔材料如鉭制成的。但是空气冷却的外阳极的比負載为 $20\sim80$ 瓦/厘米<sup>2</sup>，而水冷时可达 $50\sim500$ 瓦/厘米<sup>2</sup>。因此，应用內阳极，只是对于小功率电子管才是合理的。

在轉向詳細地研究管內的电子現象时，应当給出决定电子管特性的电流流通的几种基本情况。

靜电控制电子管的工作是基于控制流向一个或多个电极的电子流。控制是利用阴极发射电流在管內电极間重新分配的方法。电流分配的現象决定于阴极的发射情况，以及电子在真空中、在电磁場中的运动规律。如大家所知，二极管的伏安特性决定于以下三部分：电流饱和区域，这时阳极回路中的电流只决定于阴极溫度，而与阳极电压无关，

在不变的阴极溫度下，阳极电流的变化只是由散粒效应所引起的。空间电荷限制的区域，在这区域二极管的电流不决定于阴极的溫度，而决定于极間空間电荷的数量，因此当阳极电压变化时，应当满足二分之三次方定律。当繼續降低阳极电位并与阴极相比为負值时，就是按照发射电子速度分布的阴极起始电子流所决定的特性曲綫了。

在空間电荷限制的区域和起始电流区域，二极管的阳极电流与电压的关系决定于发射电流在阳极和阴极間的更新分配，这时部分电流从阴极前的空间电荷区域中返回到阴极。这三种不同的电流流通情况不仅是在热阴极的二极管中有，而且也发生在多极管中的任一个二极空间內。

在大多数的电子管中，在热阴极之后还应有具有网状结构的一些电极，他們处于与阴极不同的电位。在很多情况下，各电极对阴极的合成作用可以用靜电学的方法化为一个处于一定的有效电位下的电极的作用，然后就剩下解决在各电极間电流分配問題了。这一問題决定于电子流的起始速度，极間空間电荷的作用和在各栅极之間的电流分配，以及二次电子发射的現象。

解决了各个电极空間的所有这些問題就得出电子管的特性曲綫和电參量了。

在电极中間具有这种或那种电流流通的情况是与加在各电极上的电位大小和各个极間空間的結構特点有关的。因此，应当在一定的簡化条件下來解决問題。例如，在飽和情況下，等位綫和电力綫的分布可从解拉普拉斯方程得到。而在空間电荷限制的区域內則必需应用泊桑方程等。

根据在电子管中所发生的物理現象的特点可以将問題簡化，这就可以把复杂的、一般的解变为工程計算和設計电子管时实用的形式。因此，在利用这些計算公式时，必需經常記住这些公式是在哪些限制条件下求得的。

# 第一章 电子管中的静电场

## § 1. 拉普拉斯方程及其解

电子管中的各种过程决定于电子在电极間的电場和磁场中的运动。电磁場矢量的方向和大小又决定于电极的形状，它們相互的位置，加在它們上面的电位，空間电荷的电場以及外加的电場和磁场。

掌握了等位綫和垂直于它的电力綫的分布特性(在沒有磁场时)，就能够决定电子的轨迹，电子流在电极空間的聚焦，电极間的电流分配，以及計算电子管的静态放大系数和其他一系列的參量。因此，电极空間位場的研究是計算电子管參量和特性的出发点。

在很多情况下，可以忽略空間电荷本身的电場。这时管内电位的分布滿足拉普拉斯微分方程：

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} U = 0,$$

这里  $U$  是电位的数值。

电位的分布可以用在相应的坐标下，直接解拉普拉斯方程的方法来求得。通常，只是用数字积分的方法才可能找出它的解。因为严格的分析解只是在最简单的电极形状下才可能。为了用图解的方法来計算电場，最好是利用拉普拉斯方程的差分形式。

用电解槽或彈性薄膜模拟的方法是求解靜电場的快速而簡便的方法。在很多电子管中計算靜电場时，采用保角变换求得場的解析表示式是最有效的方法之一。以下将給出应用上述方法的实例。

下面在研究电的問題时，将采用实用合理单位制——MKSM 制(米，千克，秒，安培，伏特，庫侖等)，因而在直角坐标下对平板形問題所写的方程式中不包含系数  $4\pi$ ，仅在球形問題中才出現。在实用合理单

位制中，真空中的介电常数  $\epsilon_0$  和导磁率  $\mu_0$  不等于一，而决定于下式

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ 法/米}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ 亨/米}.$$

这时真空中的光速

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ 米/秒}.$$

对于任一均匀的各向同性的介质，具有关系式

$$D = \epsilon E \text{ 和 } B = \mu H,$$

这里  $\mu$  和  $\epsilon$  是该空间的介电常数和导磁率，在 MKSM 制中等于

$$\mu = \mu_r \mu_0 \text{ 和 } \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0.$$

$\epsilon_r$  和  $\mu_r$  是相对的介电常数和导磁率。

在这种单位制下，静电学的基本关系式写成以下形式：

库仑定律

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon r^2} (\text{牛顿})$$

(1 牛顿 =  $10^5$  达因 = 使质量为 1 千克的物体产生加速度为 1 米/秒<sup>2</sup> 之力)。

距离电荷  $q$  为  $r$  的点上之电场强度

$$|E| = \frac{q}{4\pi \epsilon r^2} (\text{伏特/米}).$$

其轴上的分量可以写成

$$E_x = \frac{1}{4\pi \epsilon} \sum \frac{q_n \cos(xr_n)}{r_n^2}.$$

同样可以相应地写出  $E_y$  和  $E_z$ 。

电力线同电场矢量方向相重合；它们起始于正电荷并终止于负电荷；每单位电荷对应于一条电力线。

$$U = - \int_{\infty}^r \frac{q}{4\pi \epsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi \epsilon r} (\text{伏特}).$$

上式中电位是移动单位正电荷从无穷远到该点所做的功，负号表示这

一个功是逆电场作用力的方向做的。电位是没有方向性的标量。电位的大小与移动的路径无关，是空间的点的函数。所以位场服从叠加原理：

$$U = \sum \frac{q_n}{4\pi\epsilon r_n}$$

或  $U = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_v \frac{\rho}{r} dv;$

对于面电荷密度  $\sigma$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_s \frac{\sigma}{r} ds.$$

电位差也与电荷移动路径无关，决定于下式：

$$U_1 - U_2 = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \frac{q}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon r_2}.$$

电位梯度(电场强度)

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r}$$

是具有最大电位变化的数量和方向的矢量。

作用在单位电荷上  $\alpha$  方向的力与电位梯度的关系如下式：

$$E \cos \alpha = \frac{\partial U}{\partial t}.$$

在直角坐标系中，电位梯度的各分量可写出如下：

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

静电学中为计算电场和电位的重要定理为高斯定理，即通过一曲面的电场矢量的通量等于被这曲面包围的体积中所包含的电荷。可写出如下：

$$\int D_n ds = q,$$